

# interpretáčné metódy v gravimetrii

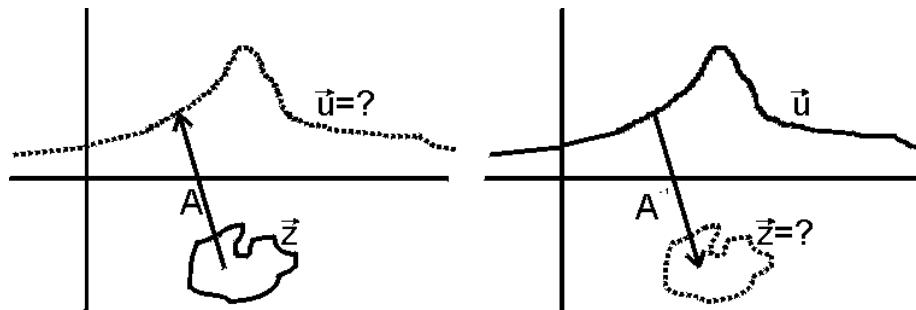
## ≈ riešenie obrátenej úlohy

### priama úloha

vektor modelových parametrov  $\mathbf{z} \rightarrow$  dátový vektor  $\mathbf{u}$

$$\mathbf{u} = A(\mathbf{z}), \text{ kde } A() - \text{tzv. operátor priamej úlohy}$$

**(riešenie je jednoduchšie: úloha je jednoznačná a stabilná)**



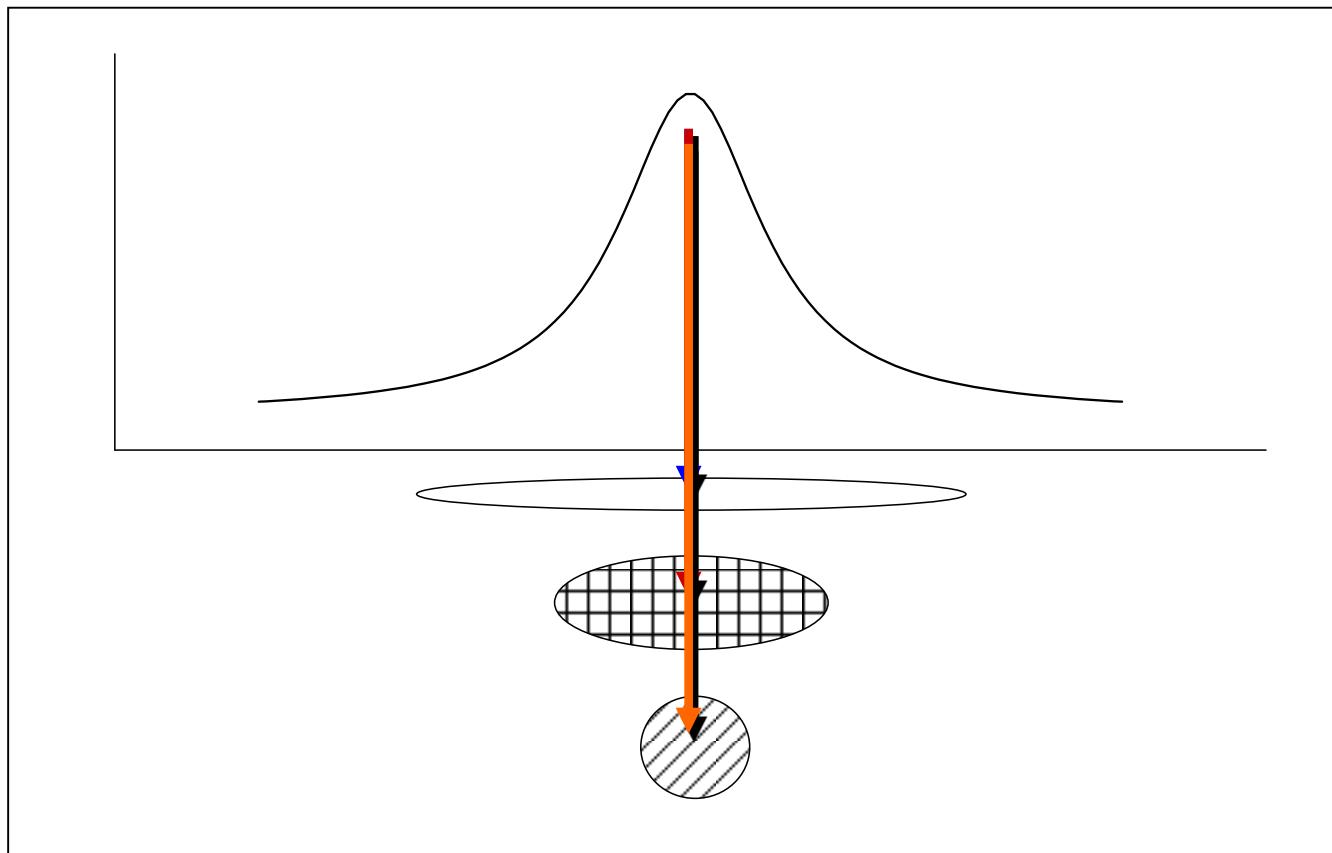
### obrátená úloha:

dátový vektor  $\mathbf{u} \rightarrow$  vektor modelových parametrov  $\mathbf{z}$

$$\mathbf{z} = A^{-1}(\mathbf{u}), \text{ kde } A^{-1}(\mathbf{u}) - \text{operátor obrátenej úlohy}$$

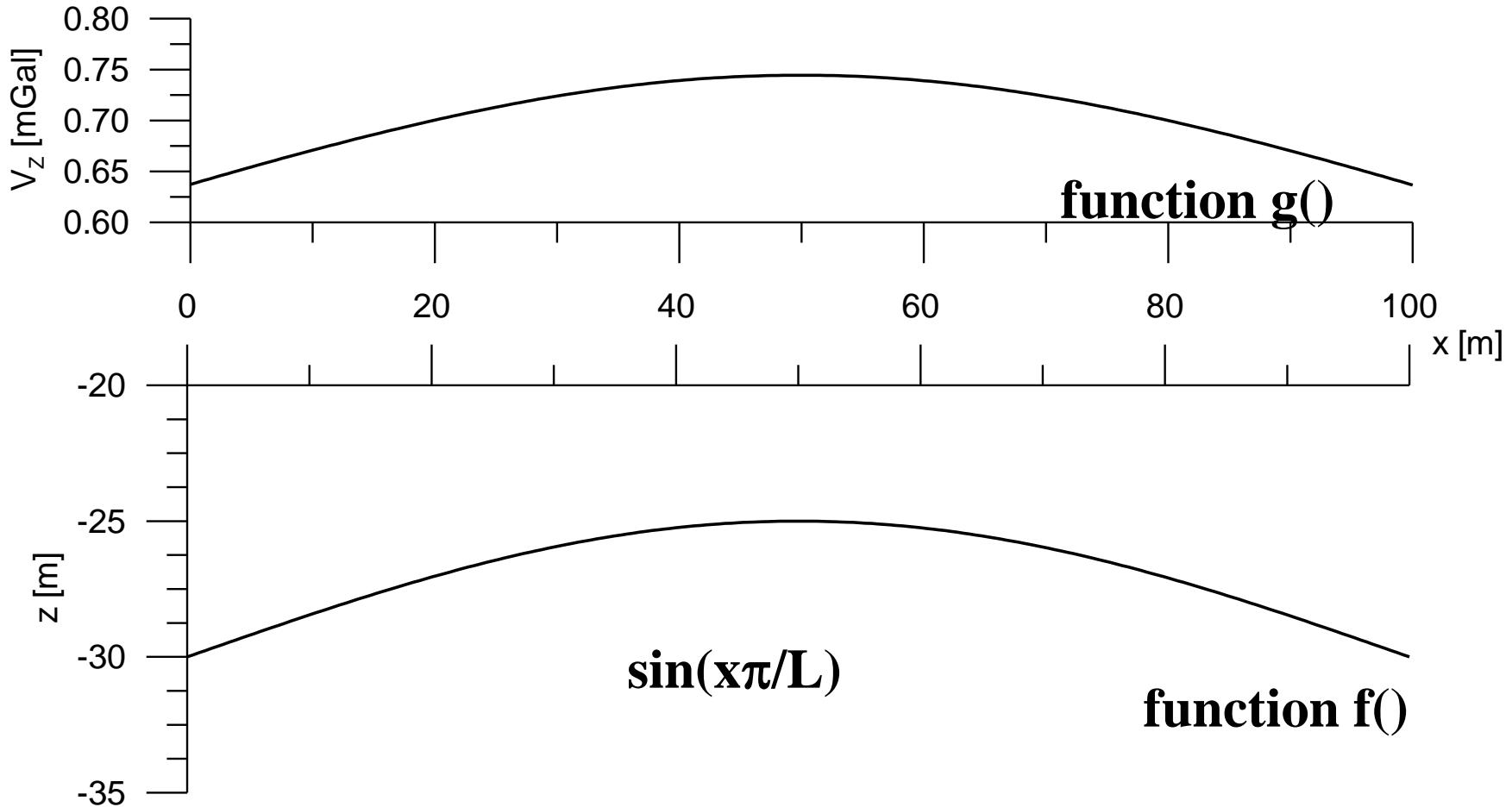
**(riešenie je značne zložitejšie: úloha je nejednoznačná a nestabilná)**

**nejednoznačnosť' (mnohoznačnosť') obrátenej úlohy**



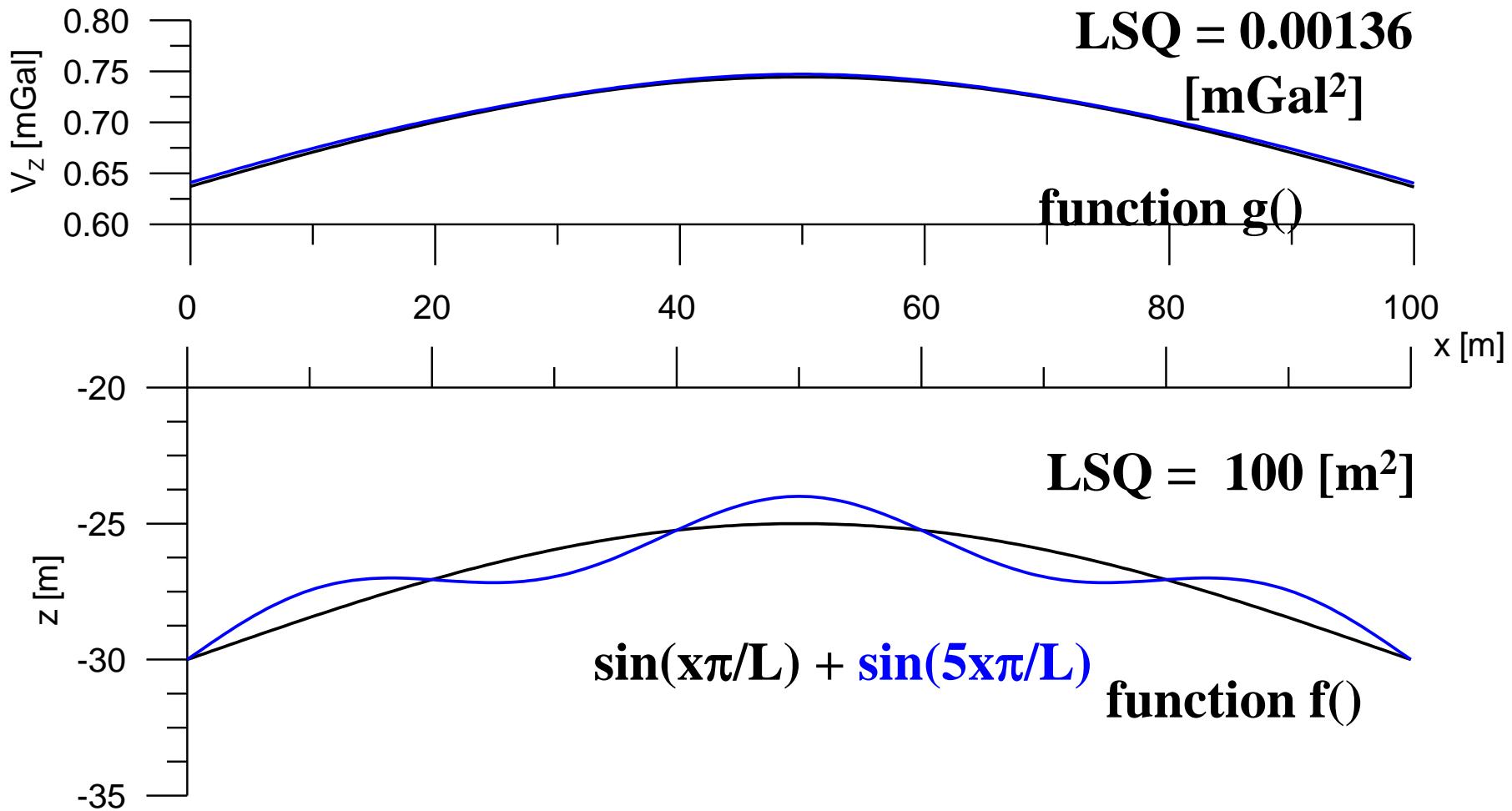
**nejednoznačnosť' (viacznačnosť', mnohoznačnosť') obrátenej úlohy  
(učebnice: Nettleton 1976; Sharma, 1986)**

## modelová ukážka nestability obrátenej úlohy

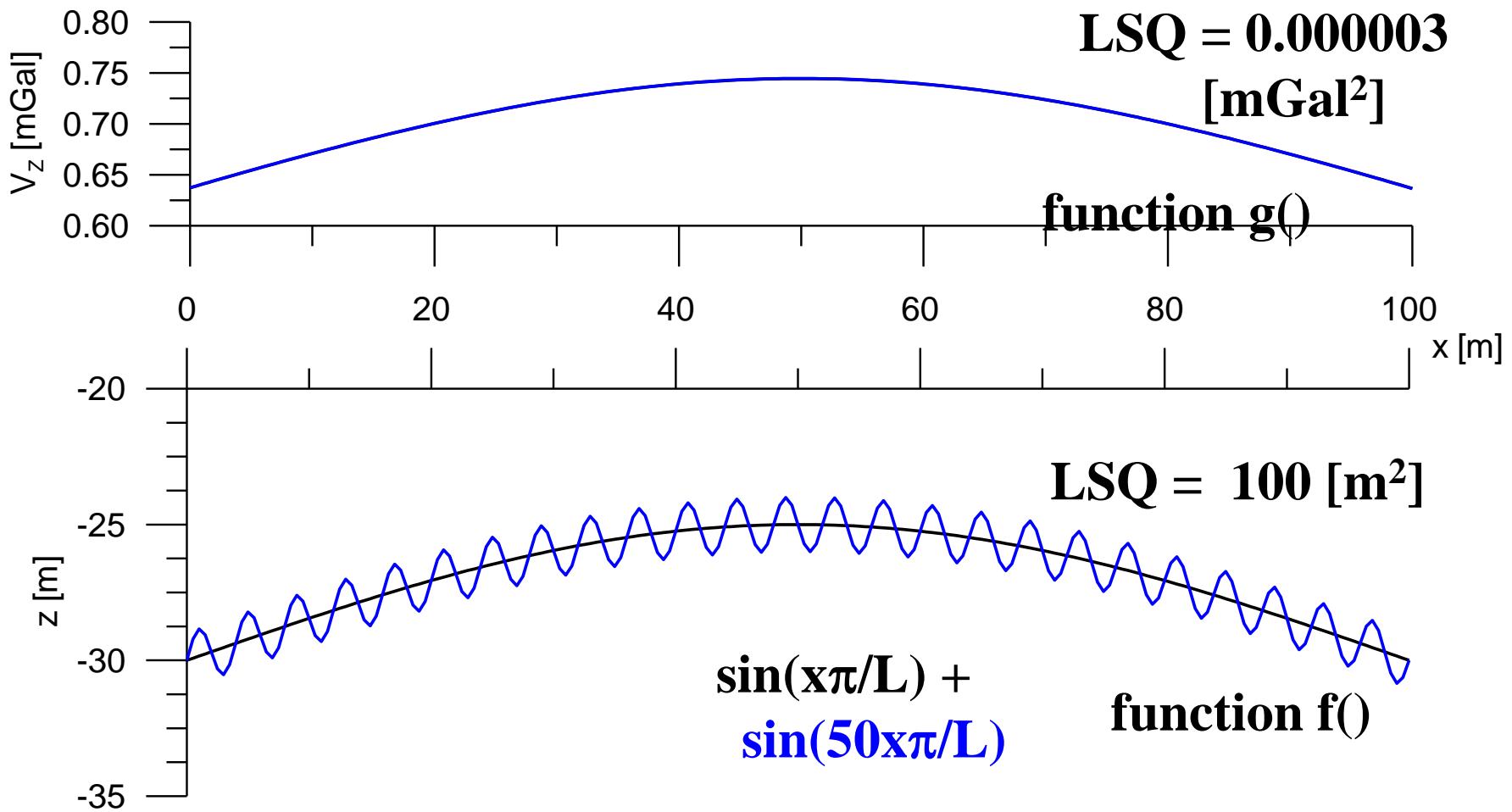


čierna – základný tvar „podložia“, modrá – deformovaná (s pridaním sínusovej funkcie)

## modelová ukážka nestability obrátenej úlohy



## modelová ukážka nestability obrátenej úlohy



čierna – základný tvar „podložia“, modrá – deformovaná (s pridaním sínusovej funkcie)

# interpretáčné metódy v gravimetrii

## ≈ riešenie obrátenej úlohy

Hadamard (1923\*) – definoval tzv. korektne zadanú úlohu  
(well-posed problem) matem. fyziky

**1. riešenie musí existovať**

**2. riešenie musí byť jednoznačné**

**3. riešenie musí byť stabilné**

**ak úloha nesplňuje niektorú z týchto podmienok,  
tak je tzv. nekorektne zadaná (ill-posed problem)**

“Hadamard veril, že nekorektne zadané úlohy sú umelé  
a neprirodzené (nepopisujú fyzikálne systémy v prírode)”

\* Hadamard, J. 1923: Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations. Yale University Press, New Haven.

# *riešenie obrábanej úlohy*

**priama úloha – predstavuje ju integrálny operátor:**

$$V_z(x, y, z) = \kappa \iiint_V \rho(\xi, \eta, \zeta) \frac{\zeta - z}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}} dV =$$

$$= \kappa \iiint_V \rho(\xi, \eta, \zeta) \psi[(\xi - x), (\eta - y), (\zeta - z)] dV$$

$\kappa$ -grav. konšanta  
 $dV$ -objem. element

$V_z(x, y, z)$  – gravitačné zrýchlenie v bode výpočtu

$(\xi, \eta, \zeta)$  – súradnice elementur zdrojového telesa,

$(x, y, z)$  – súradnice výpočtového bodu,

$\rho()$  – funkcia hustoty (fyzikálneho parametru)

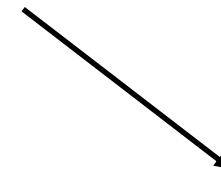
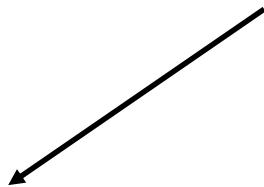
$\psi()$  – tzv. Greenova funkcia (prenosová, jadrová funkcia)

# *riešenie obrátenej úlohy*

integrálny operátor - gravimetria:

$$V_z = \kappa \iiint_V \rho(\xi, \eta, \zeta) \psi[(\xi - x), (\eta - y), (\zeta - z)] dV$$

2 dôležité pohľady na tento matematický formalizmus:



**priama úloha** predstavuje  
konvolučný integrál  
(riešenie je jednoznačné  
a stabilné)

**obrátená úloha** predstavuje  
integrálnu rovnicu (tzv. Fredholmova  
integrálna rovnica prvého stupňa)  
(riešenie môže byť viacznačné  
a nestabilné)

$$V_z = \kappa \iiint_V \rho(\xi, \eta, \zeta) \psi[(\xi - x), (\eta - y), (\zeta - z)] dV$$

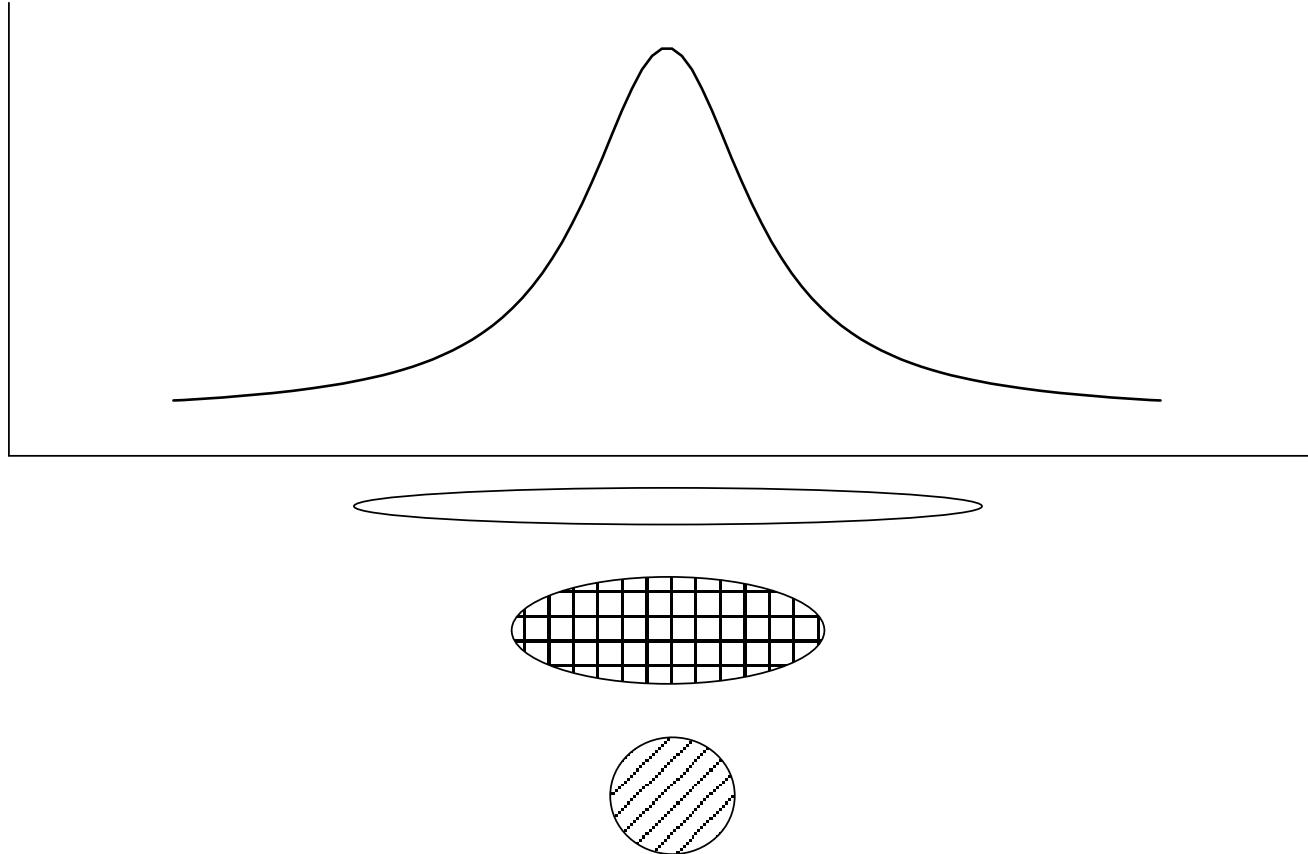
$$V_z = \kappa \iiint_V \rho(\xi, \eta, \zeta) \psi[(\xi - x), (\eta - y), (\zeta - z)] dV$$

**červená – neznáme (hľadáme riešenie)**

žiaľ, táto vlastnosť spôsobuje, že obrátená úloha je nejednoznačná a nestabilná

*nejednoznačnosť' (mnohoznačnosť') obrátenej úlohy*

$$V_z = \kappa \iiint_V \rho(\xi, \eta, \zeta) \psi[(\xi - x), (\eta - y), (\zeta - z)] dV$$



*nejednoznačnosť' (viacznačnosť', mnohoznačnosť') obrátenej úlohy  
(učebnice: Nettleton 1976; Sharma, 1986)*

# *interpretačné metódy v gravimetrii – – riešenie obráťenej úlohy*

## **Hlavné delenie interpretačných metód v gravimetrii:**

### **tzv. nepriame metódy**

(so zapojením apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- modelovanie
- tvorba odkrytých máp (stripped maps)
- metóda riešenia hustotného rozhrania

### **tzv. priame metódy**

(bez zapojenia apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- metódy využívajúce charakteristické body anomálie
- metódy využívajúce celú alebo časť krvky (pol'a)
- metódy využívajúce transformované polia

# *interpretačné metódy v gravimetrii*

tzv. nepriame metódy

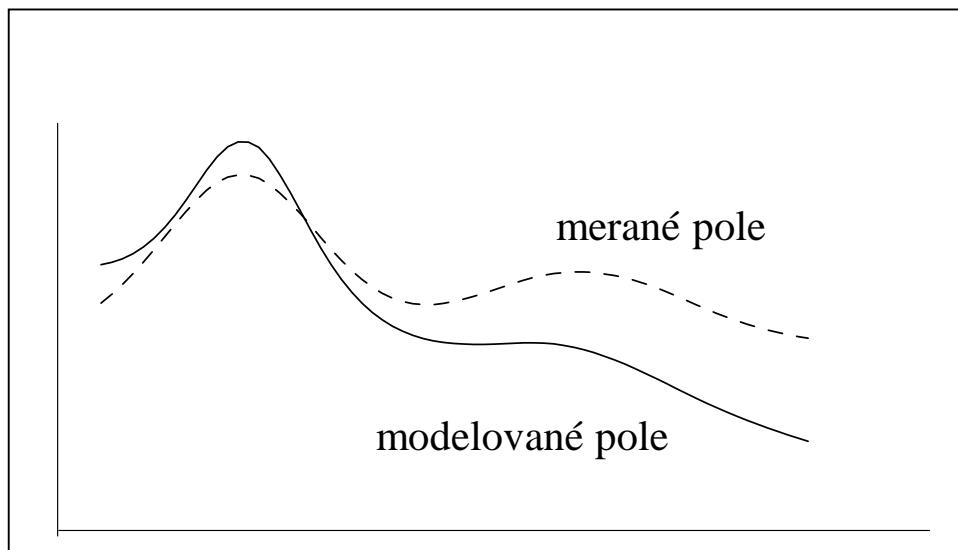
(so zapojením apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- modelovanie

- tvorba odkrytých máp (stripped maps)
- metóda riešenia hustotného rozhrania

## *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

základná úloha pri modelovaní je dosiahnutie čo najtesnejšej zhody medzi modelovaným/teoretickým a nameraným pol'om (Bougerove anomálie, reziduálne anomálie)

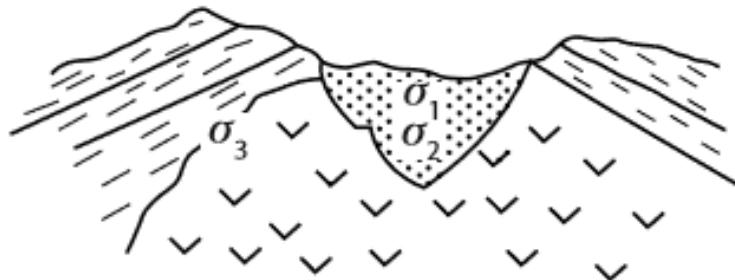


- dosiahnutie zhody medzi poliami sa často slengovo nazýva ako tzv. „fitting“ (z anglickej terminológie)
- zhoda sa nemusí vyšetrovať iba na profiloch, ale môže to byť aj na gridoch (plochách)

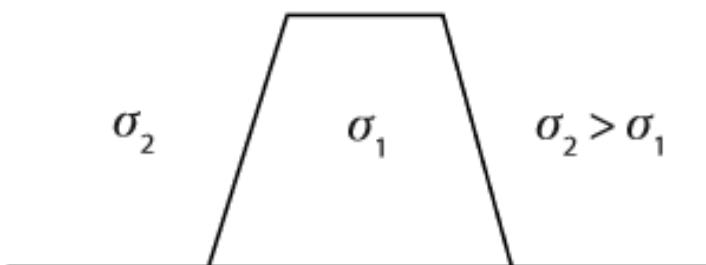
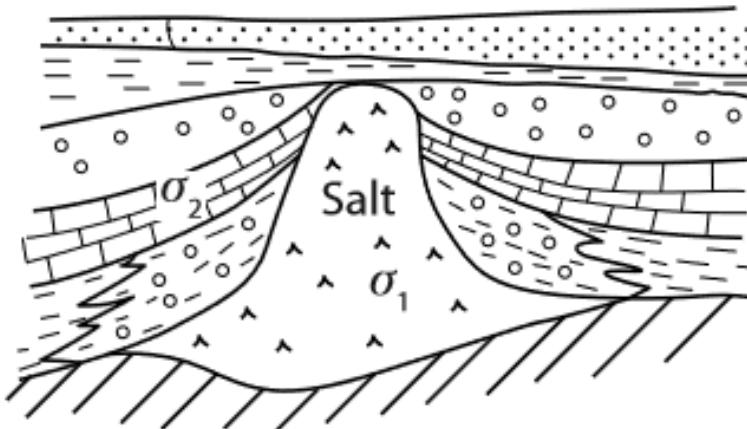
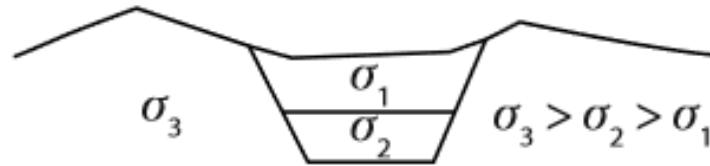
# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

druhá základná úloha pri modelovaní je dosiahnutie čo najrozumnejšieho riešenia – modelu, ktorý má geologické pozadie

**Conceptual models**

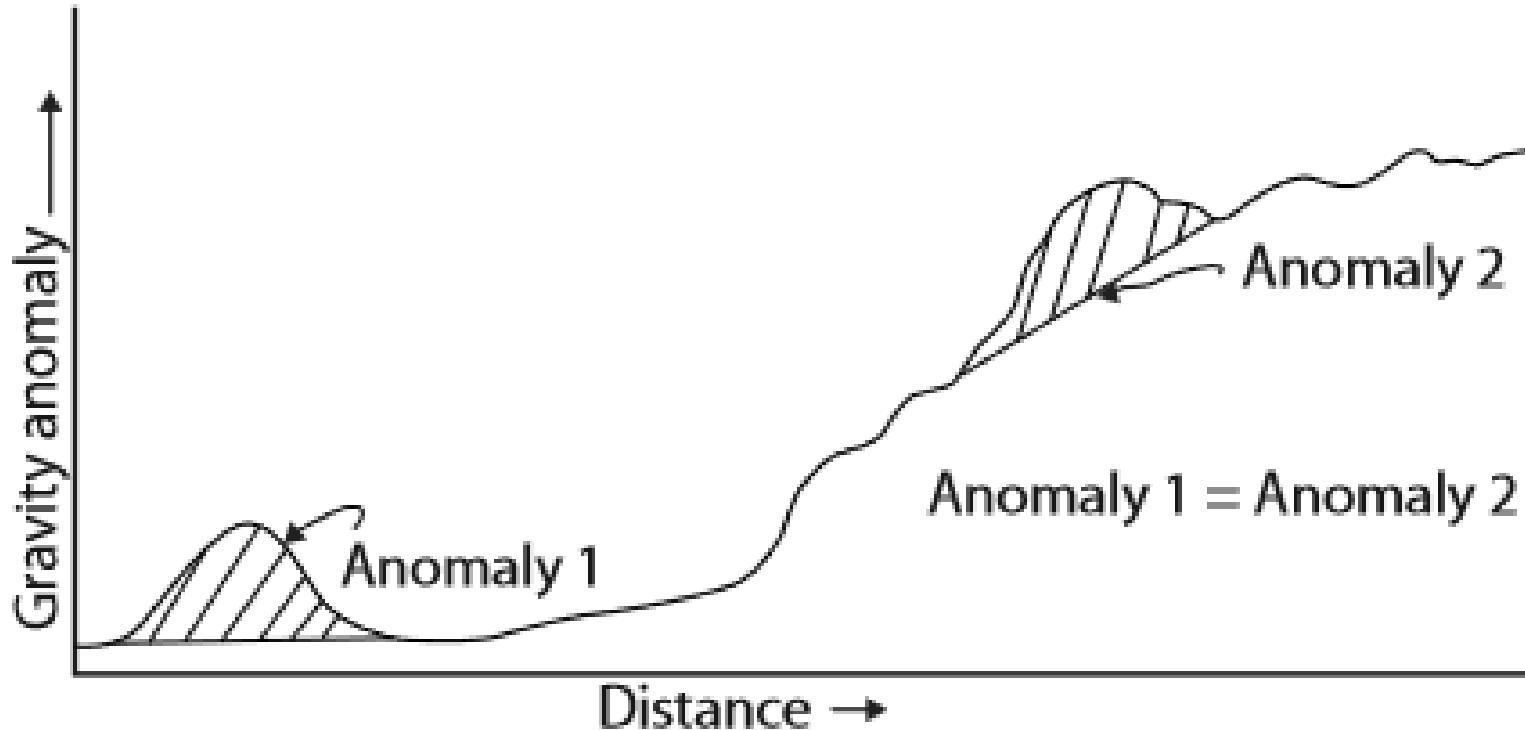


**Mathematical models**



## *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

základná úloha pri modelovaní je dosiahnutie čo najtesnejšej zhody medzi modelovaným/teoretickým a nameraným pol'om (Bougerove anomálie, reziduálne anomálie)

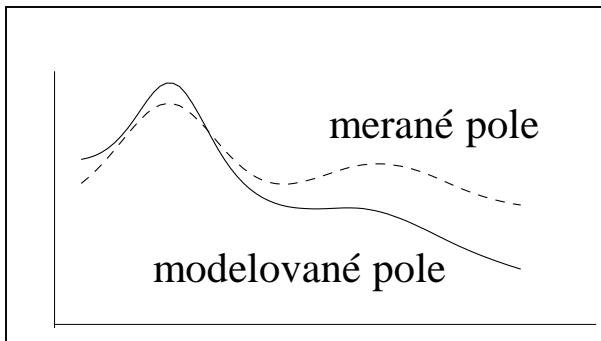


- separácia anomálií nie je triviálna záležitosť (bude prednášané neskôr)

# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

Spôsoby modelovania a rozdelenie metód modelovania je možné kategorizovať rôznymi spôsobmi. Uvedieme si viaceré.

Z hľadiska výpočtového:



Samotné čo najtesnejšie „napasovanie“ (fitting) sa väčšinou realizuje dvoma základnými postupmi:

1. manuálnym (interaktívnym) spôsobom užívateľ mení hustotné parametre, geometriu a hĺbku telies a pozoruje zmeny na modelovanej krivke/poli,
2. automatickým (iteratívnym) spôsobom zmena parametrov telesa je realizovaná matematickým algoritmom, ktorý sa snaží nájsť minimum „funkcie“, popisujúcej tesnosť dvoch polí (napr. suma štvorcov ochyliiek)  
známe sú: metóda najväčšieho spádu, konjugovaných gradientov, Marquardtov algoritmus

# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

Spôsoby modelovania a rozdelenie metód modelovania je možné kategorizovať rôznymi spôsobmi. Uvedieme si viaceré.

Z hľadiska geometrického:

## **hlavné konceptie:**

2D, 2<sup>1/2</sup>D (2.5D), 2<sup>3/4</sup>D (2.75D), 3D

hlavné problémy sú: spôsob zadávania dát (veľký rozdiel medzi 2D a 3D)  
a rýchlosť výpočtu (najmä pri 3D)

## **použité element. telesá:**

v minulosti – hranoly, stupne, dosky, tyče, gule, ...

2D polyg. (horiz.) hranol (*Talwani*)

2D šikmý stupeň (*Bulach*)

dnes najmä 2.5D polygonálny (horizont.) hranol (*Talwani*)

najmodernejšie – 3D polyéder (*Pohánka, Götze-Lahmayer*)

## *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

Spôsoby modelovania a rozdelenie metód modelovania je možné kategorizovať rôznymi spôsobmi. Uvedieme si viaceré.  
Z hľadiska zadávania hustôt:

### **hlavné konceptie:**

1. Zadávajú sa priamo reálne (prirodzené) hustoty (napr.  $2.64 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ ) a algoritmus si ich automaticky prepočíta na diferenčné hustoty voči určitému referenčnému (hustotnému) modelu zeme (napr. v prvej vrstve do hĺbky niekoľko km sa uvažuje hustota hornín  $2.67 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )
2. Priamo sa zadávajú diferenčné hustoty telies voči svojmu okoliu (napr.  $0.6 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  pri kontraste karbonátov voči sedimentom)

kontrolná otázka: Ako budeme zadávať hustoty v prípade dutín?

# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

## **hlavné koncepcie:**

2D,  $2^{1/2}$ D (2.5D),  $2^{3/4}$ D (2.75D), 3D

hlavné problémy sú: spôsob zadávania dát (veľký rozdiel medzi 2D a 3D)  
a rýchlosť výpočtu (najmä pri 3D)

## **profesionálne softvéry:**

GM-SYS (2.75D), GM-SYS 3D (*NAD, USA*)

Potent (2.5D, 2.75D, 3D) (*PC Potentials, Australia*)

Fugro (2.5D, 2.75D, 3D) (*Fugro LCT, Huston, USA*)

IGMAS a IGMAS+ (3D) (*FU Berlin, CAU Kiel, Nemecko*)

## **iné softvéry:**

Mod3D (3D) (*UK BA, UNI Tübingen, Nemecko*)

GMT-AUTO (*skupina z Kieva*)

...

*interpretácia v gravimetrii,  
nepriame metódy - modelovanie*

**profesionálne softvéry (naša výuka):**

GM-SYS (2.75D) – predmet „Modelovanie“ (ZS, 2.r.)

Potent (2.5D, 2.75D, 3D) – v rámci tohto predmetu

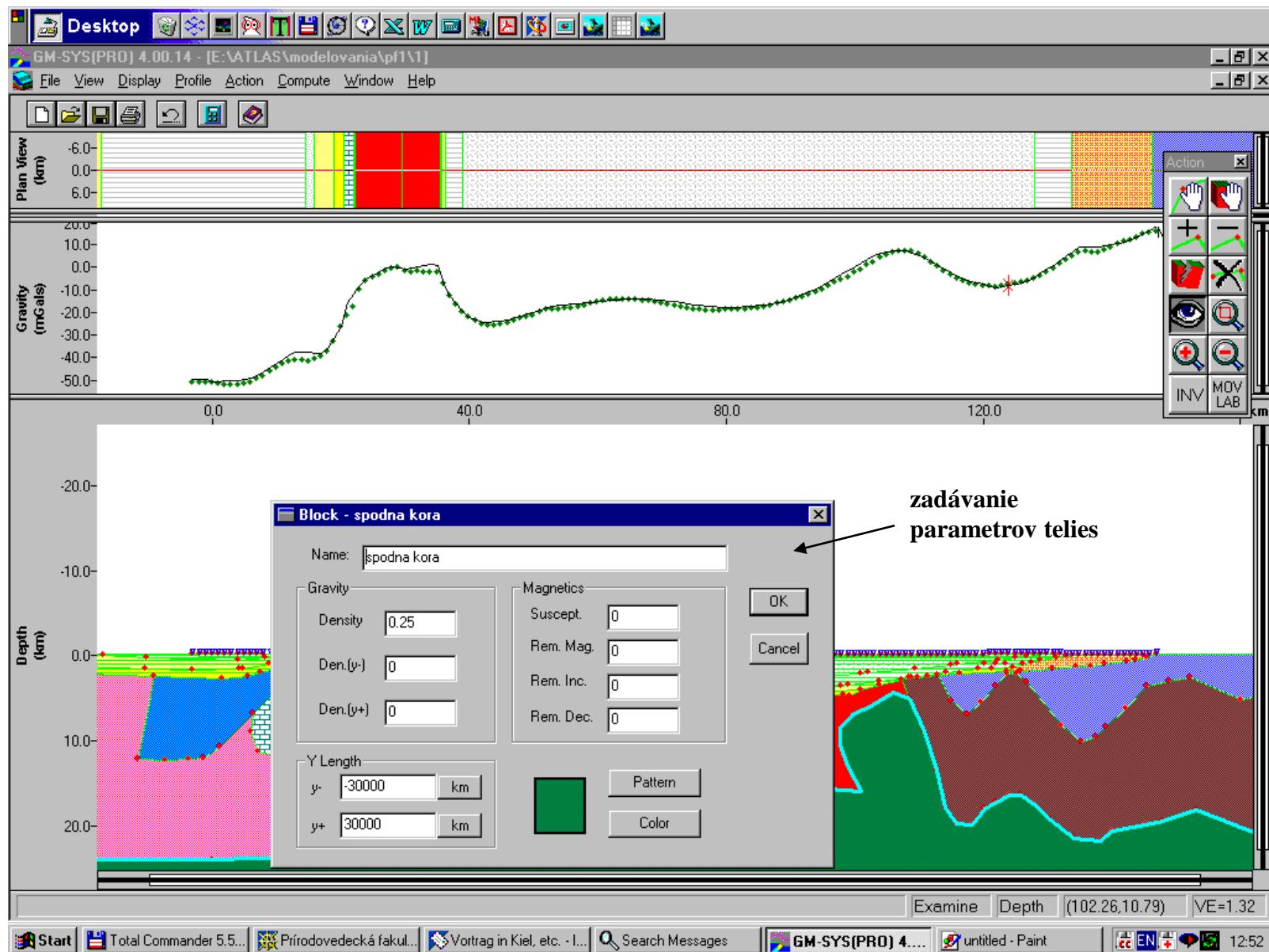
IGMAS a IGMAS+ (3D) – pobyt v Kieli (+SAV)

**iné softvéry:**

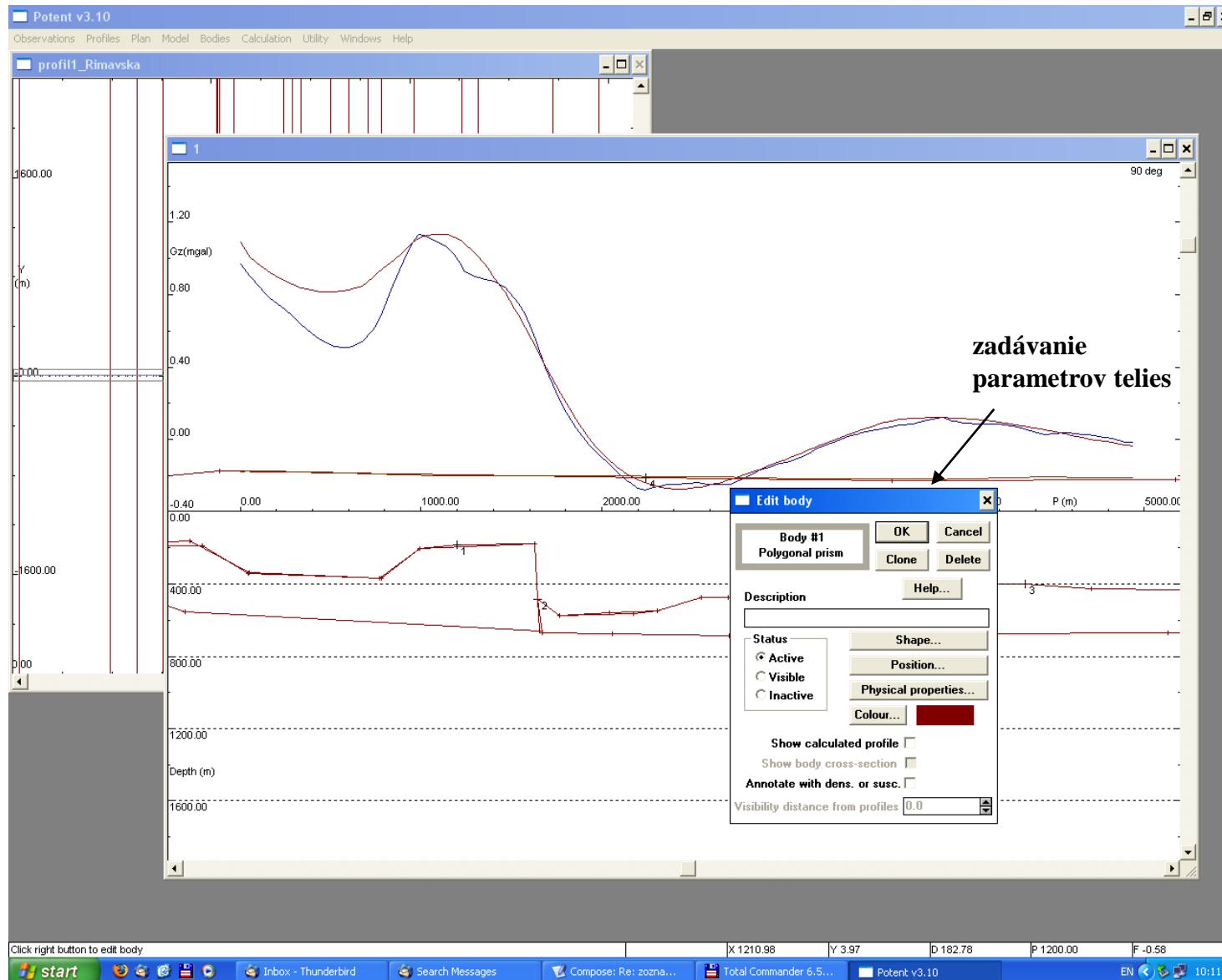
Mod3D (3D) – predmet „Modelovanie“ (ZS, 2.r.)

GMT-AUTO – školenie od našich doktorandov alebo  
pobyt v Kieve

# GM-SYS (2.75D) – predmet „Modelovanie“ (ZS, 2 r.)



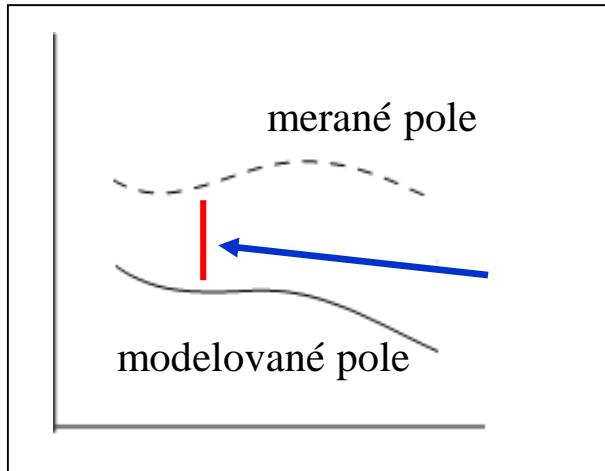
# Potent (2.5D, 2.75D, 3D) – v rámci tohto predmetu



## *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

Spôsoby modelovania a rozdelenie metód modelovania je možné kategorizovať rôznymi spôsobmi. Uvedieme si viaceré.

Problém posunu medzi poliami:



skoro vždy existuje určitý hladinový posun medzi týmito dvoma poliami, spôsobený (?) prejavom hlbších nehomogenít a zanedbaním niektorých efektov v ÚBA (napr. vplyv vzdial. terénu)

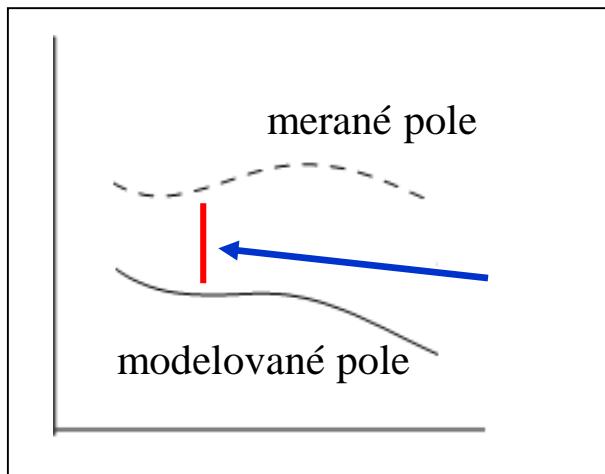
aké najhlbšie hustotné nehomogenity sa môžu prejavovať v mapách Bouguerových anomálií reginálnych mierok(?) :

- a) kôrové ?
- b) plášťové ?
- c) z jadra ?

## *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

Spôsoby modelovania a rozdelenie metód modelovania je možné kategorizovať rôznymi spôsobmi. Uvedieme si viaceré.

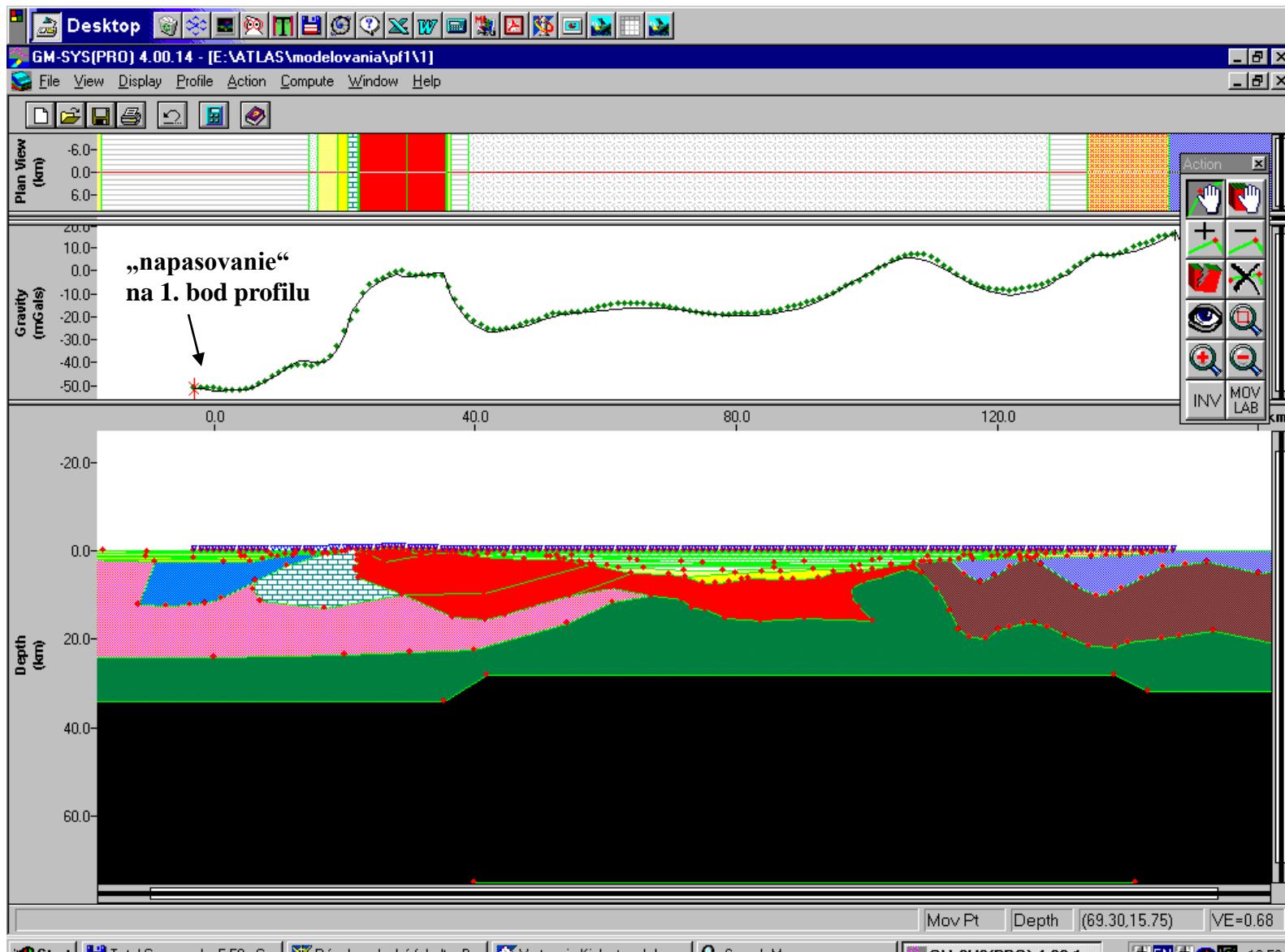
Problém posunu medzi poliami:



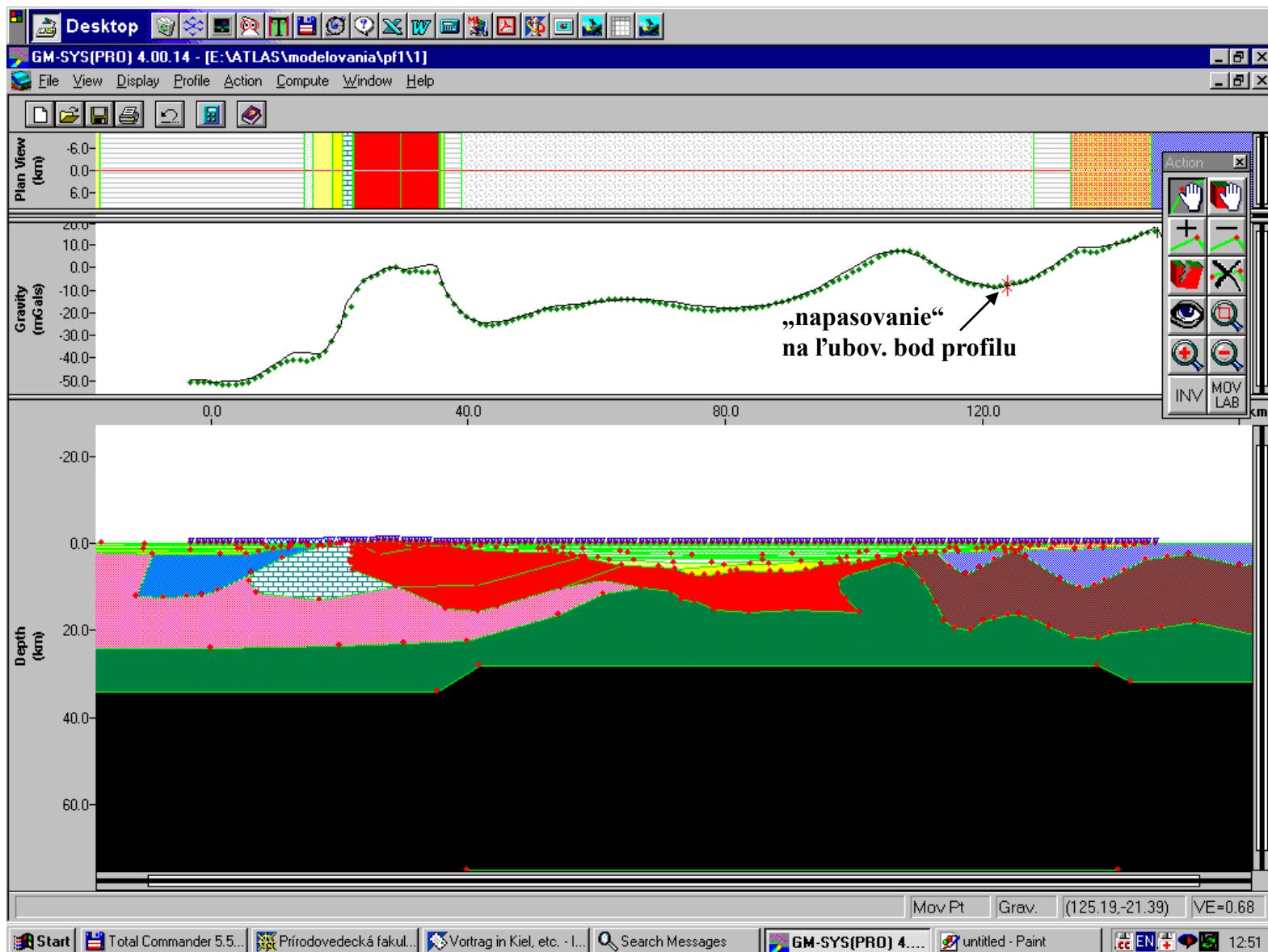
štandardné riešenia na ošetrenie  
hladinového posunu medzi modelovanou  
a nameranou krivkou (poľom?)

1. umelé doplnenie hlbších nehomogenít (vel'ký hranol, doska), ktoré posunú krivku (pole) nahor/nadol (*napr. Potent*)
2. napasovanie kriviek na určitý spoločný bod (určený interpretátorom) (*napr. GM-SYS*)
3. štatisticky – odpočítaním mediánu od oboch kriviek (polí) (*napr. Mod3D*)

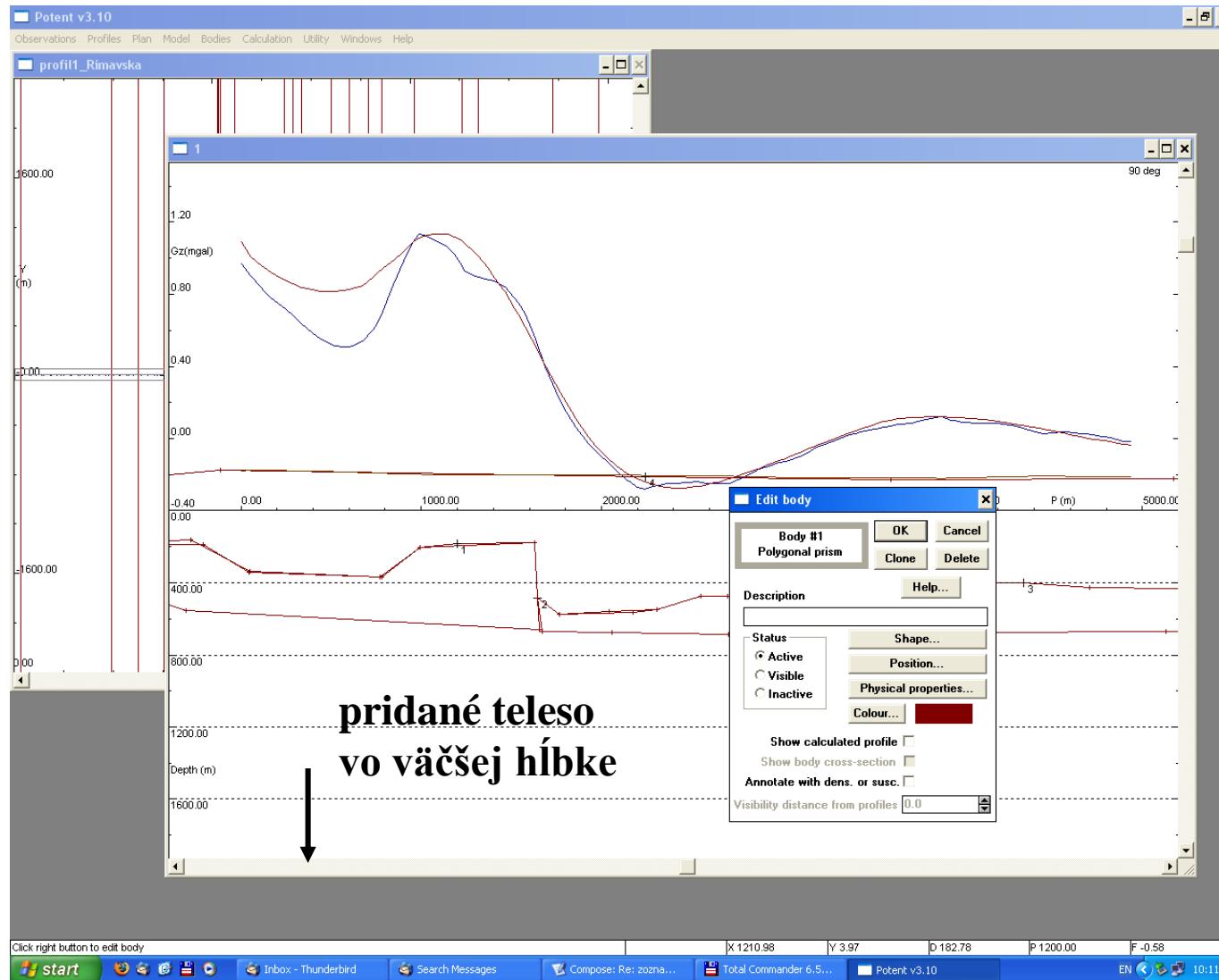
# ošetrenie posunu polí v rámci programu GM-SYS



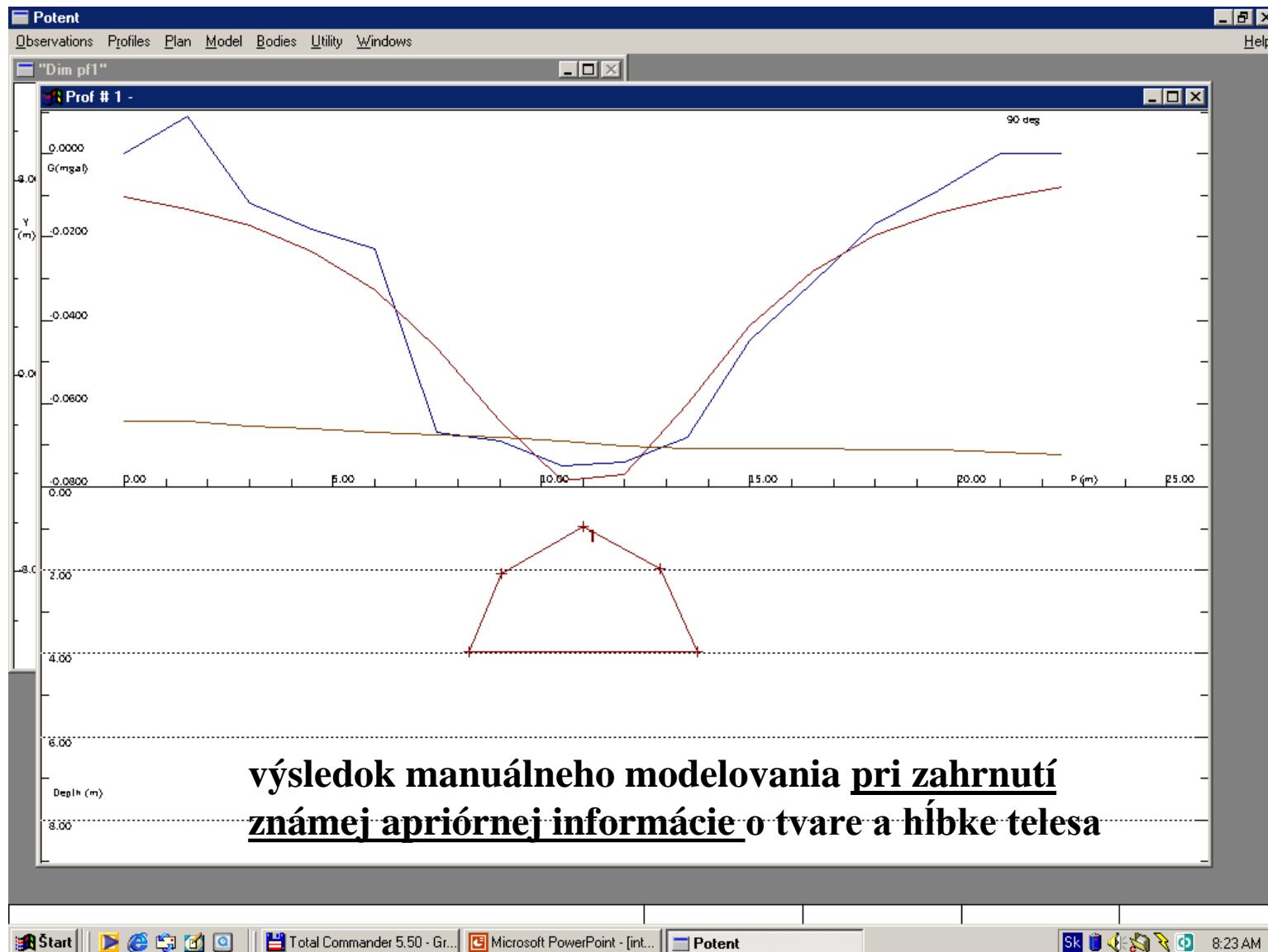
# ošetrenie posunu polí v rámci programu GM-SYS



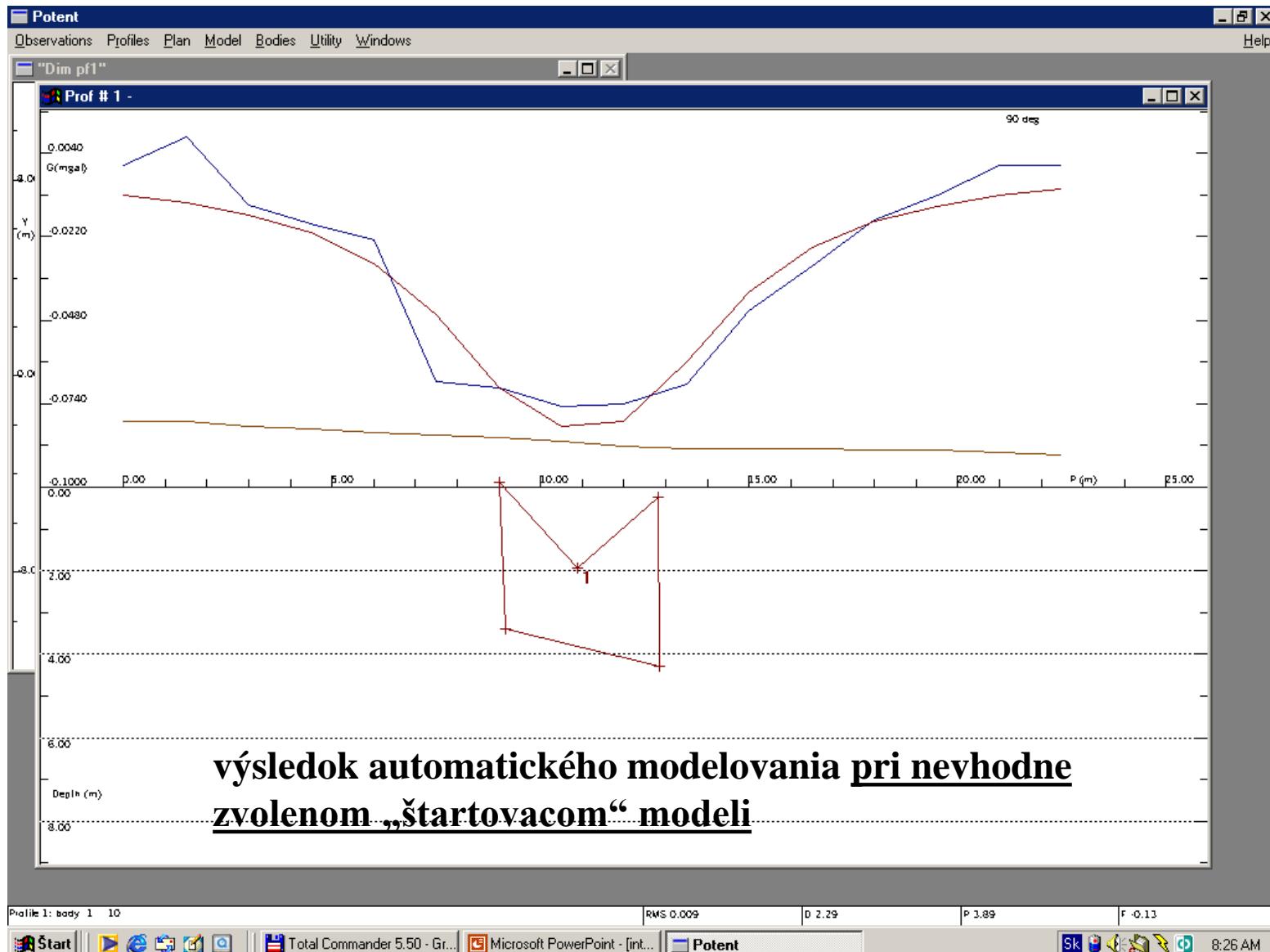
# ošetrenie posunu polí v rámci programu Potent



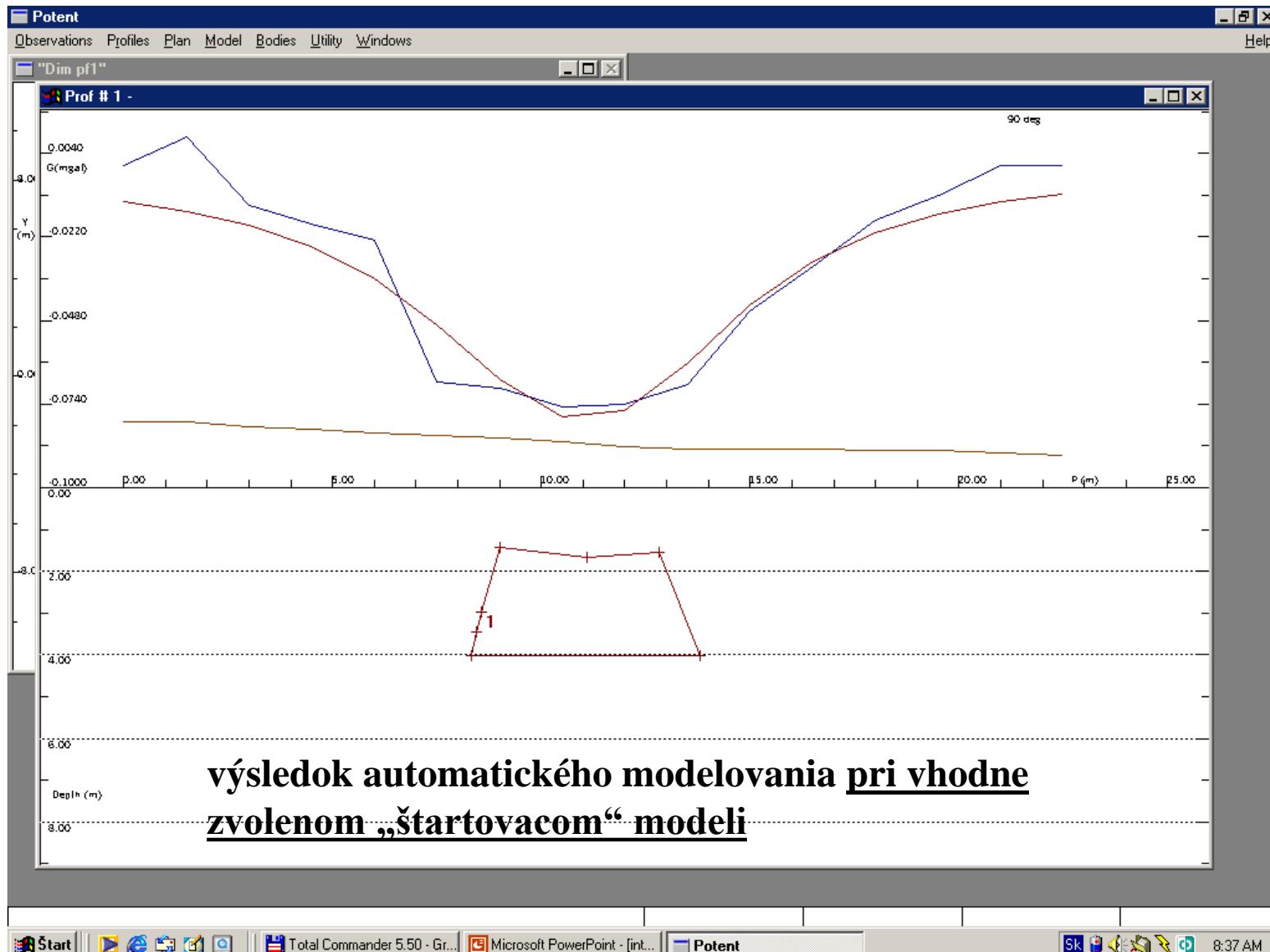
# manuálne vs. automatické modelovanie (program Potent)



## manuálne vs. automatické modelovanie (program Potent)



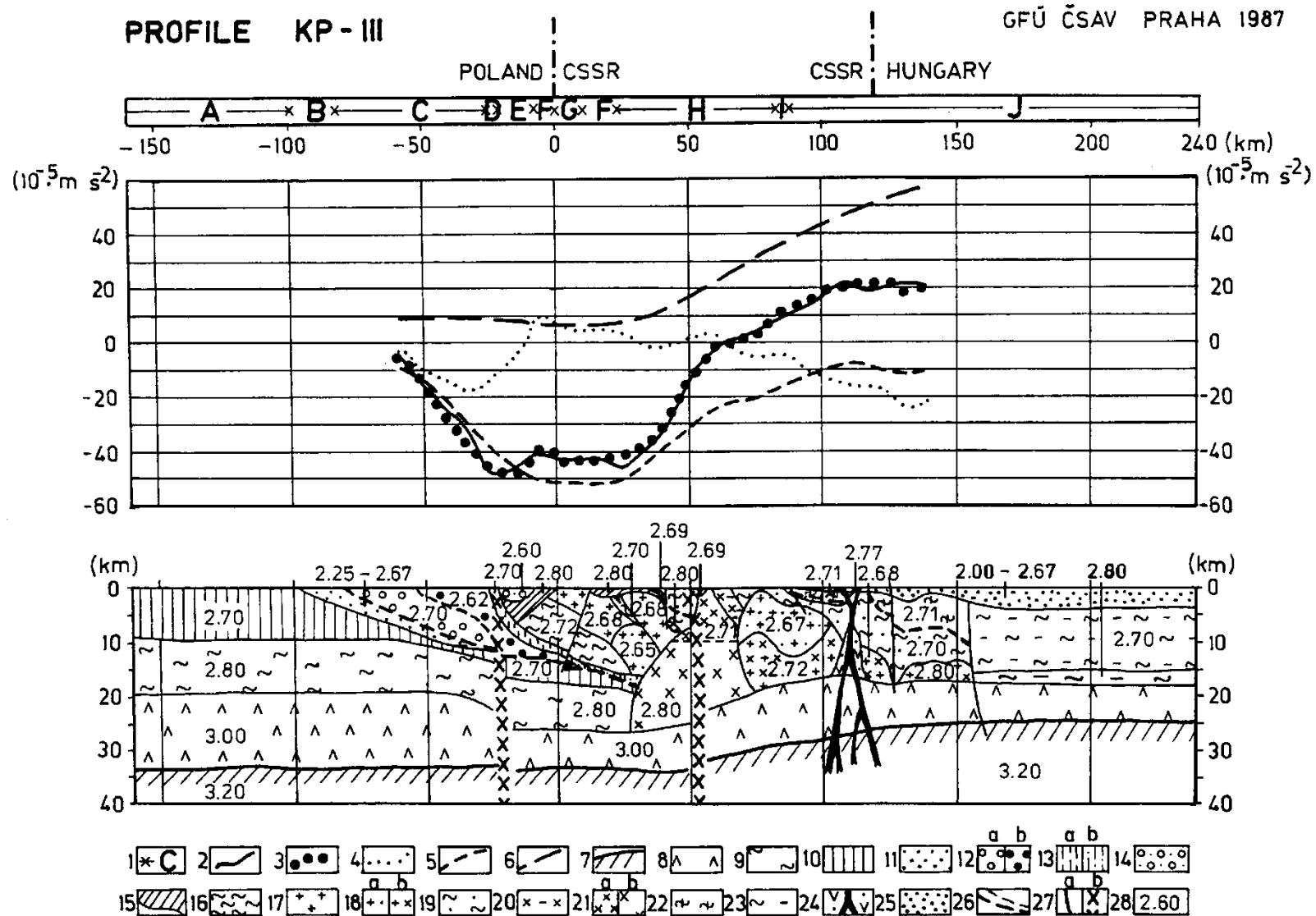
## manuálne vs. automatické modelovanie (program Potent)



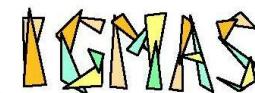
# DENSITY MODEL

GFÚ CGV SAV BRATISLAVA 1987  
GFÚ ČSAV PRAHA 1987

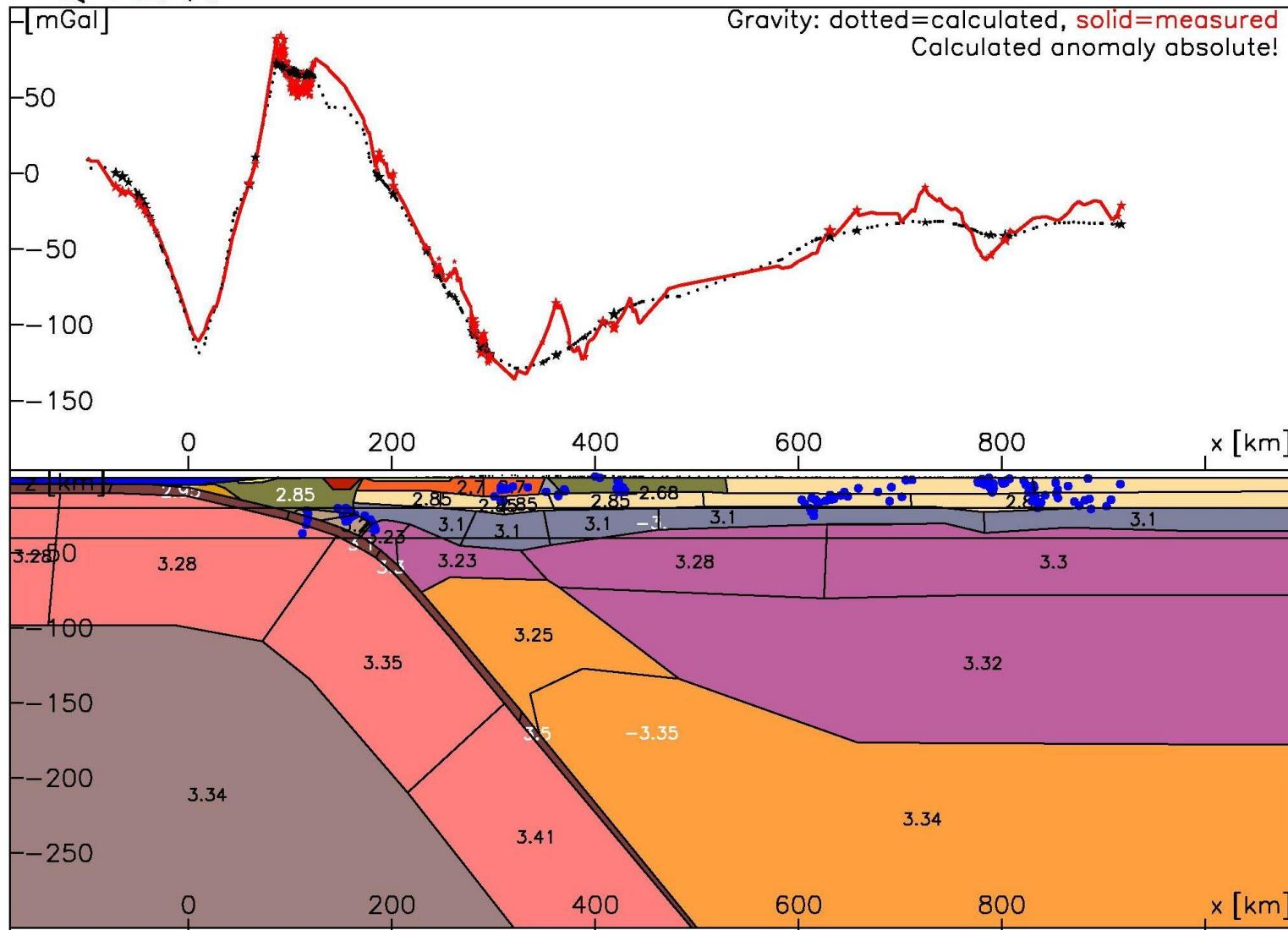
## PROFILE KP - III



# výsledok manuálneho modelovania litosférických štruktúr (program IGMAS)



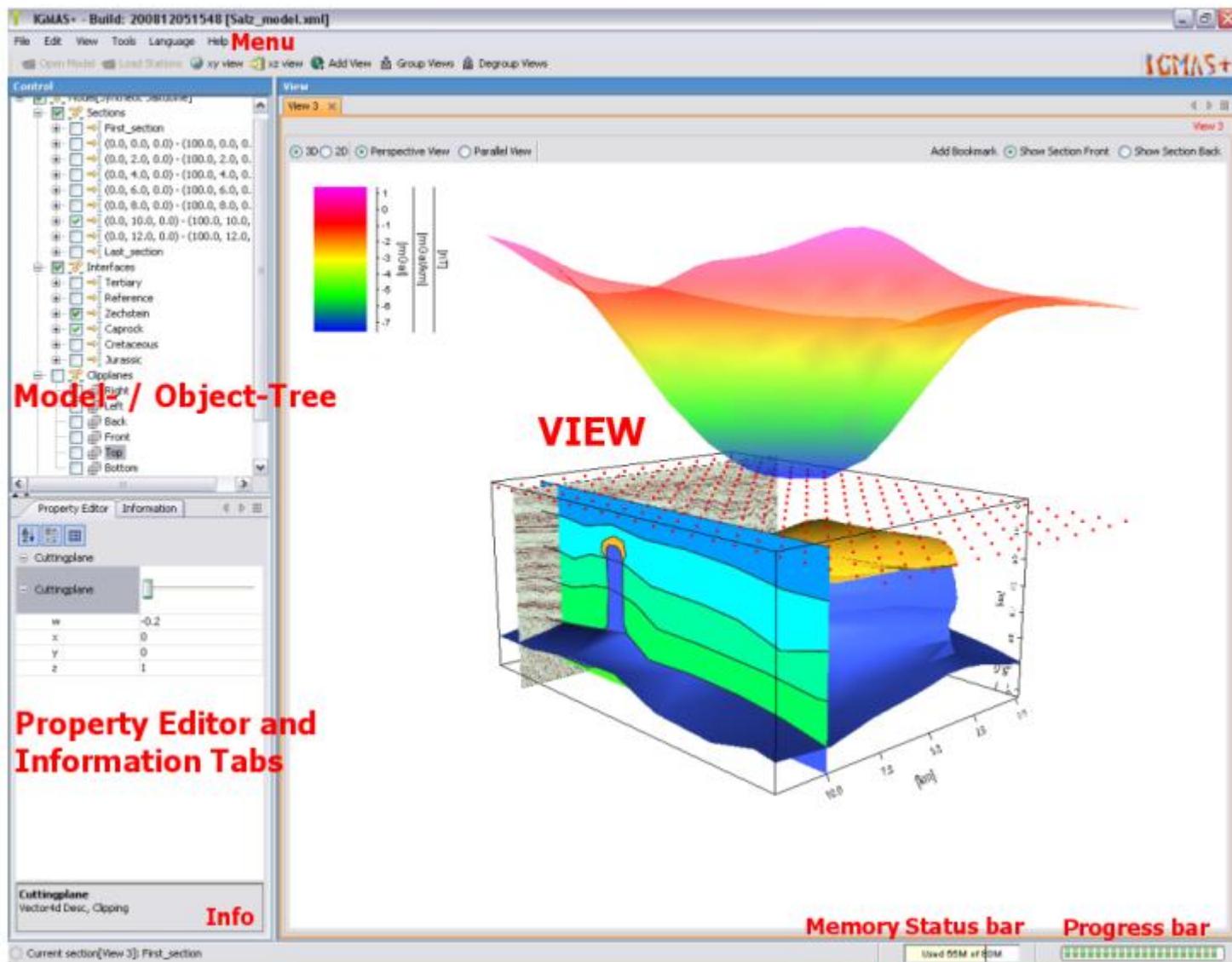
3-D Gravity and Magnetic Modeling  
Along the Chilean Margin at 36–42S Vers. 2 / 2



# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

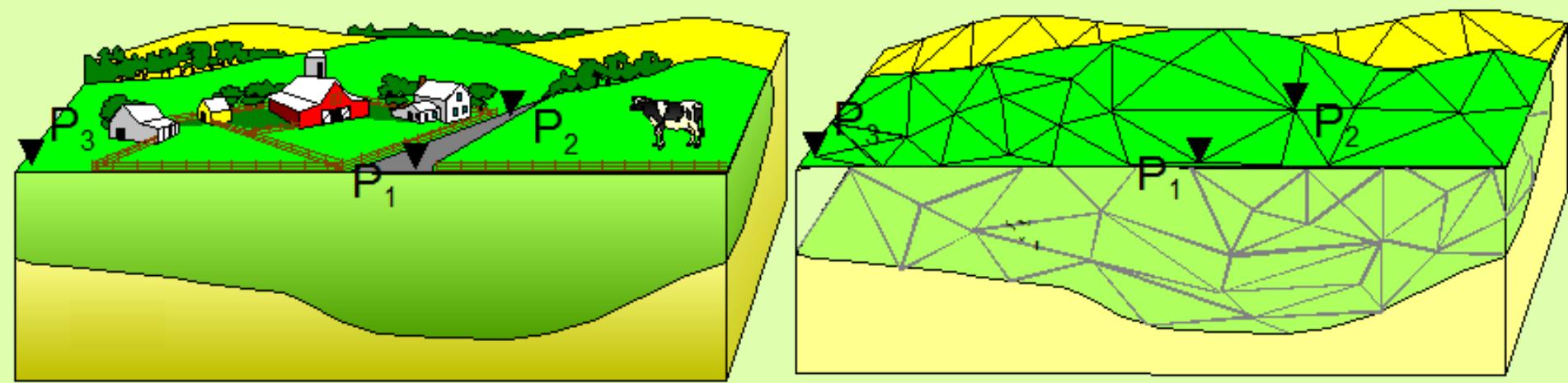
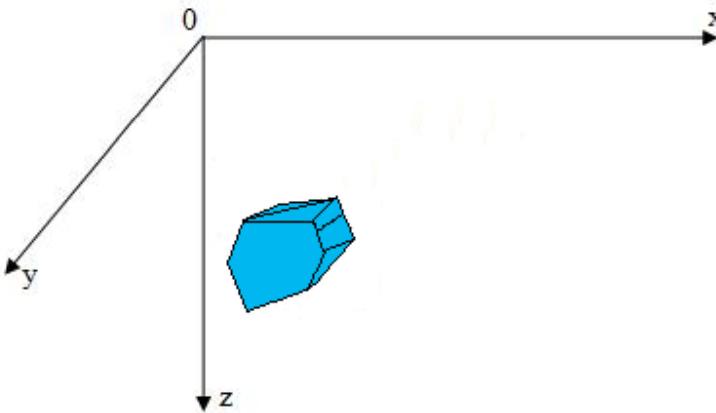


The Igmas+ Layout



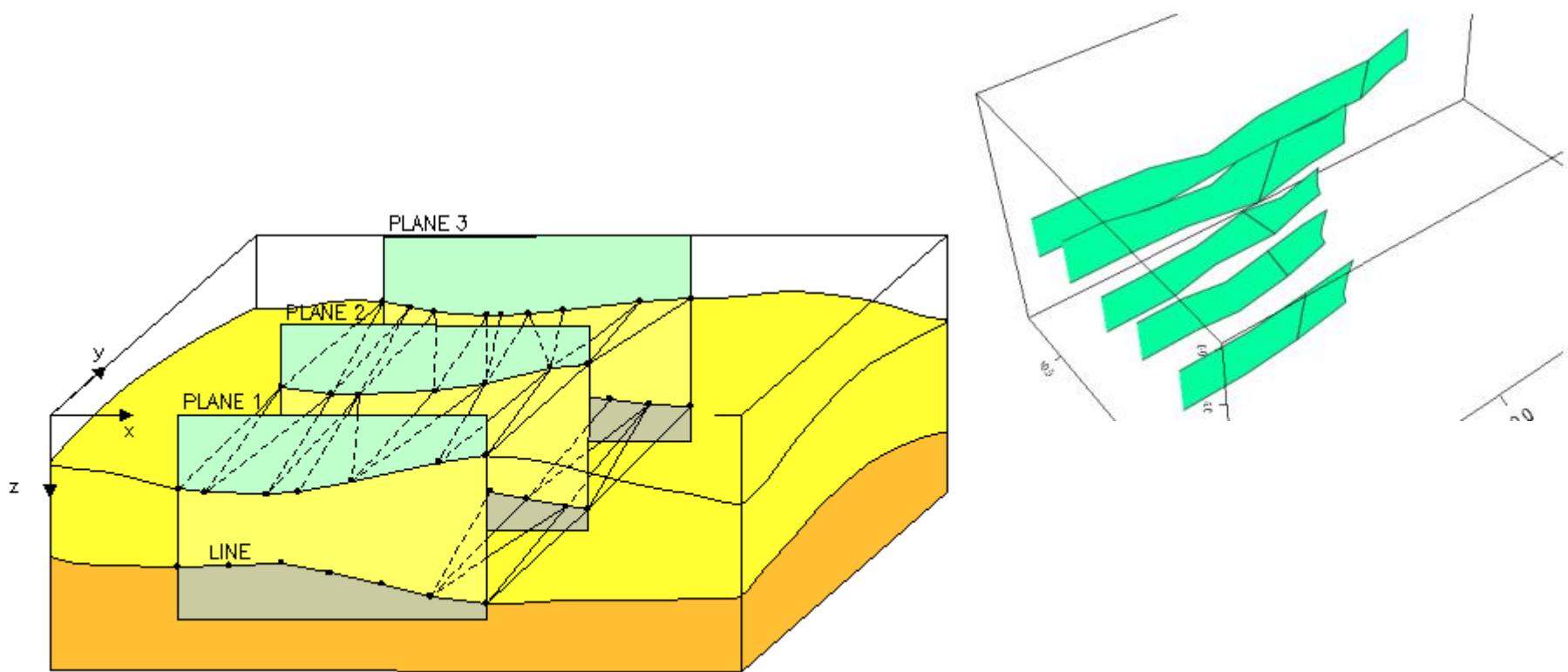
## manuálnehe modelovanie litosférických štruktúr (program IGMAS)

program využíva koncept 3D polyédrov (Götze, Lahmayer, 1988)



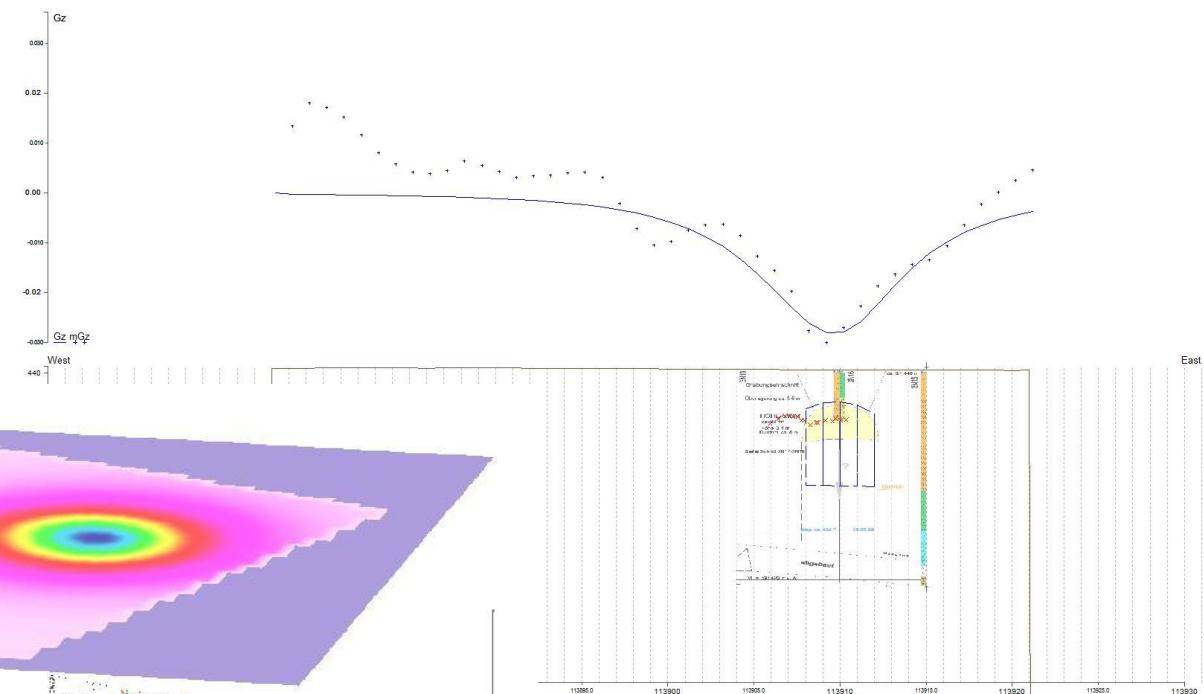
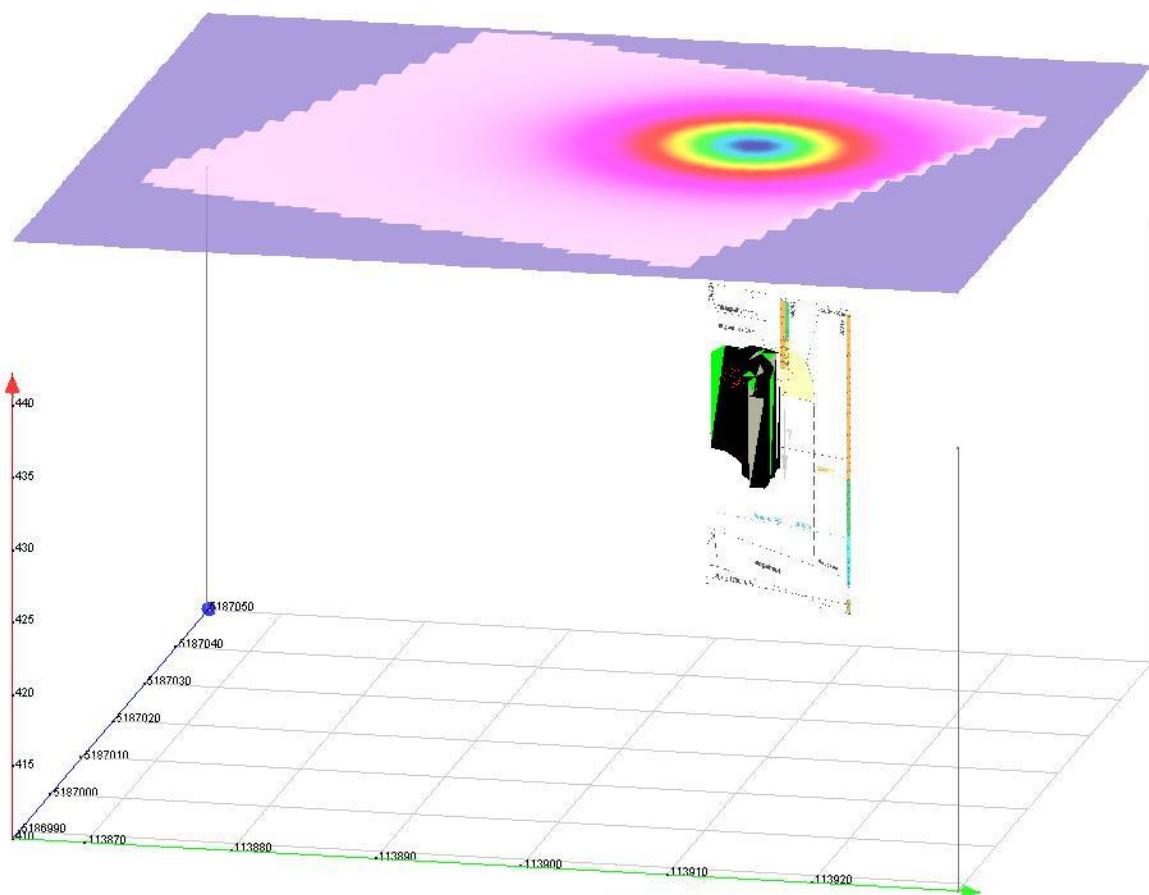
## manuálnehe modelovanie litosférických štruktúr (program IGMAS)

tvary telies sa však zadávajú na profíloch  
(vo vertik. rezoch), tieto sa potom medzi  
sebou navzájom spájajú (pomocou triangulácie)



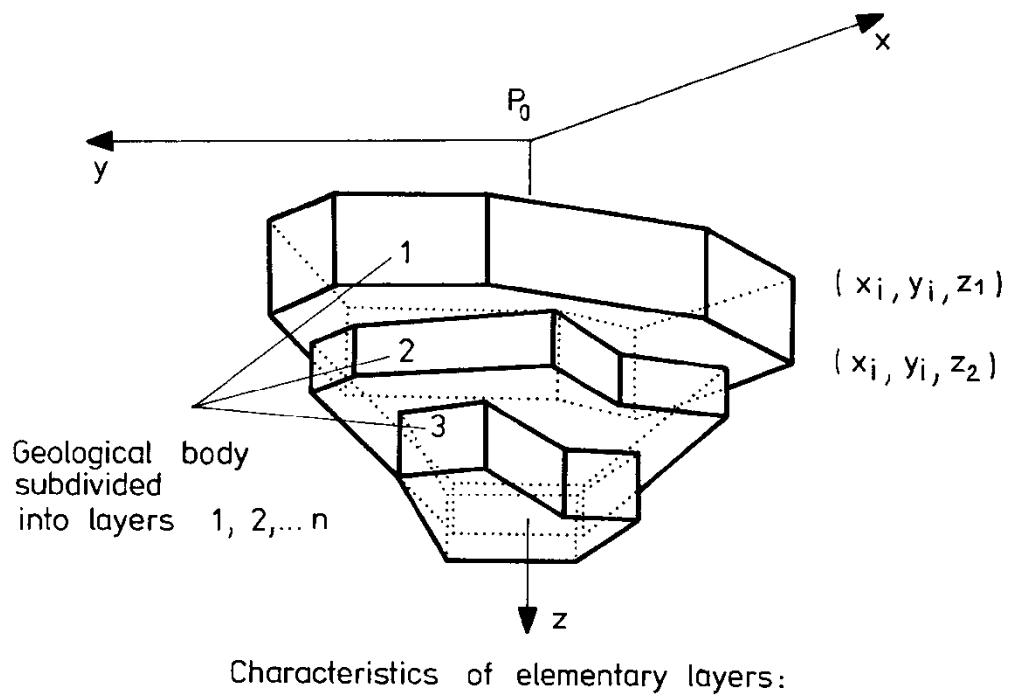
# Mod3D (autor: Igor Cerovský, PhD.)

taktiež koncept  
polyédrov – a zadávania  
tvarov telies  
cez profily



# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - modelovanie*

starší prístup ku 3D modelovaniu:



Layer no.	Depth interval [m]	Density
1	$z_1 - z_2$	$\delta_1$
2	$z_2 - z_3$	$\delta_2$
...	...	...

2.5D vertik. hranoly  
(vztah na výpočet účinku:  
Smíšek, Plančár, Kršák, 1970)

upravený Talwaniho postup,  
vhodný na modelovanie  
účinkov výplní sediment.  
panví

# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

tzv. nepriame metódy

(so zapojením apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- modelovanie
- tvorba odkrytých máp (stripped maps)
- metóda riešenia hustotného rozhrania

## *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy – odkrývanie (stripping)*

základná úloha pri odkrývaní je namodelovať známe hustotné nehomogenity a ich účinok odstrániť z polí ÚBA alebo reziduálnych anomálií,

výstupom je pole, ktoré je lepšie geologicky interpretovateľné

apriórne údaje, využívané pri odkrývaní: vrty, výsledky karotáže, seizmika, ostatné geofyzikálne a geologické metódy

najčastejšie modelované útvary: kvartér, neogén  
(v mikrogravimetrii – známe dutiny)

ale môžu to byť aj hlbšie nehomogenity (napr. priebeh MOHO)

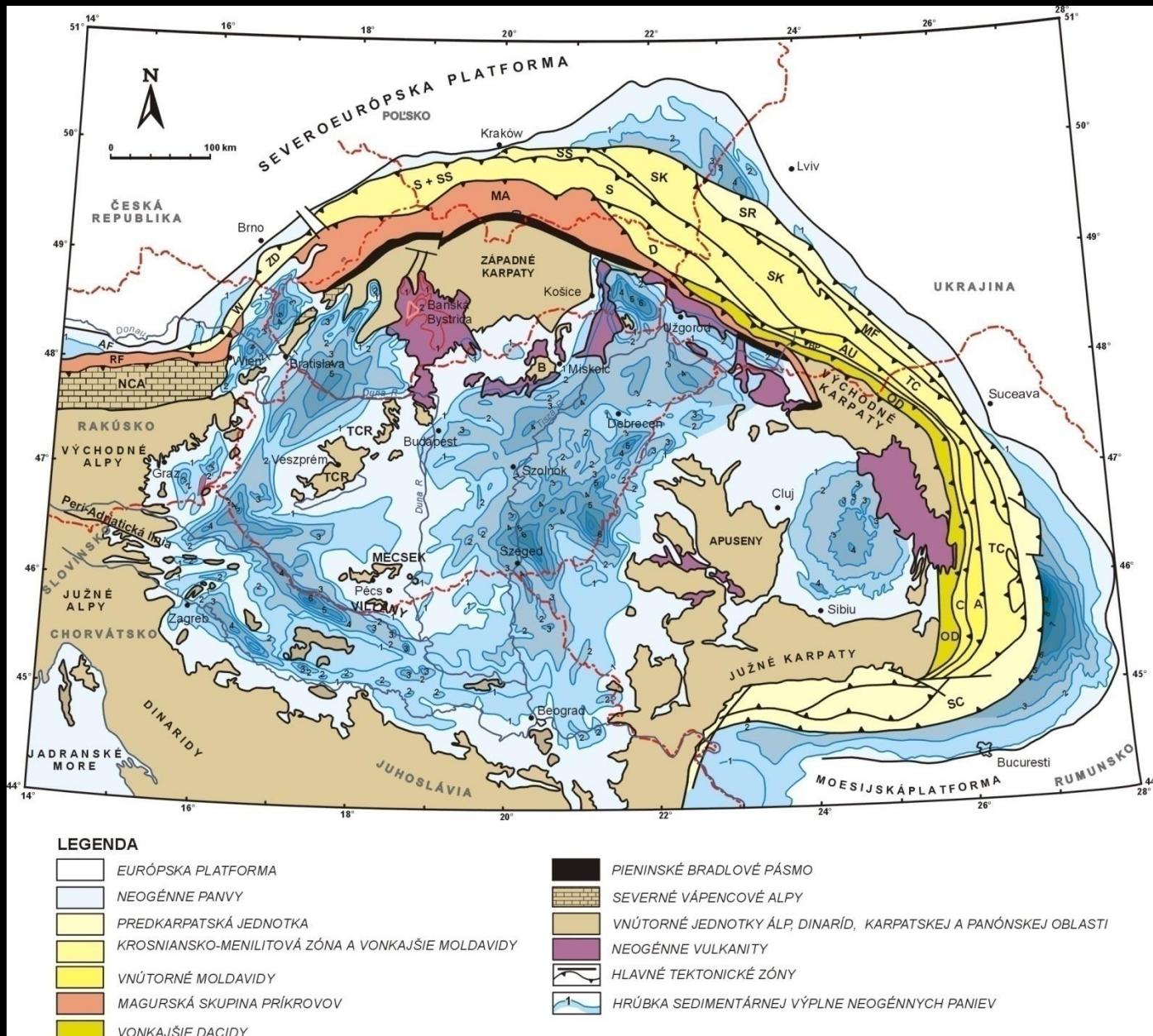
## *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - odkrývanie*

základná úloha pri odkrývaní je namodelovať známe hustotné nehomogenity  
a ich účinok odstrániť z polí ÚBA alebo reziduálnych anomálií,

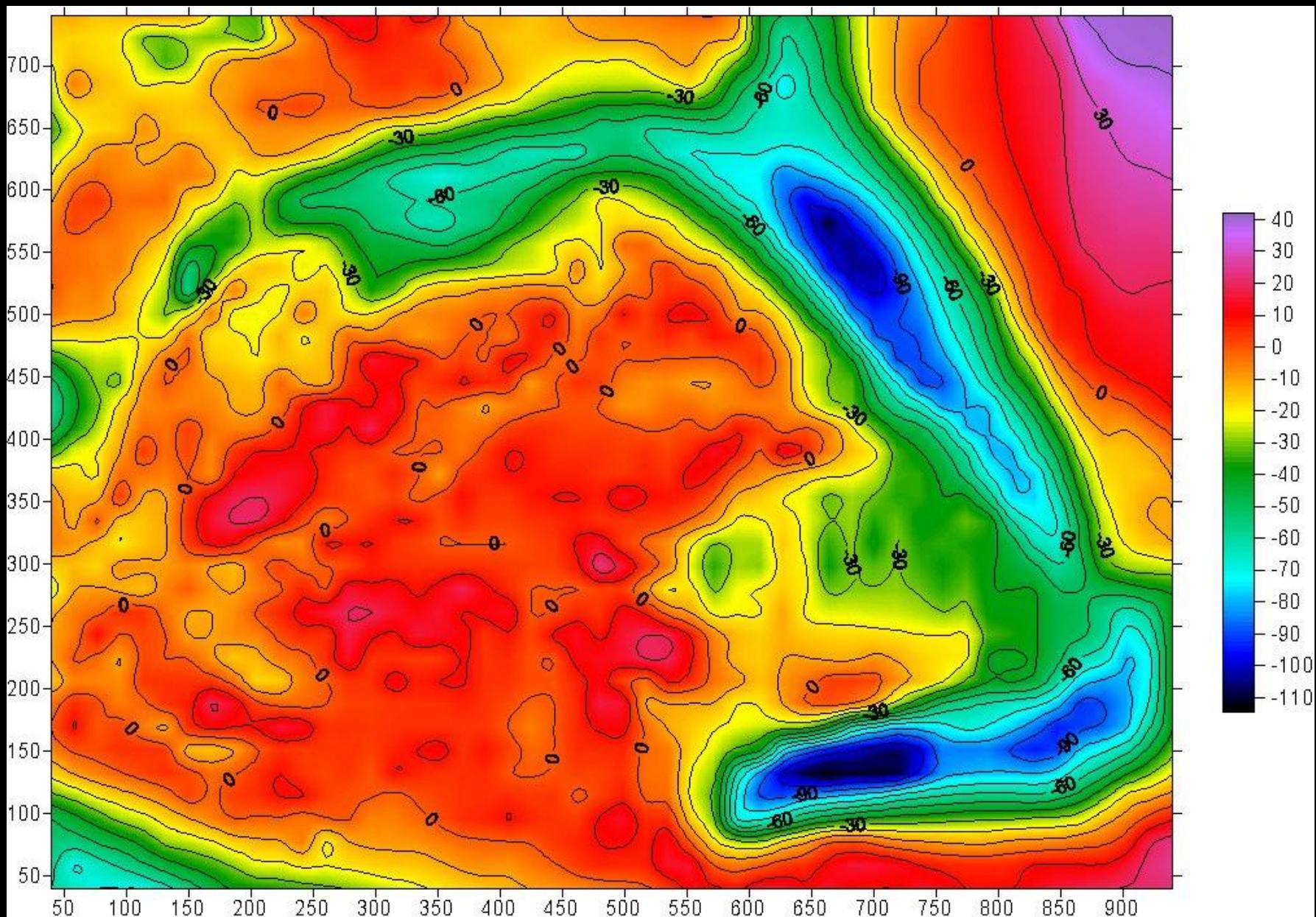
modelovanie – pomocou proximácie jednoduchých telies,  
ako 3D pravouhlé hranoly, 2.5D horiz. alebo vert. hranoly, 3D polyédre,  
atď.

týmto spôsobom boli odkryté u nás účinky veľkých neogénnych panví  
(Podunajská, Východoslovenská, Popradská/Liptovská, Turčianska),...

dá sa povedať, že česko-slovenská škola sa v prípade aplikácií  
metódy odkrývania dostala veľmi ďaleko

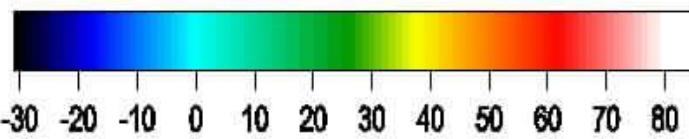
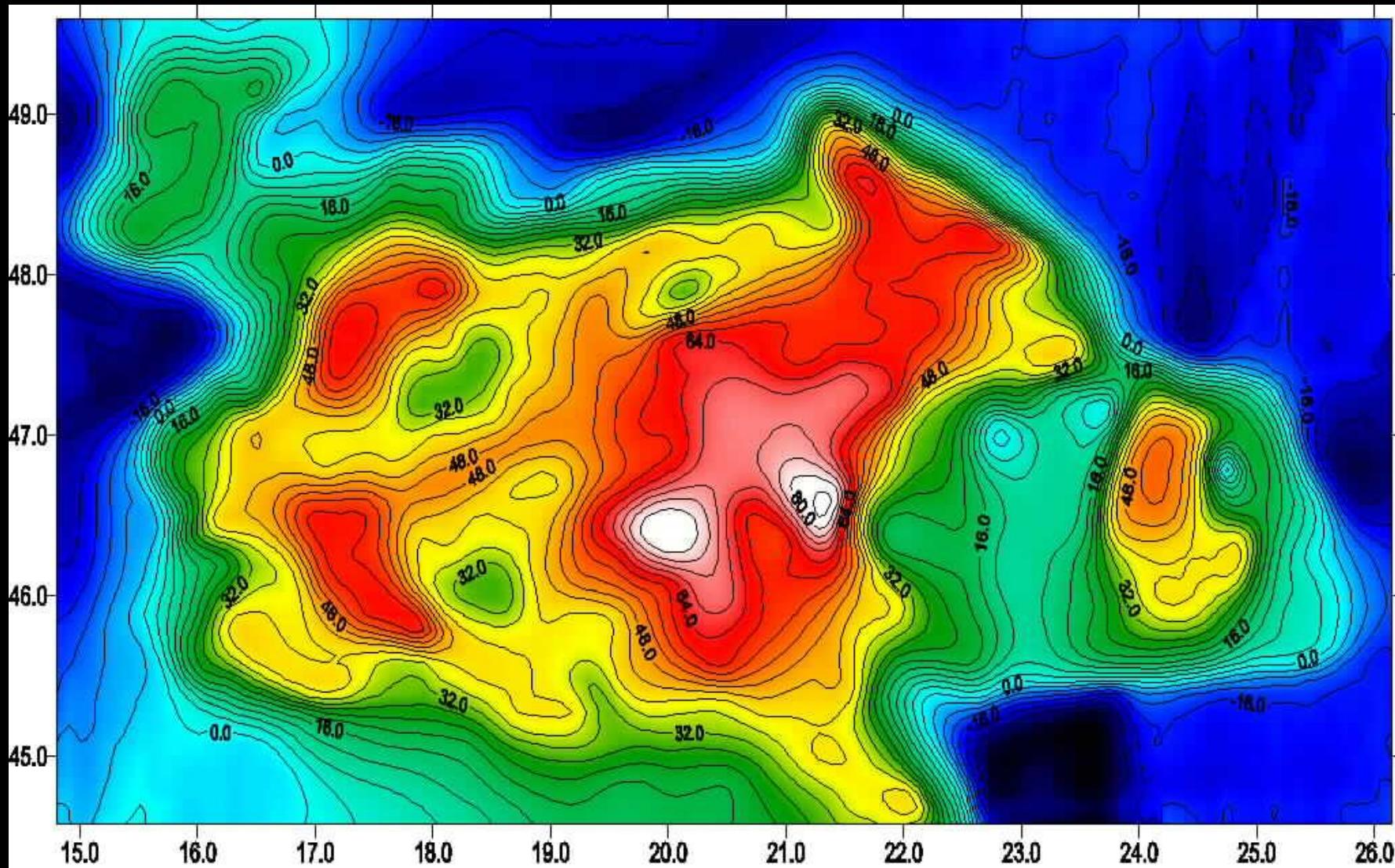


odkrytie účinku vonkajších Karpát v karpatsko-balkánskej oblasti (Bielik, 2005)



ÚBA v karpatsko-balkánskej oblasti

# výsledok - odkrytá mapa v karpatsko-balkánskej oblasti



d'alejší pokus - odkrytá mapa v karpatsko-balkánskej oblasti na základe výsledkov projektu CELEBRATION (3D modelovanie. Tašárová et al.. 2009. Tectonophysics)

vstupné dátá  
(hlbky rozhrani)

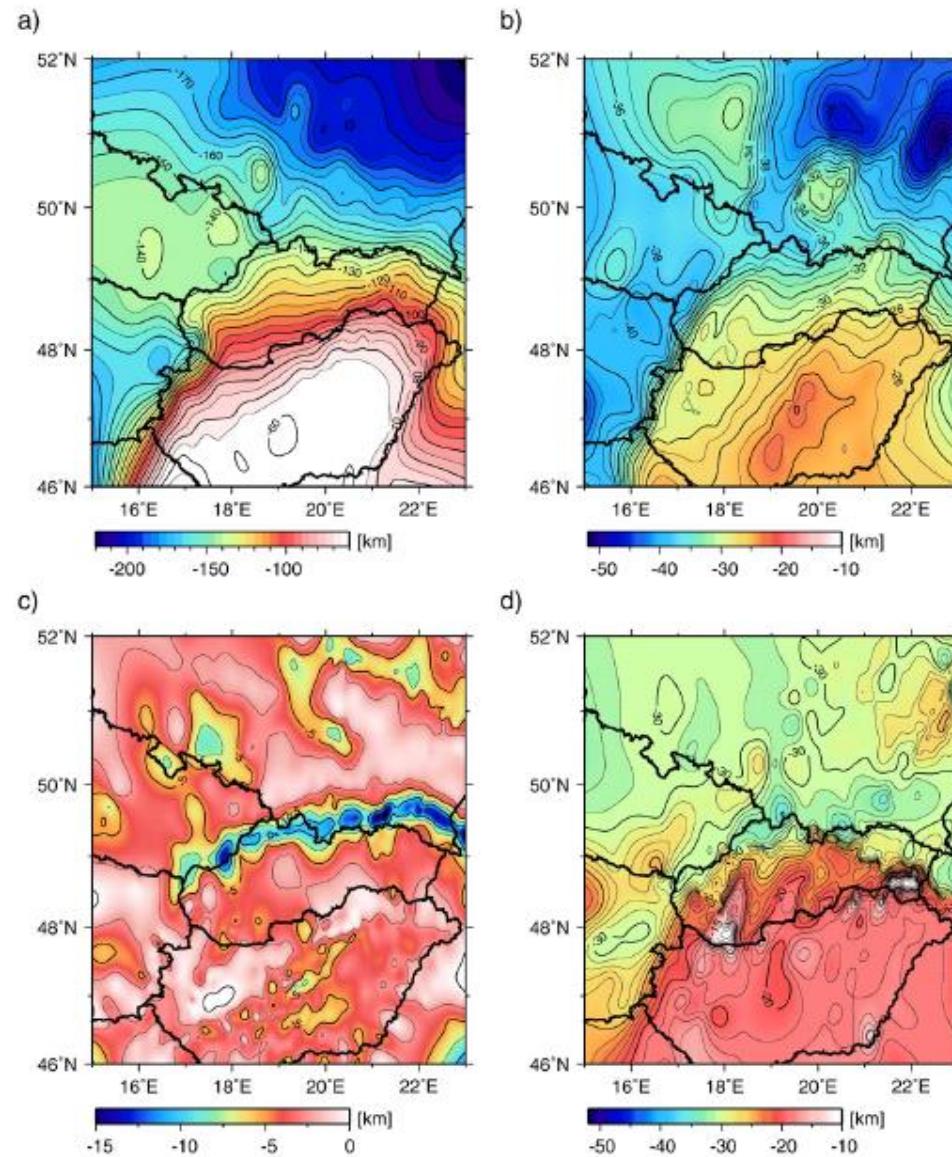


Fig. 7. Maps showing depth to the major density boundaries derived from the 3-D modelling: a) lithosphere–asthenosphere boundary (LAB), b) crust/mantle boundary (Moho), c) bottom of the sedimentary basins, and d) top of the lower crust.

d'alejší pokus - odkrytá mapa v karpatsko-balkánskej oblasti na základe výsledkov projektu CELEBRATION (3D modelovanie, Tašárová et al., 2009, Tectonophysics)

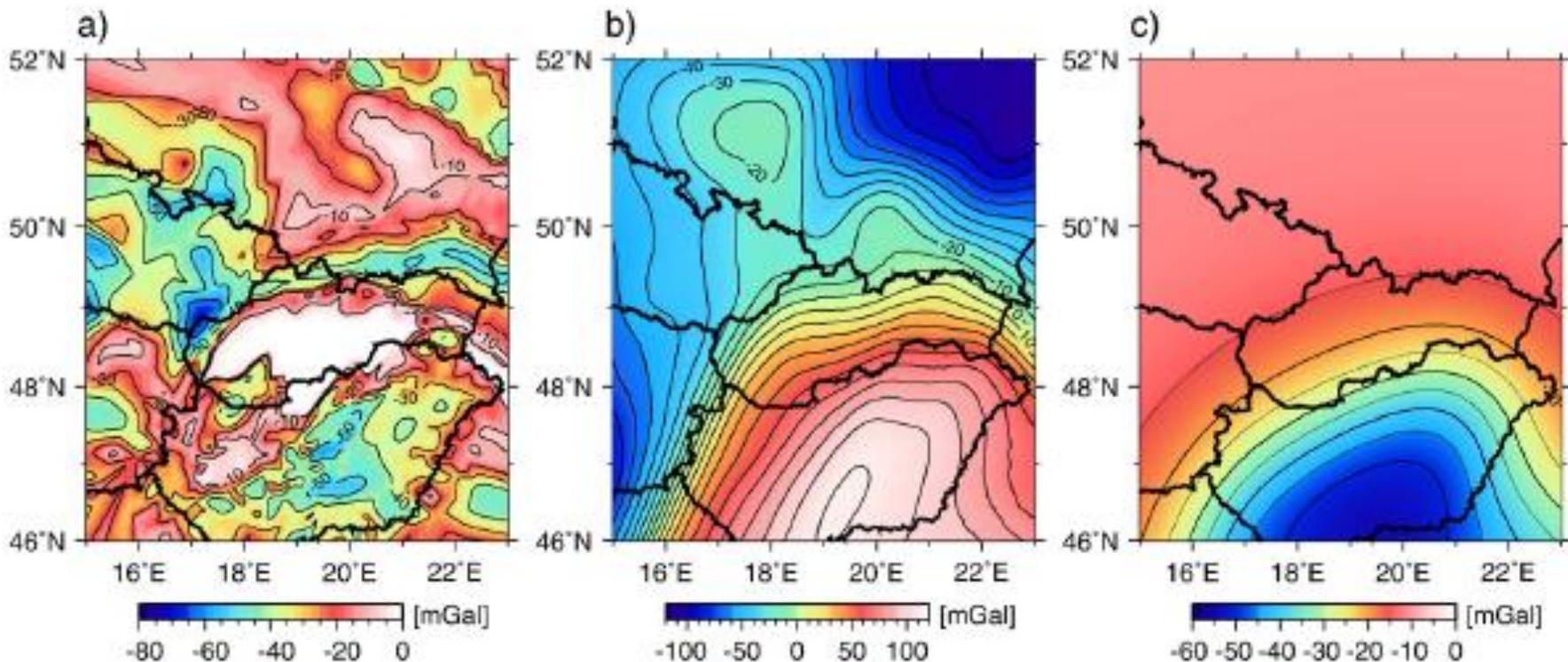
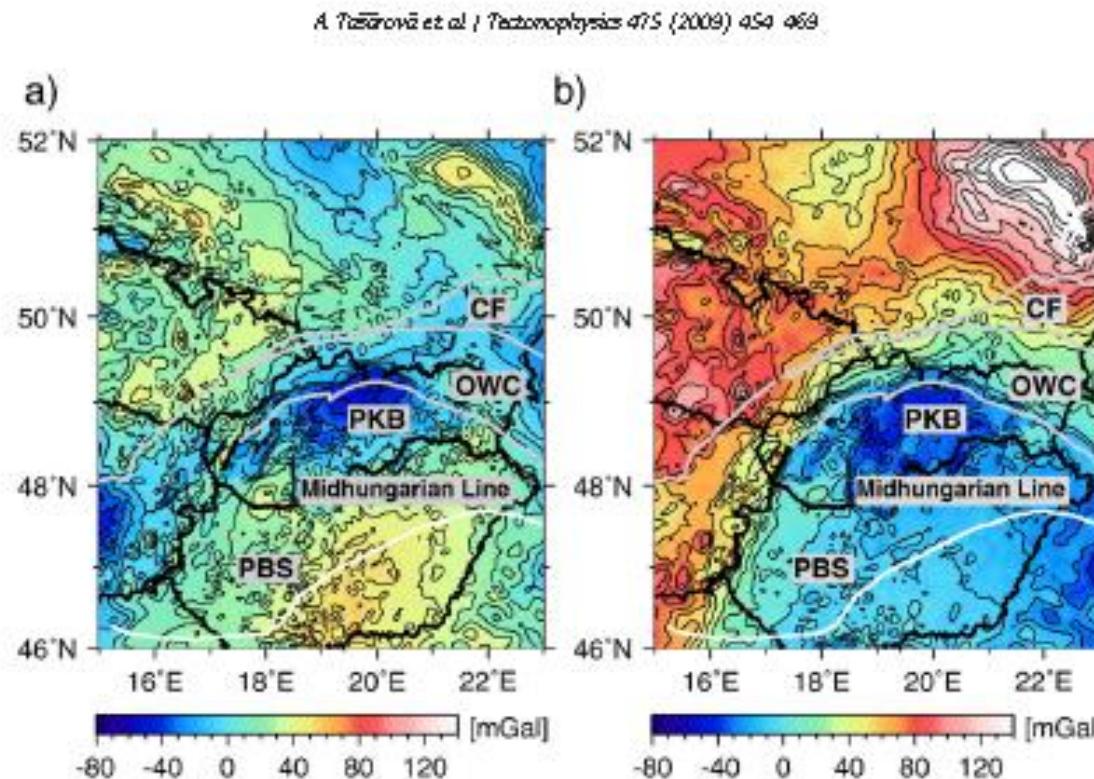


Fig. 8. Gravity effects calculated from the gravity model for a) sediments; b) Moho; c) LAb

vypočítané účinky najdôležitejších rozhranií

d'alší pokus - odkrytá mapa v karpatsko-balkánskej oblasti na základe výsledkov projektu CELEBRATION (3D modelovanie, Tašárová et al., 2009, Tectonophysics)



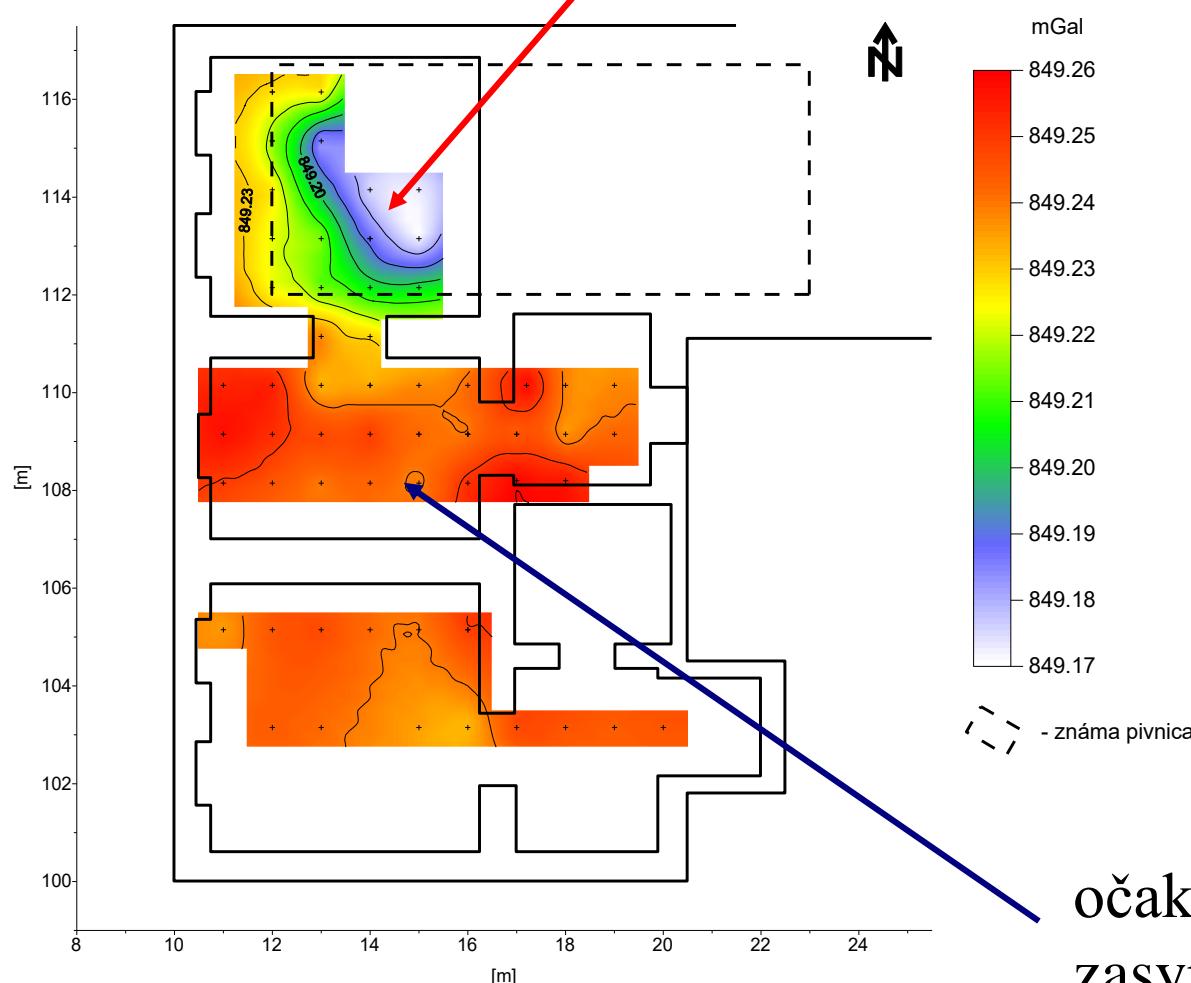
residual gravity anomalies calculated from gravity stripping: a) sediment stripped map and b) complete stripped map (for explanation see text). The thick grey lines mark geological units of the Western Carpathian-Pannonian Basin region. Also, the Midhungarian Line (white) from Fig. 2 shows the border between the ALCSEA and Tisza-Dacia zones. Acronyms as in Fig. 1.

výstup – kombinácia reziduálnych a odkrytých máp  
(odkryvanie aj hlbokých partií)

# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - odkrývanie*

ÚBA z mikrogravimetrických meraní vo Sv. Jure

prejav známej pivnice (hmmm, vínnej)

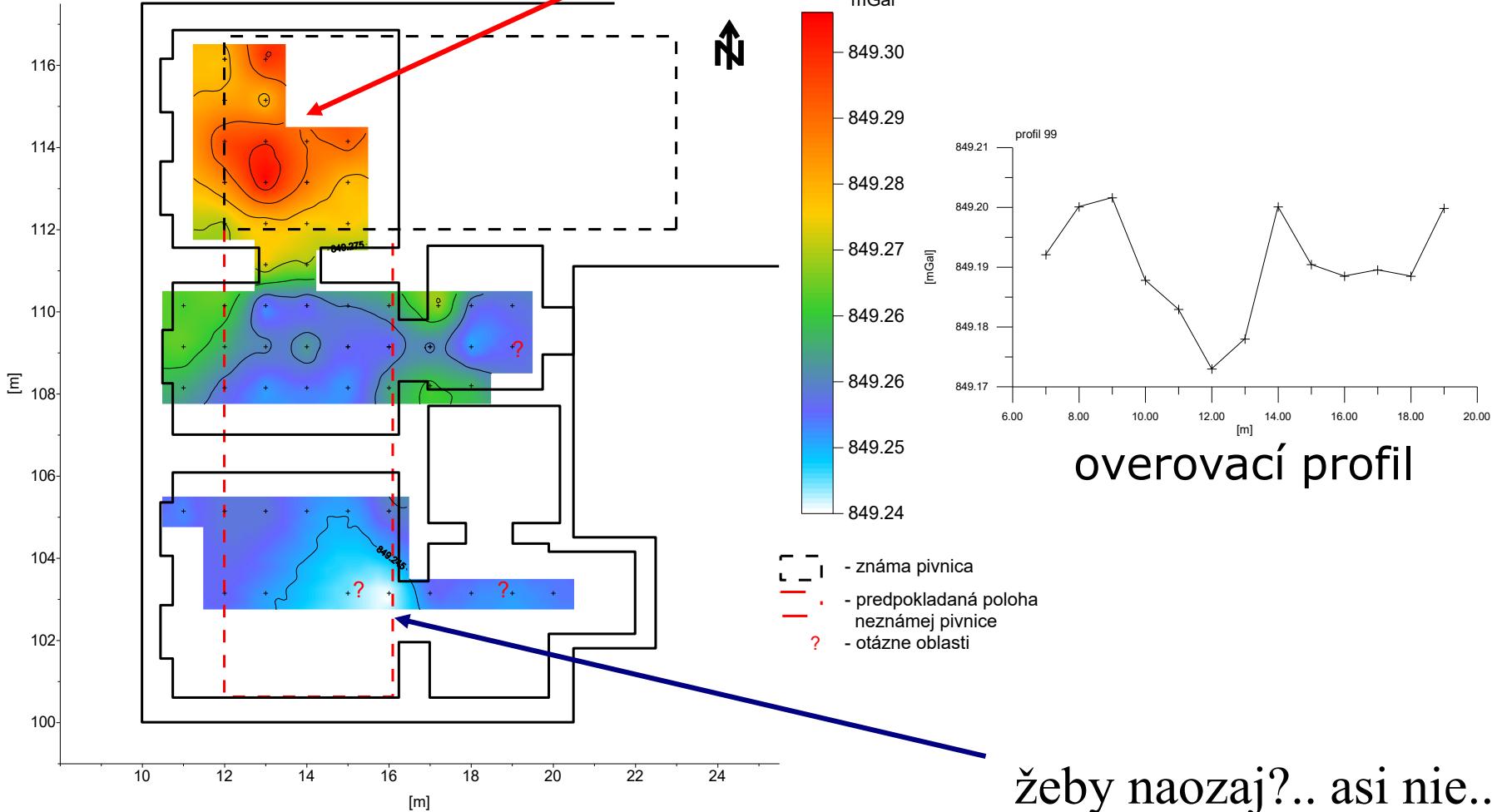


očakávaná prítomnosť  
zasypanej pivnice  
(hmmm, tiež .....,)

# *interpretácia v gravimetrii, nepriame metódy - odkrývanie*

ÚBA z mikrogravimetrických meraní vo Sv. Jure

prejav známej pivnice je odstránený



# výsledky mikrogravimetrického prieskumu kostola Sv. Václava v Tovačove (Bližkovský 1976, 1979)

860

M. BLÍŽKOVSKÝ

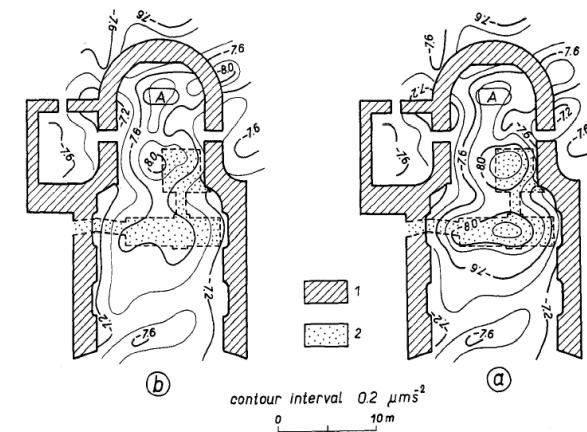
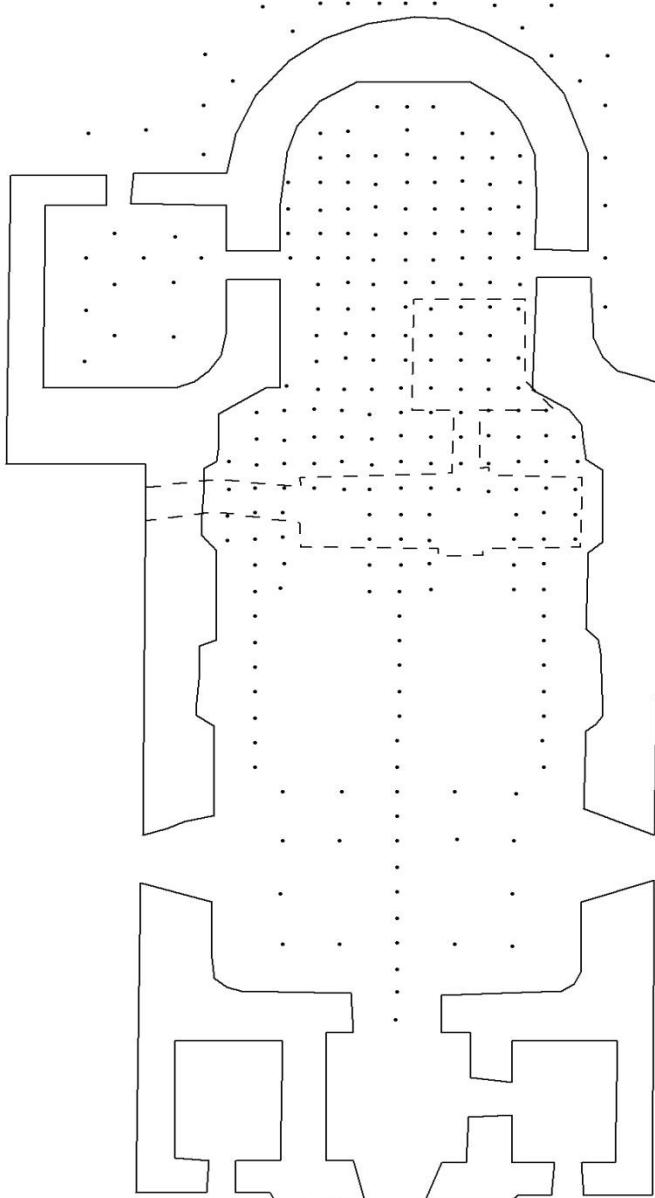
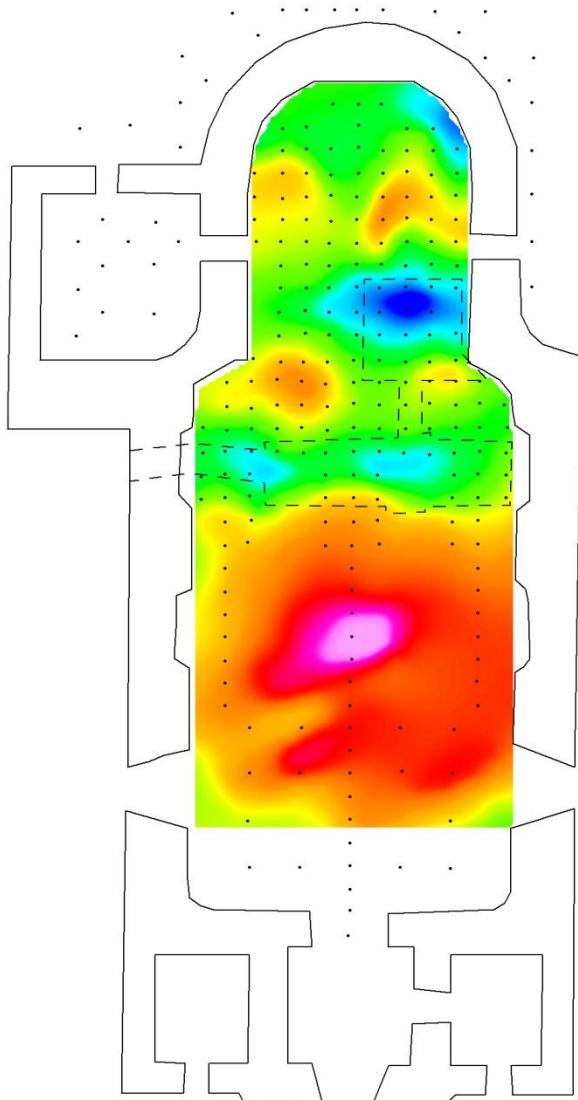


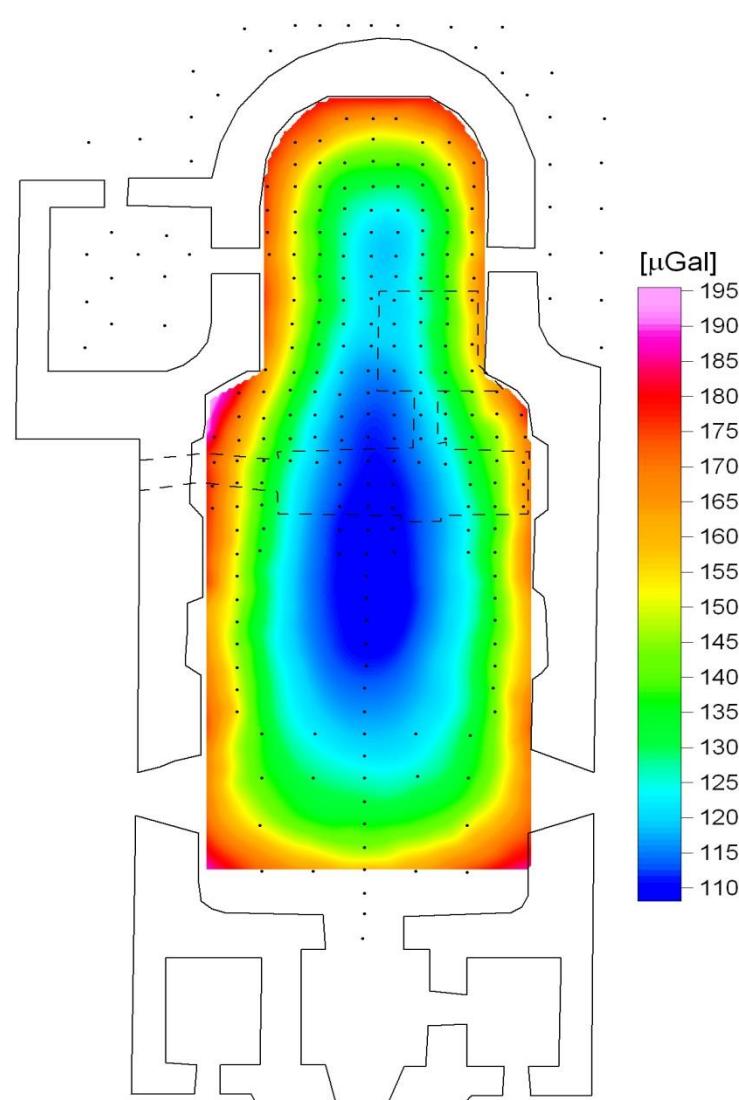
Fig. 10. Maps of Bouguer anomalies in the St. Venceslas church Tovačov. a) map corrected for gravity effect of walls, b) map corrected for gravity effects of walls and crypts.

- mikrogravimetria v sieti  $1 \times 1$  m a  $2 \times 2$  m, spolu 262 bodov
- stredná kvadratická chyba meraného tiažového zrýchlenia =  $0.011$  mGal
- interpretované anomálie s amplitúdou  $0.06$  mGal =  $60 \mu\text{Gal}$

výsledky mikrogravimetrického prieskumu kostola Sv. Václava v Tovačove  
(Bližkovský 1976, 1979)



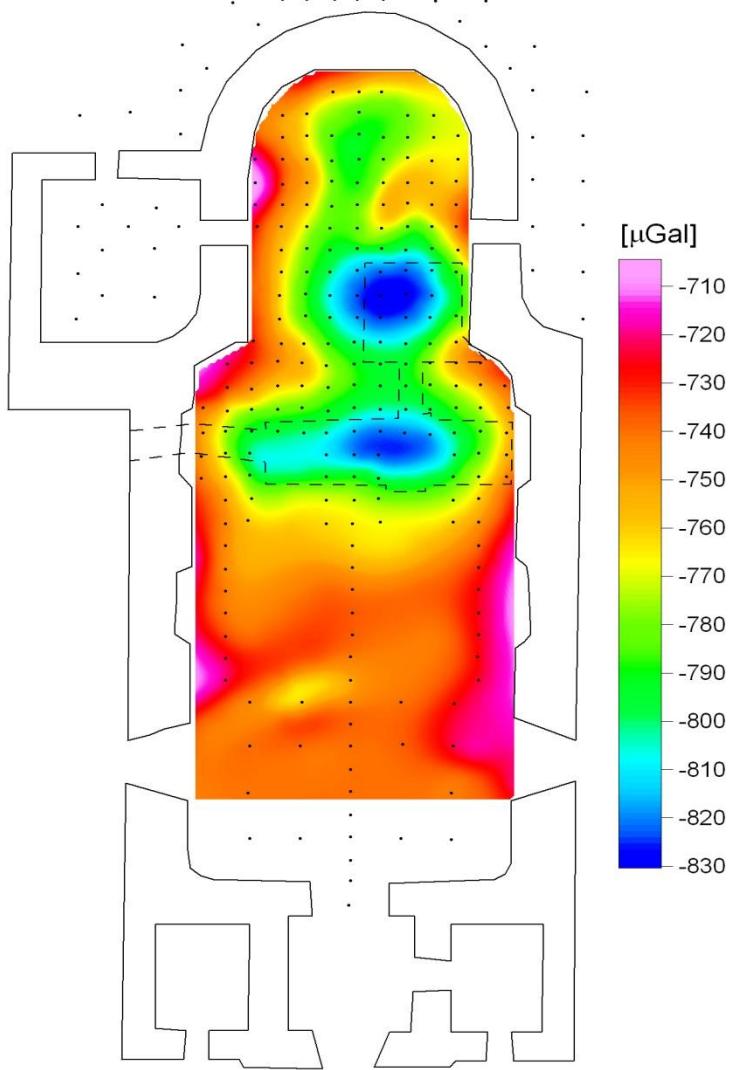
neúplná Bouguerova anomália  
(bez topokorekcií a opráv na účinky múrov)



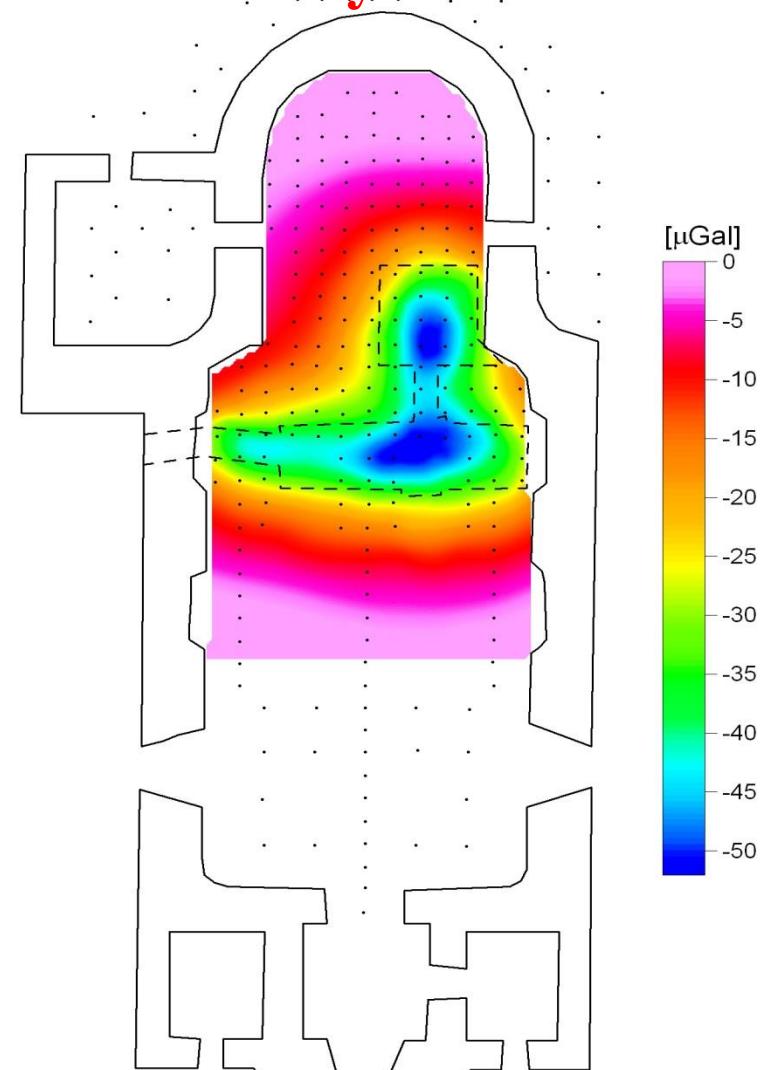
gravitačný účinok múrov

výsledky mikrogravimetrického prieskumu kostola Sv. Václava v Tovačove  
(Bližkovský 1976, 1979)

**odkrývanie**

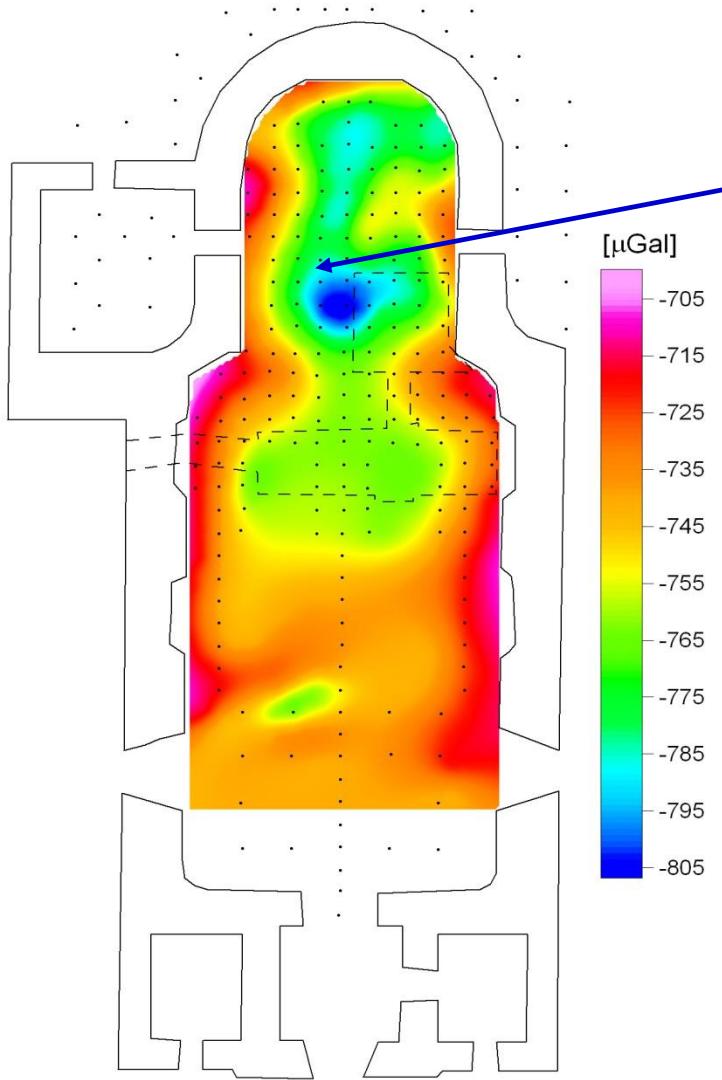


úplná Bouguerova anomália  
(s opravami na účinky múrov)



gravitačný účinok známych krýpt

výsledky mikrogravimetrického prieskumu kostola Sv. Václava v Tovačove  
(Bližkovský 1976, 1979)



v priestore výslednej negatívnej anomálie boli nájdené nové, dovtedy neznáme priestory

výsledok: úplná odkrytá (stripped) Bouguerova anomália  
(s odstránením účinkov známych dutín)

# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

tzv. nepriame metódy

(so zapojením apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- modelovanie
- tvorba odkrytých máp (stripped maps)
- metóda riešenia hustotného rozhrania

# *interpretácia v gravimetri - nepriame metódy*

## metódy riešenia priebehu hustotného rozhrania

hustotné rozhranie: prechod medzi dvoma prostrediami  
(horizontálne, vertikálne, šikmé, nepravidelné)

**vertikálne** (sub-vertikálne) rozhrania sú detekované veľmi dobre  
(najmä ich plošná poloha a horné ohraničenie) aj bez potreby  
doplňujúcej apriórnej informácie

**horizontálne** (sub-horizontálne) rozhrania sú detekované iba  
za určitých podmienok:

1. v poli ÚBA sa odráža dominantným spôsobom prejav iba jedného  
rozhrania (regionálne zložky sú kvázi konštantné alebo odstránené)
2. je dostupná apriórna informácia o hĺbke rozhrania a hustotnom  
kontraste na ňom minimálne v jednom bode (vrt, VES)  
(je zaujímavé, že v oboch prípadoch často postačuje jednoduchá  
aproximácia Bouguerovou doskou)

# *interpretácia v gravimetri - nepriame metódy*

## metódy riešenia priebehu hustotného rozhrania

riešenia pre horizontálne (sub-horizontálne) rozhranie:

linearizácia – aproximácia Bouguerovou doskou (po častiach)

nelineárny prístup – Backus and Gilbert (1970), Parker (1974)

regularizácia – Mudrecova a Filatov (1975) (ruská škola)

# *interpretácia v gravimetri - nepriame metódy*

## metódy riešenia priebehu hustotného rozhrania

riešenia pre horizontálne (sub-horizontálne) rozhranie:

linearizácia – aproximácia Bouguerovou doskou (po častiach)

Dobeš a Válek (1959) a Dobeš (1968) (skriptá, str. 174 - 182)

Quereshi and Mula (1971), Geophysical Prospecting

a iní ...

## *interpretácia v gravimetri - nepriame metódy*

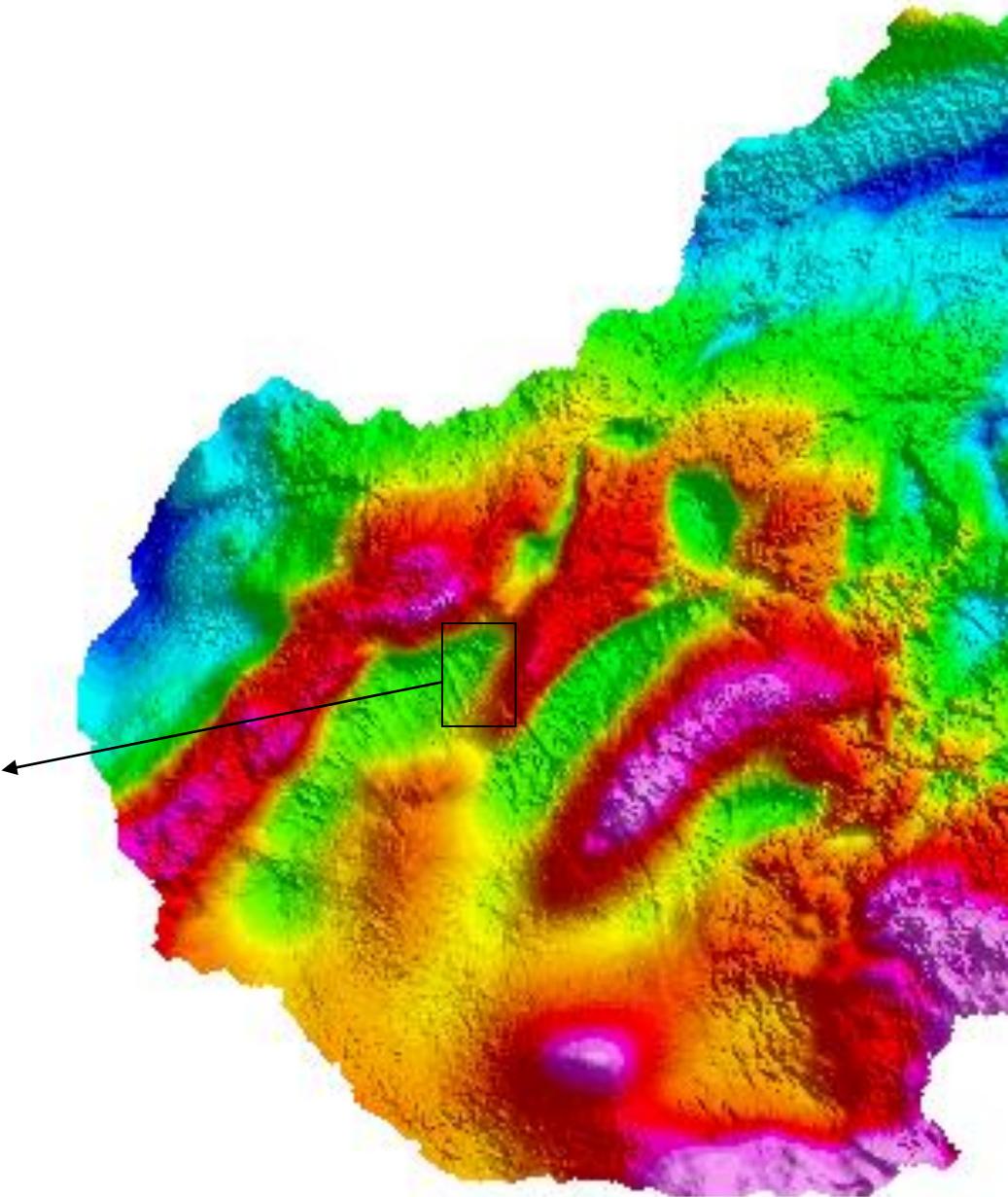
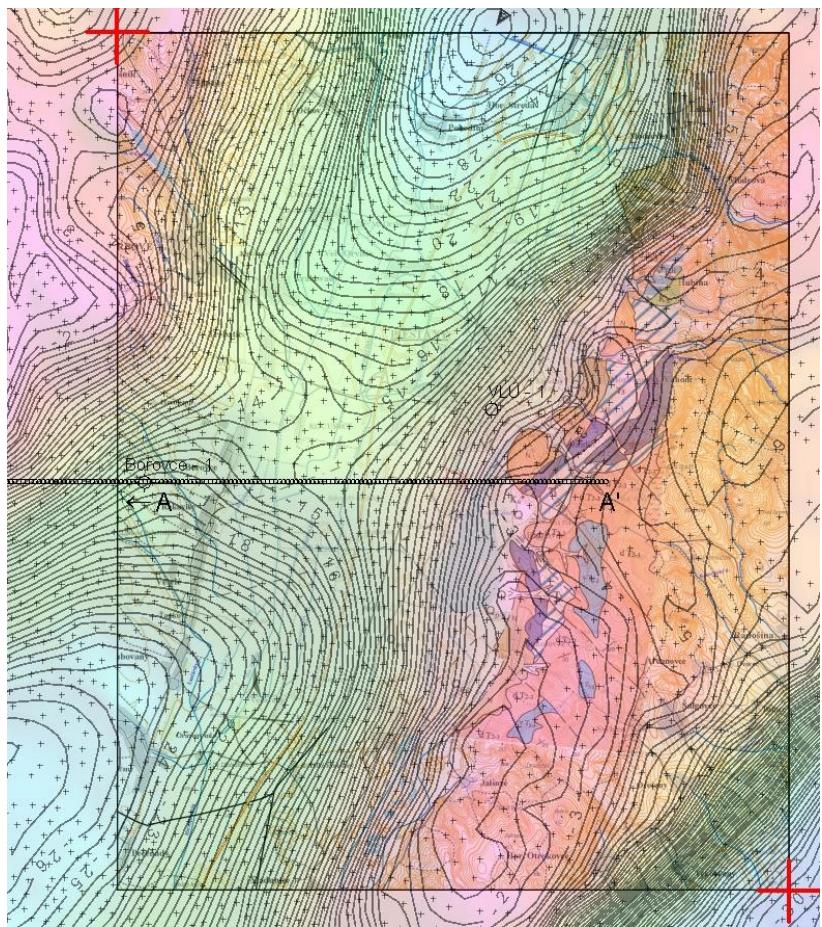
subhorizontálne hustotné rozhranie (Quereshi and Mula, 1971)

1. odstránenie regionálneho pol'a (prejavu hlbších štruktúr) -  
aproximácia metódou LSQ (polynóm 1. alebo 2. stupňa)  
(určenie pol'a  $\Delta g_{rez}$ ) – veľmi dôležitý krok
2. odhad hustotného kontrastu  $\Delta\rho$  (vrt, petrofyzika, hypotéza?)
3. definícia štartovacieho modelu, ktorý musí byť minimálne  
v jednom bode opretý o vrt alebo výstup štruktúry na povrch
4. výpočet rozdielu interpretovanej a modelovanej krivky  
( $\Delta g = \Delta g_{rez} - \Delta g_{mod}$ )
5. z rozdielov  $\Delta g$  sa určia opravy reliéfu modelu  $\Delta h$  na základe  
aproximácie Bouguer. doskou  $\Delta h = \Delta g / 2\pi\kappa\Delta\rho$
6. štartovací model sa opraví o získané hodnoty  $\Delta h$
7. body č.4, 5 a 6 sa aplikujú opakovane niekol'ko krát (napr. 10-20)

(zaujímavé je, že metóda konverguje rýchlejšie pri použití  $\Delta h = \Delta g / \pi\kappa\Delta\rho$ )

## subhoriz. rozhranie

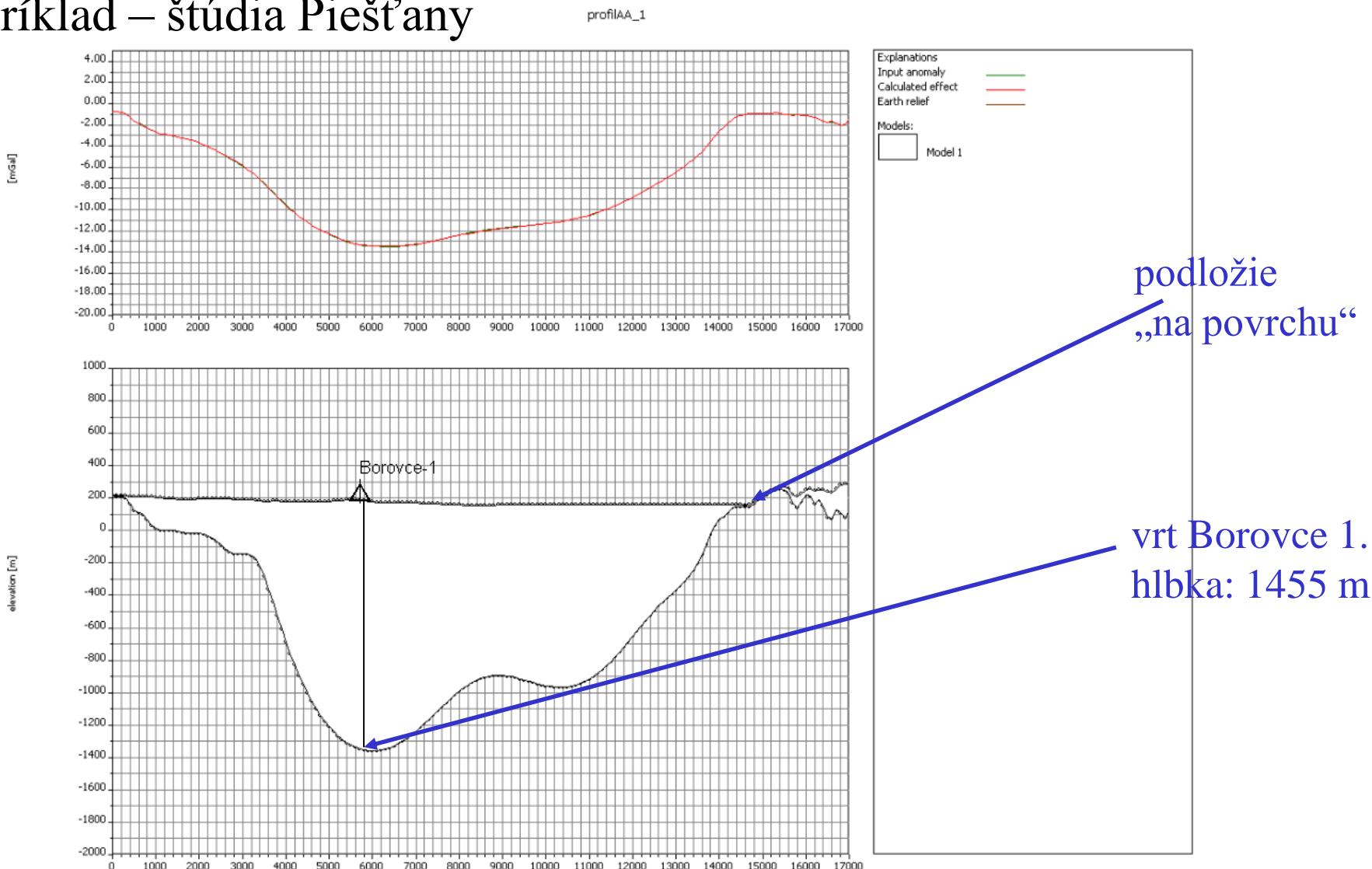
príklad – štúdia Piešťany



# *interpretácia v gravimetri - nepriame metódy*

subhorizontálne hustotné rozhranie (Quereshi and Mula, 1971)

príklad – štúdia Piešťany



# *interpretácia v gravimetri - nepriame metódy*

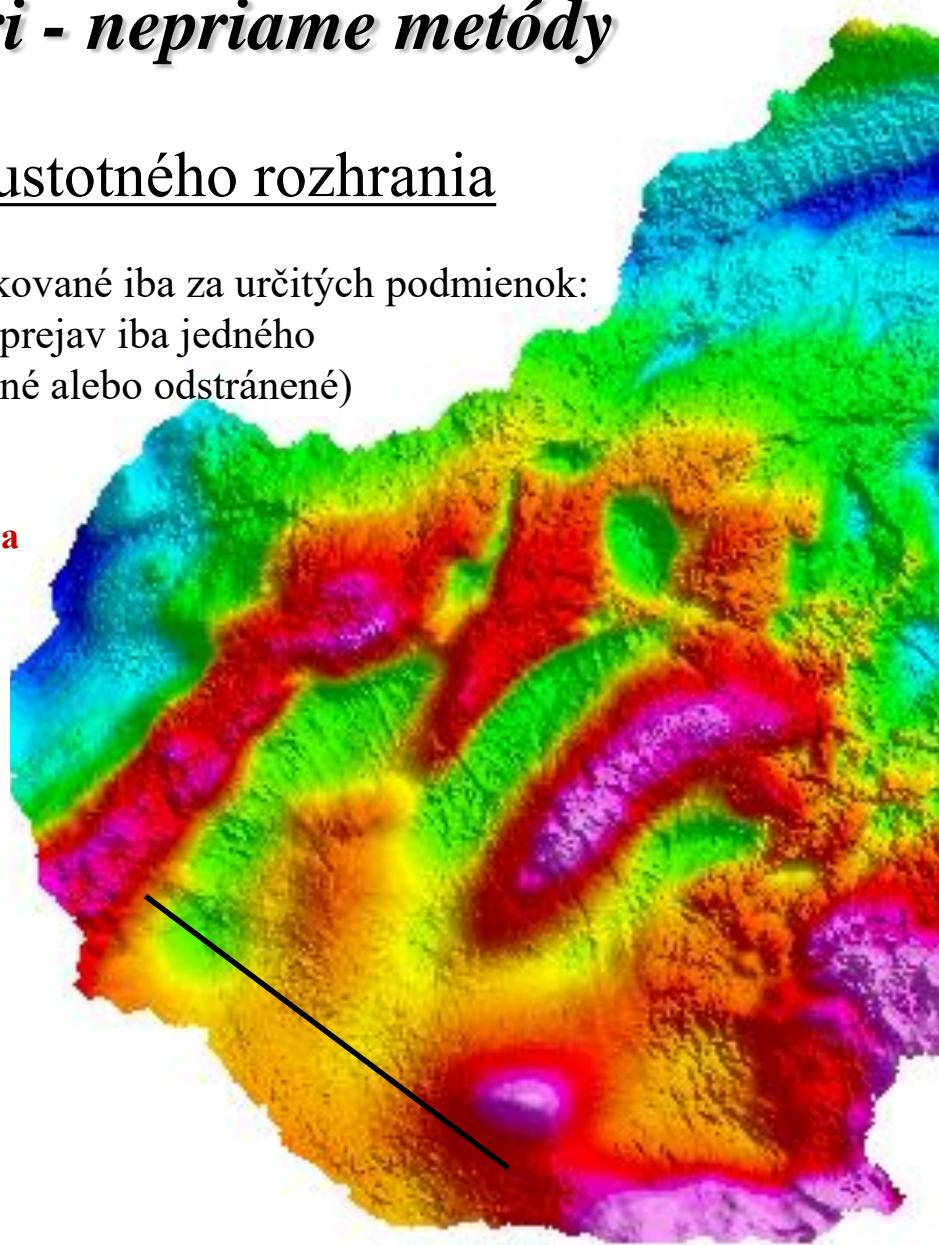
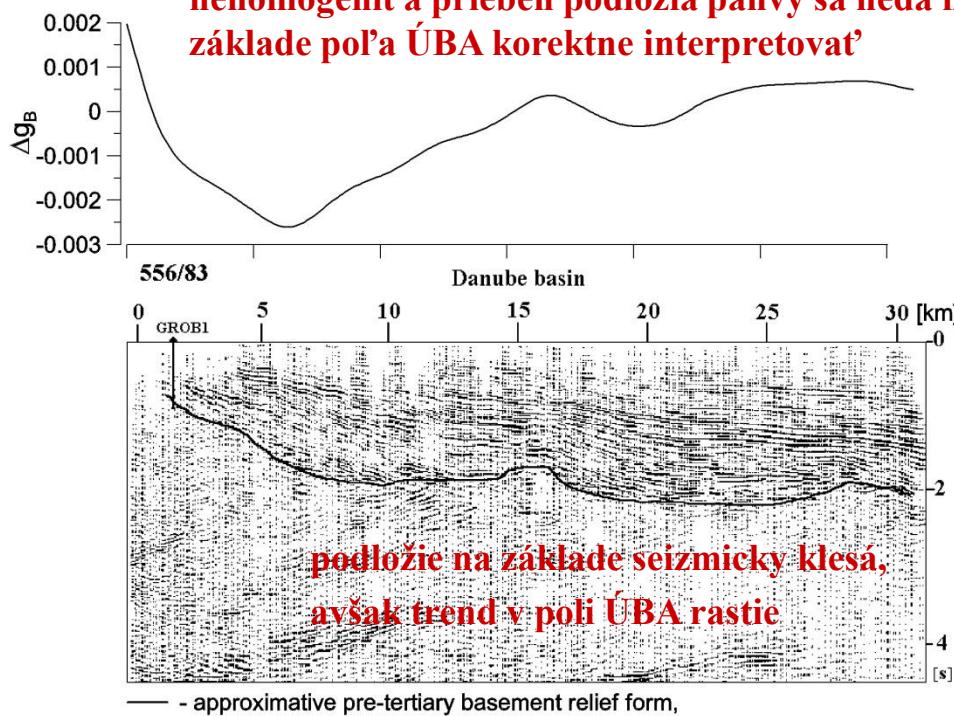
pozn.: metódy riešenia priebehu hustotného rozhrania

**horizontálne** (sub-horizontálne) rozhrania sú detekované iba za určitých podmienok:

1. v poli ÚBA sa odráža dominantným spôsobom prejav iba jedného rozhrania (regionálne zložky sú kvázi konštantné alebo odstránené)

.....

**pri tomto profile sa manifestuje prejav hlbších nehomogenít a priebeh podložia panvy sa nedá na základe pola ÚBA korektne interpretovať**



# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

tzv. priame metódy

(bez zapojenia apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

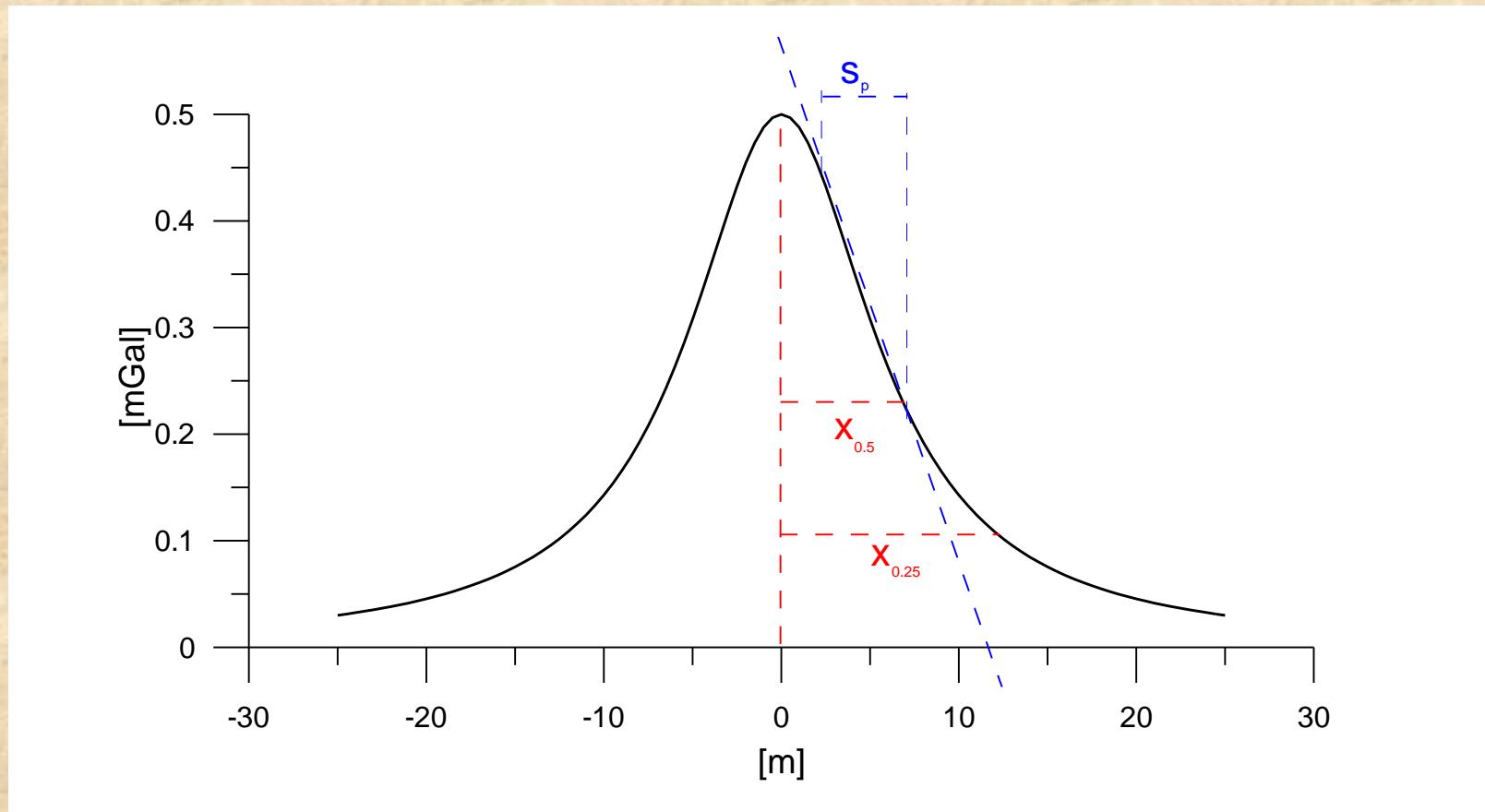
- metódy využívajúce charakteristické body anomálie
- metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)
- metódy využívajúce transformované polia

# *interpretácia v gravimetrii*

## *- priame metódy*

metódy charakteristických bodov –

- využívajú z celej anomálnej krivky (2D, profily) iba niektoré charakt. body



# *interpretácia v gravimetrii, priame metódy – metódy charakter. bodov*

## **metóda polovičnej šírky anomálie**

príklad: 2D horizont. valec

$$V_z(x) = 2\kappa\rho\pi R^2 \frac{h}{x^2 + h^2}$$

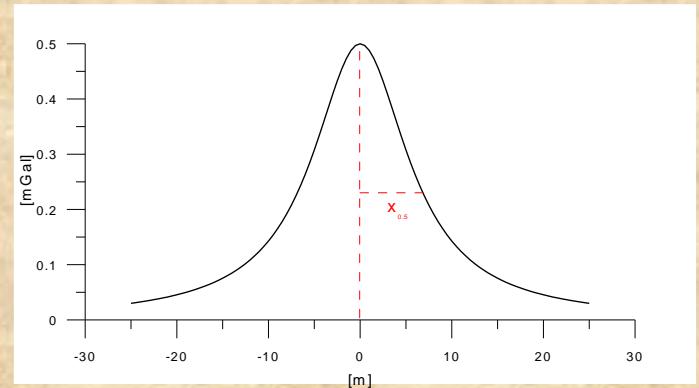
využijeme tzv. polovičnú šírku anomálie  
(width at half the amplitude, Halbwertsbreite)

$$V_z(x_{0.5}) = 0.5V_z(0)$$

$$2\kappa\rho\pi R^2 \frac{h}{x_{0.5}^2 + h^2} = \frac{1}{2} \left[ 2\kappa\rho\pi R^2 \frac{h}{h^2} \right]$$

$$\frac{h}{x_{0.5}^2 + h^2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{h} \right]$$

$$2h^2 = x_{0.5}^2 + h^2 \quad \Rightarrow \quad h = x_{0.5}$$



*interpretácia v gravimetrii,  
priame metódy – metódy charakter. bodov*

**metóda polovičnej šírky anomálie**

metódy využívajúce  $x_{0.5}$  a priame úlohy pre jednoduché telesá:

predpoklad gule:  $h = 1.306 x_{0.5}$

predpoklad kruh. 2D valca:  $h = x_{0.5}$

predpoklad vert. tyče:  $h = x_{0.5}/1.732$

metódy využívajúce rôzne iné parametre krivky:

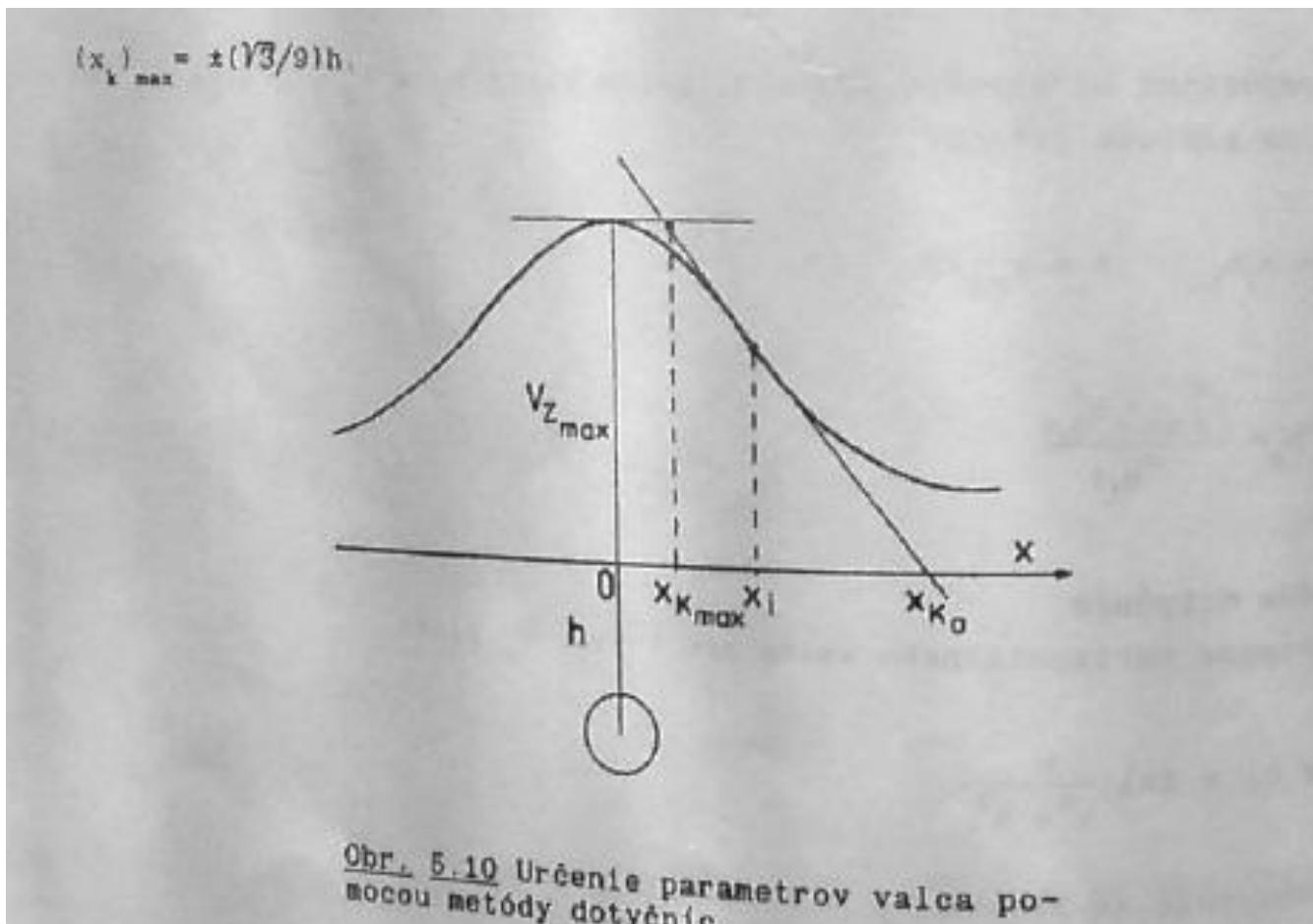
Petersovo pravidlo:  $h = (5/8) s_p$

a mnohé iné (napr. skriptá, str. 151 - 160)

*interpretácia v gravimetrii,  
priame metódy – metódy charakter. bodov*

**metóda dotyčníc**

predpoklad kruh. 2D valca:  $h = (9/1.732) x_{K\max}$



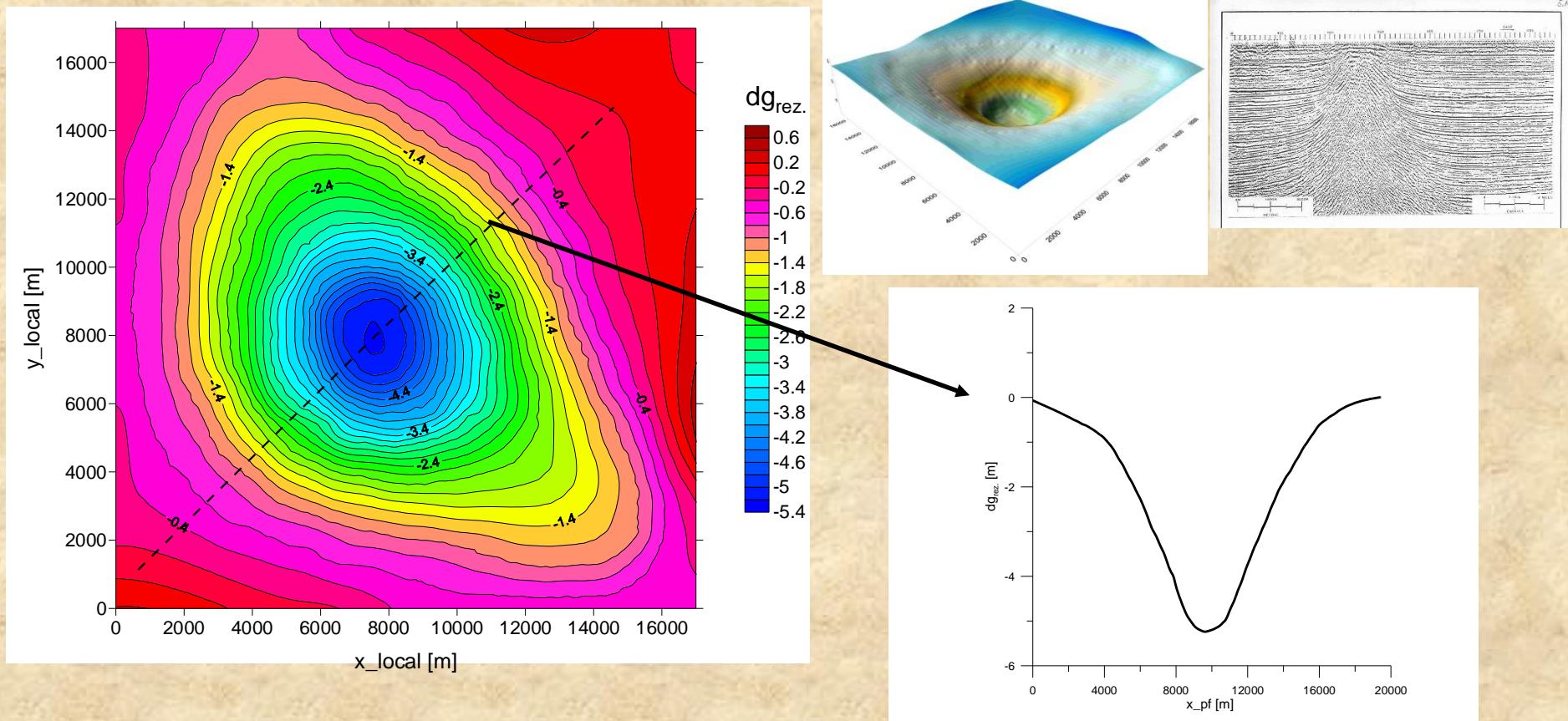
# *interpretácia v gravimetrii*

## *- priame metódy*

metódy charakteristických bodov –

- využívajú z celej anomálnej krivky (2D, profily) iba niektoré charakt. body

jednoduchý príklad – reziduálna anomália prejavu solného diapíra,  
lokalita Louisiana, USA (príbrežná oblasť) (Nettleton, 1976)

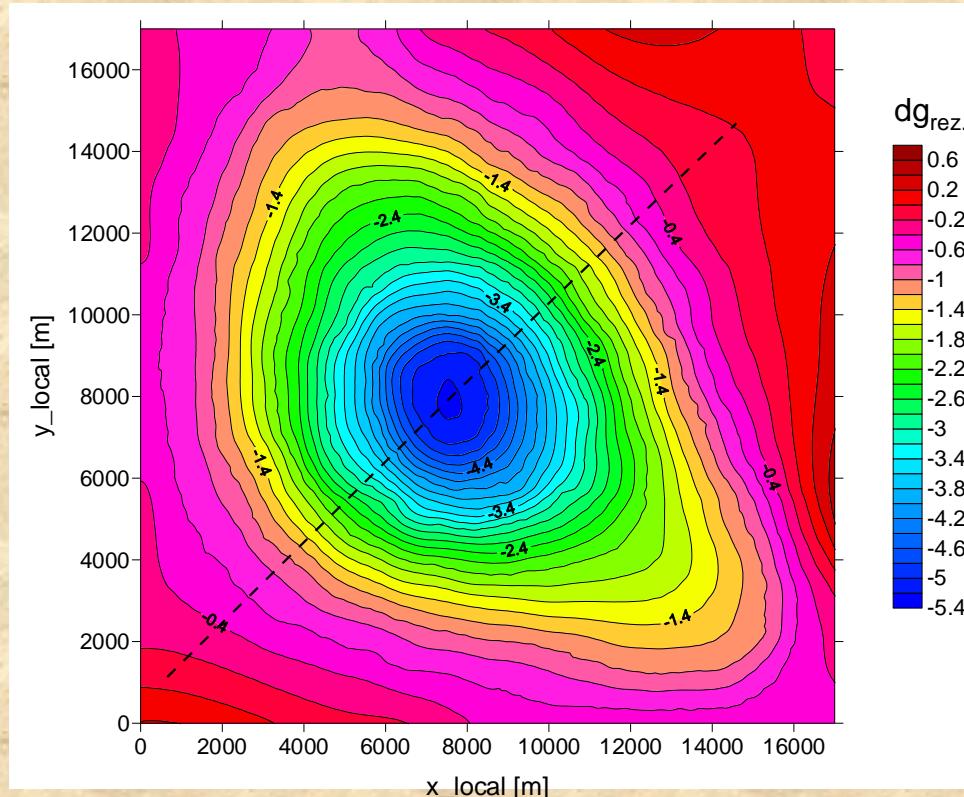


# *interpretácia v gravimetrii*

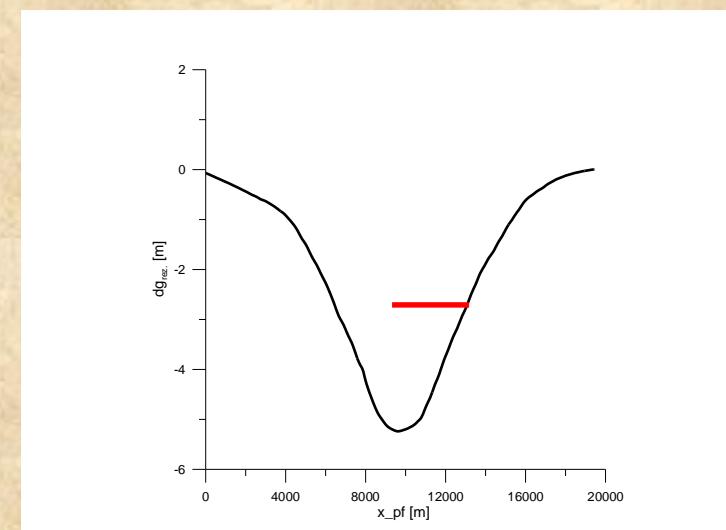
## *- priame metódy*

metódy charakteristických bodov –

jednoduchý príklad – reziduálna anomália prejavu solného diapíra,  
lokalita Louisiana, USA (príbrežná oblasť) (Nettleton, 1976)



$$x_{0.5} = 3288.3 \text{ m}$$
$$s_p \approx 3300 \text{ m}$$

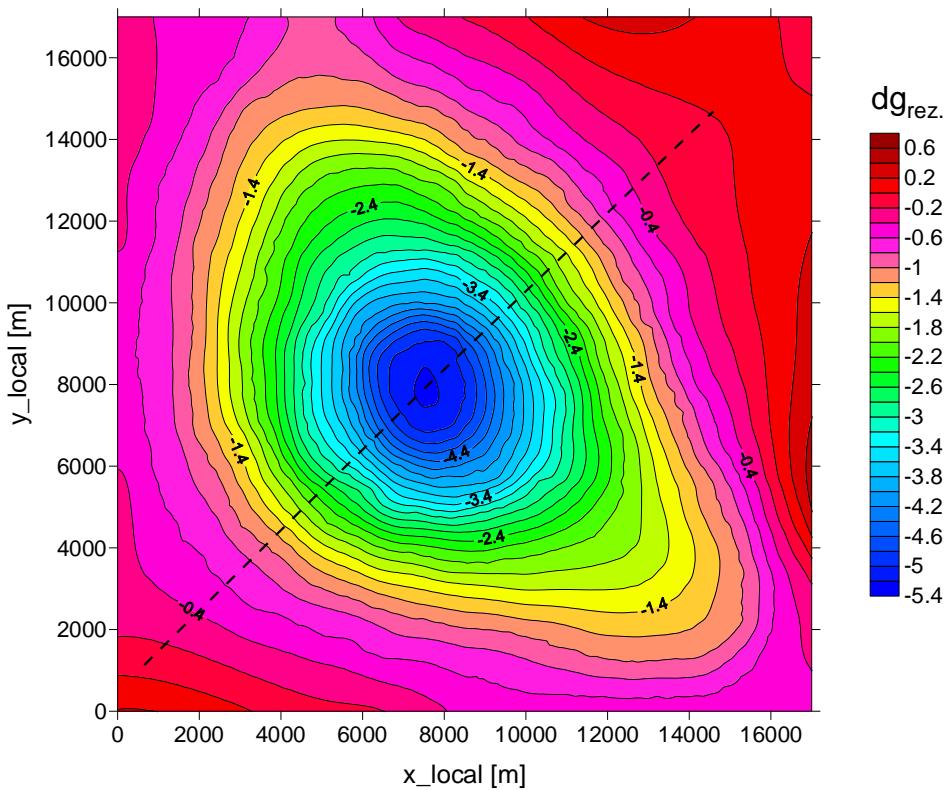


# *interpretácia v gravimetrii*

## *- priame metódy*

metódy charakteristických bodov –

jednoduchý príklad – reziduálna anomália prejavu solného diapíra,  
lokalita Louisiana, USA (príbrežná oblasť) (Nettleton, 1976)



$$x_{0.5} = 3288.3 \text{ m}$$
$$s_p \approx 3300 \text{ m}$$

pri predpoklade gule:  
 $h = 1.306x_{0.5} = 4303.1 \text{ m}$

pri predpoklade vert. tyče:  
 $h = x_{0.5}/1.732 = 1898.6 \text{ m}$

Petersovo pravidlo:  
 $h = (5/8)s_p = 2062.5 \text{ m}$

atd'.

výsledky vrtov (Nettleton, 1976)  
 $\approx 1.3 \text{ km}$

# *interpretácia v gravimetrii*

## *- priame metódy*

metódy charakteristických bodov –

Tieto metódy boli hlavne rozvíjané v 1950 – 1960ich rokoch, ale sú odborníci, ktorí sa venujú tomuto smeru interpretácie až dodnes (najmä v Indii a Egypte, napr. škola prof. Abdelrahmana z Cairo University)

---

Contributions to Geophysics and Geodesy

Vol. 47/2, 2017 (113–132)

---

## Depth and shape solutions from residual gravity anomalies due to simple geometric structures using a statistical approach

El-Sayed ABDELRAHMAN, Mohamed GOBASHY

Geophysics Department, Faculty of Science, Cairo University,  
Egypt; e-mail: sayed5005@yahoo.com, bouguer3000@yahoo.com

**Abstract:** We have developed a simple and fast quantitative method for depth and

# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

tzv. priame metódy

(bez zapojenia apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- metódy využívajúce charakteristické body anomálie
- metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)
- metódy využívajúce transformované polia

# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

## metódy využívajúce celú alebo časť krivky

veľká skupina je tvorená tzv. spektrálnymi metódami

(skriptá, str. 170 - 172)

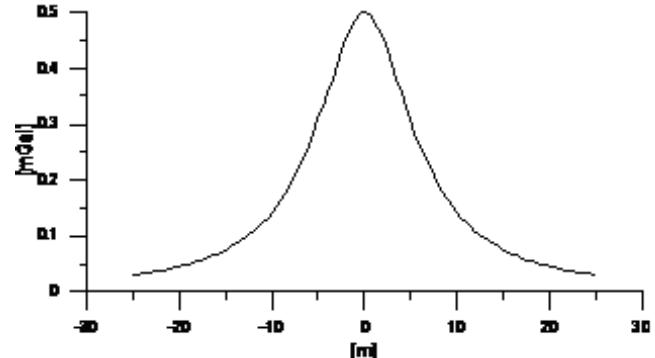
- založená na výpočte Fourierovho spektra z interpretovaných dát a analýze sklonu častí spektra, ktoré zodpovedajú priemerným hĺbkovým úrovniám jednotlivých zdrojov (Spector and Grant, 1970)

napr. pre 2D horiz. valec v gravimetrii platí:

$$V_z(x, z) = 2f\lambda \frac{h - z}{x^2 + (h - z)^2}$$

a jeho Fourierovo spektrum:

$$F\{V_z(x, z)\} = S_{V_z}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} V_z(x, z) e^{-iux} dx = 2f\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h - z}{x^2 + (h - z)^2} e^{-iux} dx =$$



# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

metódy využívajúce celú alebo časť krivky

spektrálne metódy

a jeho Fourierovo spektrum:

$$\begin{aligned}
 F\{V_z(x, z)\} = S_{V_z}(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} V_z(x, z) e^{-iux} dx = 2f\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h-z}{x^2 + (h-z)^2} e^{-iux} dx = \\
 &= 2f\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h-z}{x^2 + (h-z)^2} \cos ux dx - i2f\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h-z}{x^2 + (h-z)^2} \sin ux dx =
 \end{aligned}$$

prvý integrál je riešený v skriptách Matem. základy teórie geof. metód I. (integrovaním v komplexnej oblasti), druhý je nulový kvôli integrácii nepárnej funkcie na symetrickom intervale

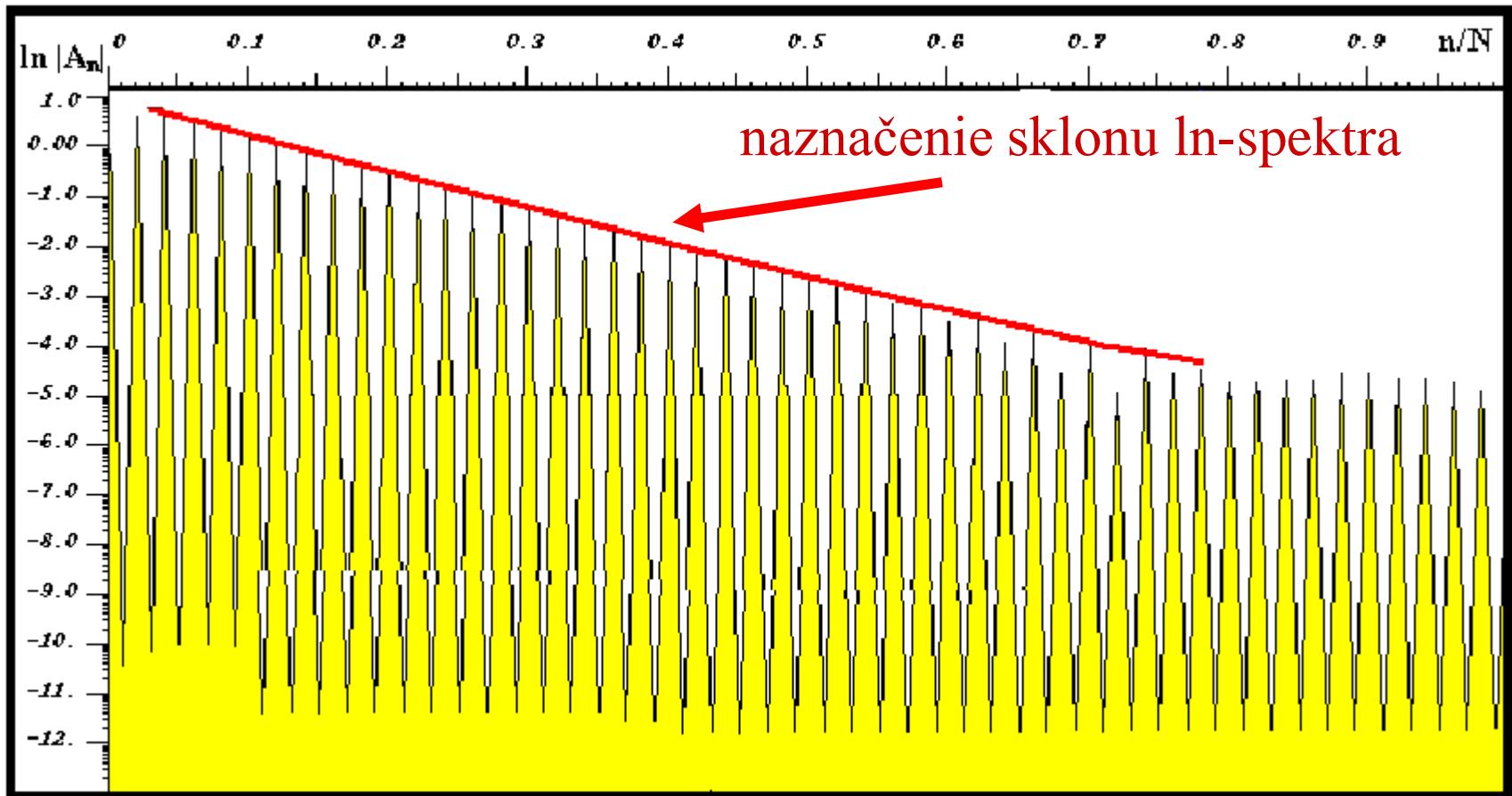
$$= 2f\lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h-z}{x^2 + (h-z)^2} \cos ux dx = 4f\lambda(h-z) \int_0^{\infty} \frac{\cos ux}{x^2 + (h-z)^2} dx = 2f\lambda\pi e^{-|u|(h-z)}$$

Výsledkom je exponenciálna funkcia, ktorej exponent nesie info o hĺbke stredu valca. Ak spočítame z daného spektra prirodzený logaritmus, dostaneme danú hĺbku – V logaritmickom spektre bude hĺbka úmerná sklonu spektra.

# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

metódy využívajúce celú alebo časť krivky

spektrálne metódy

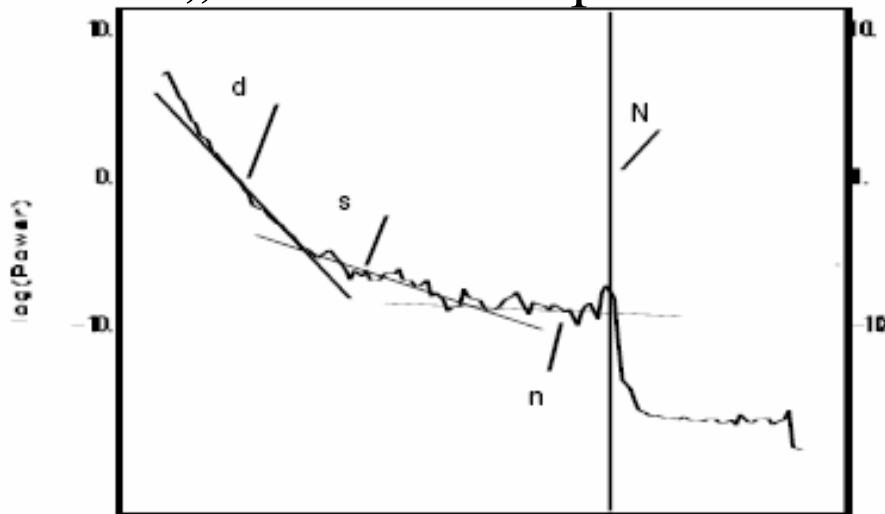


# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

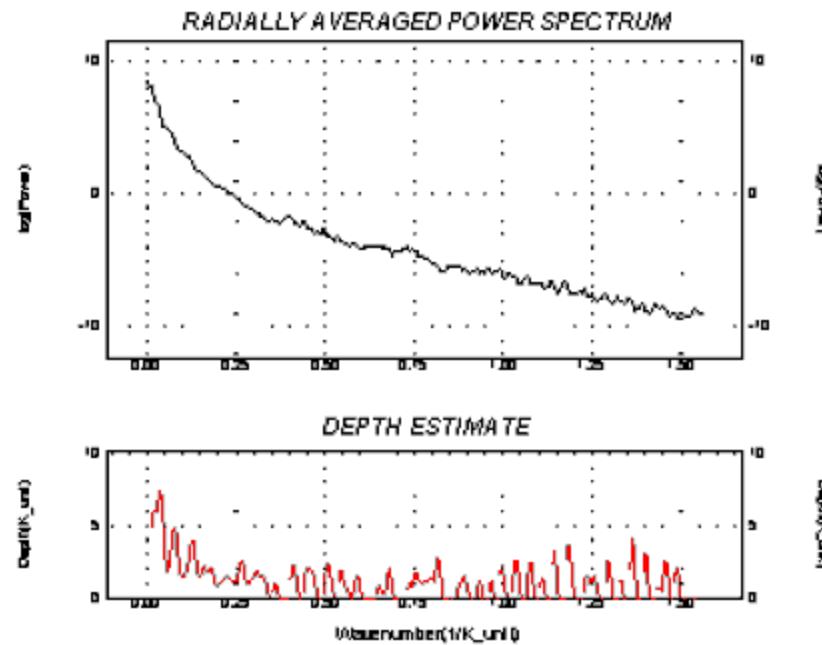
metódy využívajúce celú alebo časť krivky – spektrálne metódy

niekoľko zdrojov na rôznych hĺbkových úrovniach

„učebnicové“ spektrum

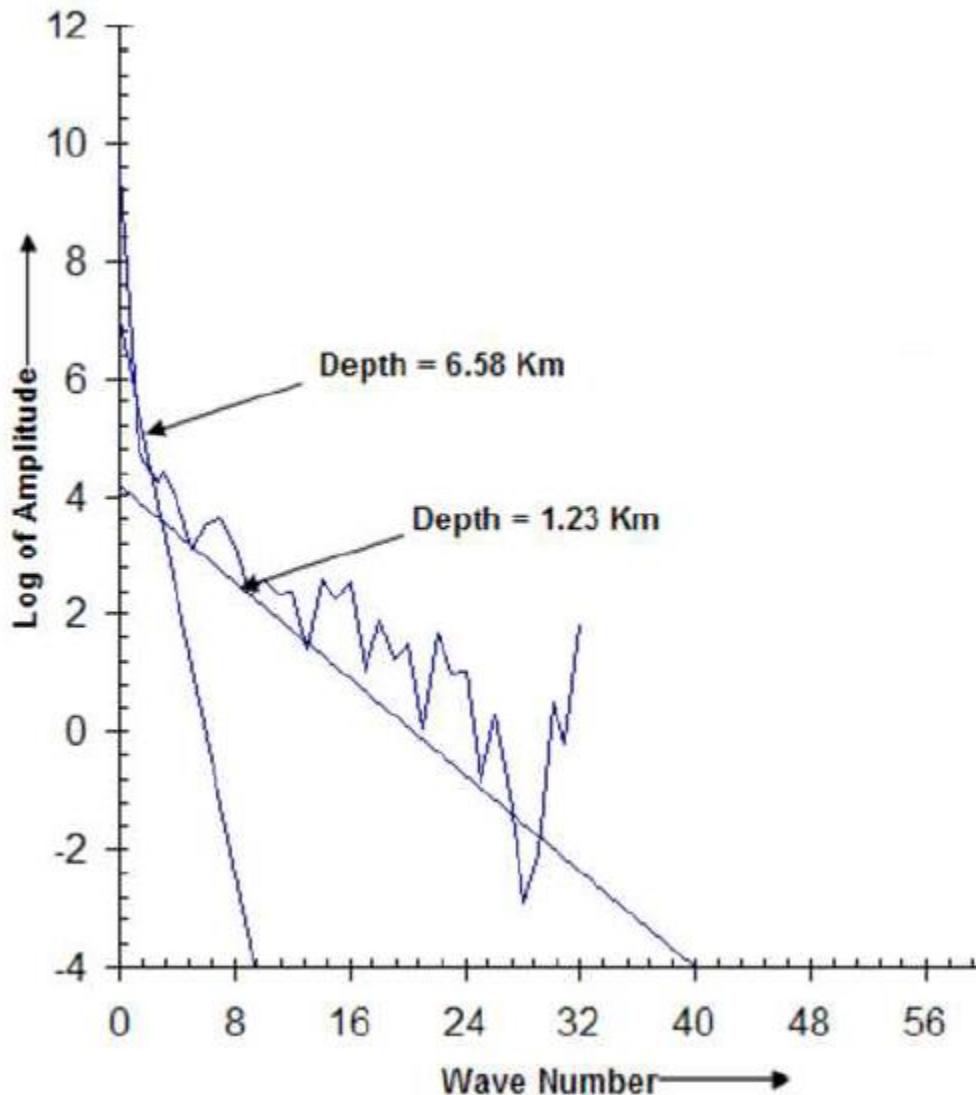


reálne spektrum



# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

metódy využívajúce celú alebo časť krivky – spektrálne metódy



# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

tzv. priame metódy

(bez zapojenia apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- metódy využívajúce charakteristické body anomálie
- metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)
- metódy využívajúce transformované polia

# ***interpretácia v gravimetrii - priame metódy***

metódy využívajúce celú alebo časť krivky – tzv. **inverzie** (vychádzajú z inverzie systému rovníc, ktoré popisujú priamu úlohu)

Priama úloha – predstavuje ju integrálny operátor:

$$\begin{aligned} V_z(x, y, z) &= \kappa \iiint_{\tau} \rho(\xi, \eta, \zeta) \frac{\zeta - z}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}} d\tau = \\ &= \kappa \iiint_{\tau} \rho(\xi, \eta, \zeta) \psi[(\xi - x), (\eta - y), (\zeta - z)] d\tau \end{aligned}$$

Pri aproximácii objemového integrálu sumou účinkov malých elementárnych hranolov získame:

$$g_i \approx \kappa \sum_{j=1}^M \rho_j \Psi_{ij} \Delta\tau$$

kde  $i = 1 \dots N$  (počet bodov pol'a),  
 $j = 1 \dots M$  (počet element. hranolov),  
 $\Delta\tau = \Delta x \Delta y \Delta z$  (objem element. hranola).

$\rho_j$  - hustota hranola s indexom j (hľadaný parameter inverzie)

$\Psi_{ij}$  - prenosová funkcia, popisujúca účinok hranola s indexom j na bod s číslom i (môže byť účinok 3D ale aj 2D hranola, gule,...)

# **interpretácia v gravimetrii - priame metódy**

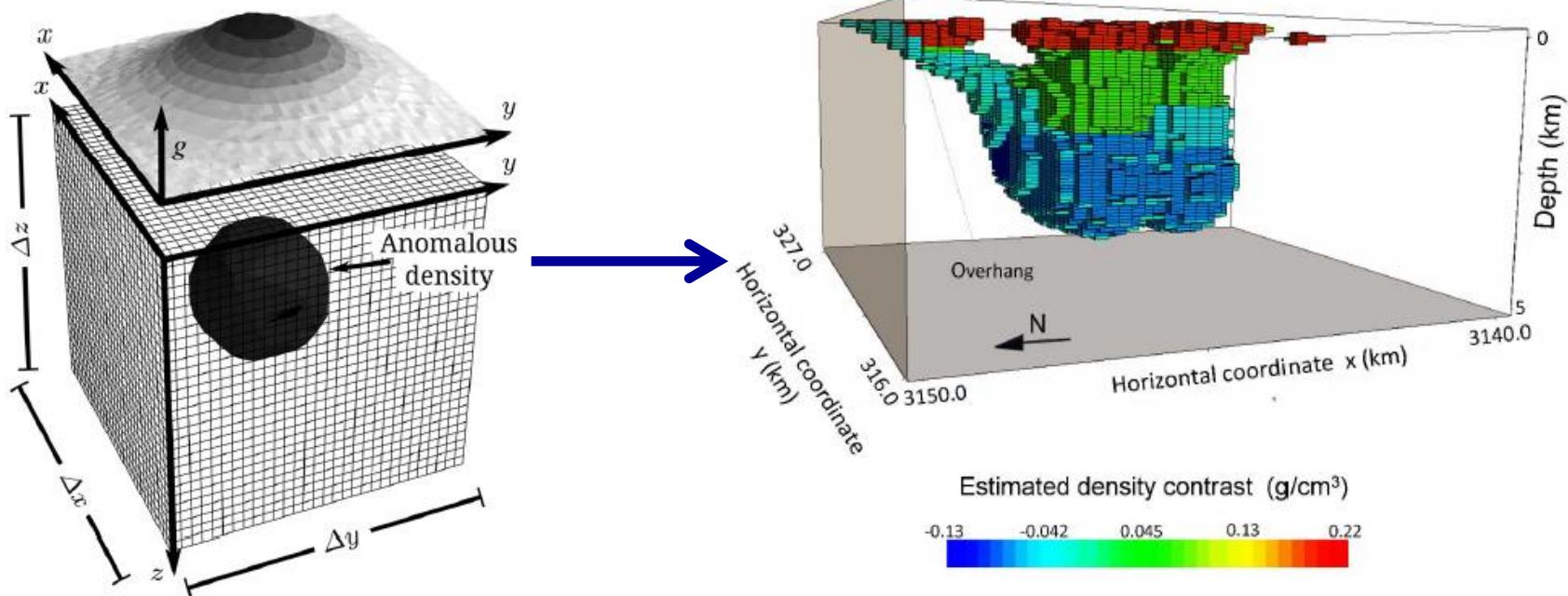
metódy využívajúce celú alebo časť krvky – tzv. **inverzie**

Získaný vzťah: 
$$g_i \approx \kappa \sum_{j=1}^M \rho_j \Psi_{ij} \Delta\tau \quad i = 1 \dots N \text{ (počet bodov poľa)}, \\ j = 1 \dots M \text{ (počet element. hranolov)},$$

je možné napísať pre všetky i do formy N rovníc o M neznámych a riešiť (vtedy ale musí platiť  $N \geq M$ ); v maticovom zápise:  $\mathbf{g} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$ .

Alebo ho v zmysle metódy LSQ preformulovať na systém M normálnych rovníc o M neznámych (v maticovom zápise:  $\| \mathbf{g} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \| = \min.$ ).

Výsledkom sú riešenia pre  $\rho_j$  (pre všetky hranoly).



# ***interpretácia v gravimetrii - priame metódy***

metódy využívajúce celú alebo časť krvky – tzv. **inverzie**

Poznámka ku používanému matematickému zápisu:

Hlavný vzťah je možné písat' v maticovom zápise  $\mathbf{g} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$ , t.j.  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{g}$  alebo po jednotlivých členoch:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{M1} & a_{M2} & \dots & a_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \dots \\ g_M \end{pmatrix}$$

kde **A** je tzv. matica systému ( $M$ -riadkov  $\times$   $N$ -stĺpcov) ,  
**x** je vektor hľadaných neznámych – jednostĺpcová matica ( $N$ -riadkov  $\times$  1-stĺpec)  
a **g** tzv. pravá strana systému - jednostĺpcová matica ( $M$ -riadkov  $\times$  1-stĺpec).

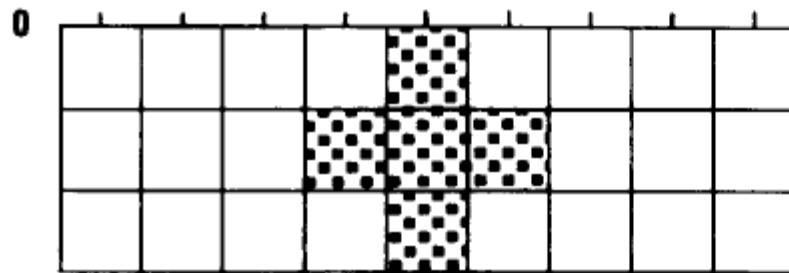
(je dobré si toto uvedomiť aj vzhľadom ku programovaniu v Matlabe).

Pozn.: Tieto výpočty sú veľmi náročné na pamäť počítača a výpočtový čas.

# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

metódy využívajúce celú alebo časť krivky – tzv. **inverzie**

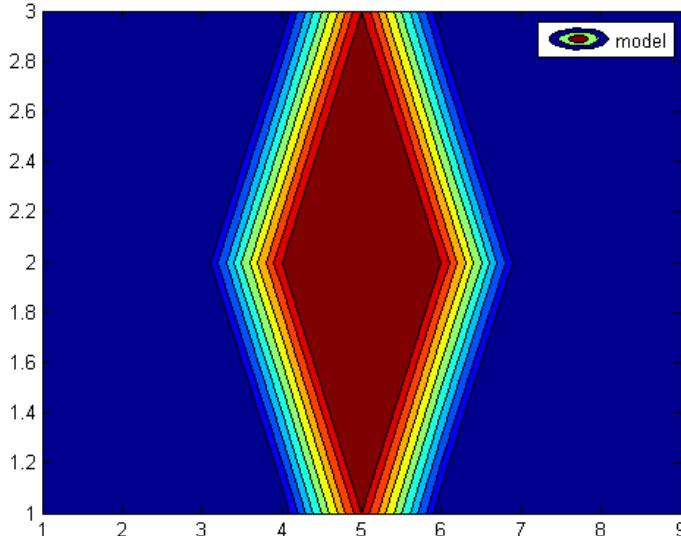
Avšak – zlá správa (ale očakávaná...), takéto jednoduché riešenie systému lineárnych rovníc nevedie ku skutočnému riešeniu problému, výsledky sú väčšinou veľmi plytké (hned' pod povrhom).



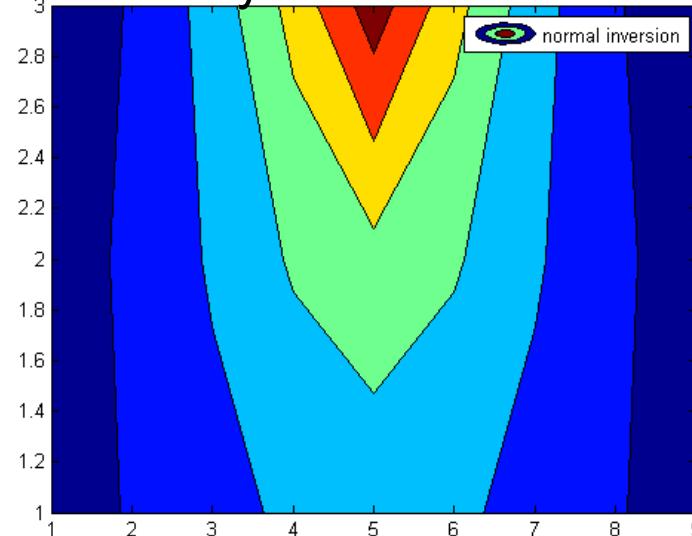
**MODEL BODY**  
10 M [ ] FILLED BLOCK  
1000 KG/M<sup>3</sup>  
10 M

model  
z článku  
Last and Kubik  
(1983)

zobrazenie modelu v Matlabe



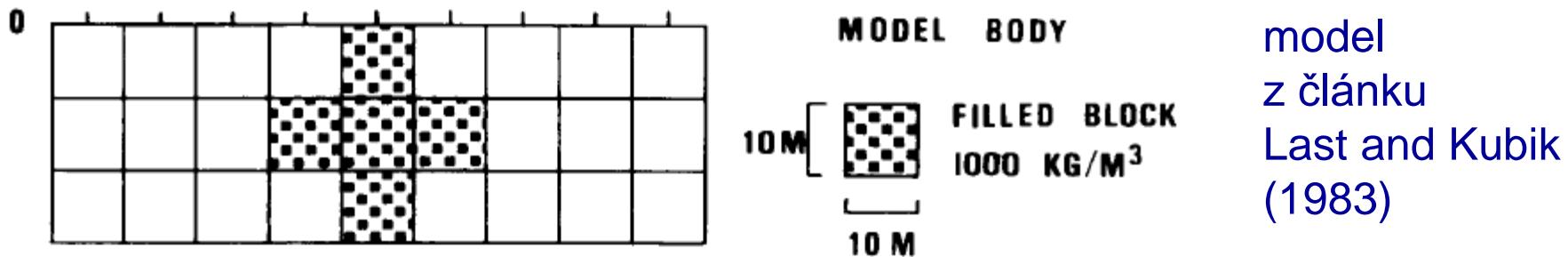
riešenie systému rovníc v Matlabe



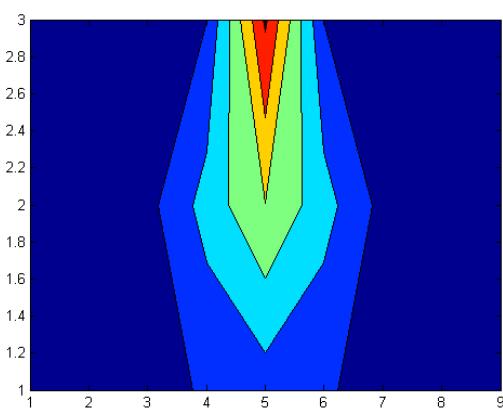
# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

metódy využívajúce celú alebo časť krivky – tzv. **inverzie**

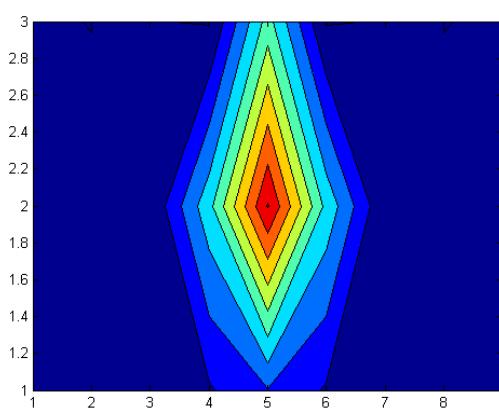
Okrem zlej aj dobrá správa - zapojením doplňujúcich matematických podmienok (tzv. hĺbková váhová funkcia plus kompaktnosť riešenia) je možné získať podstatne lepšie riešenia – bližšie ku reálnemu.



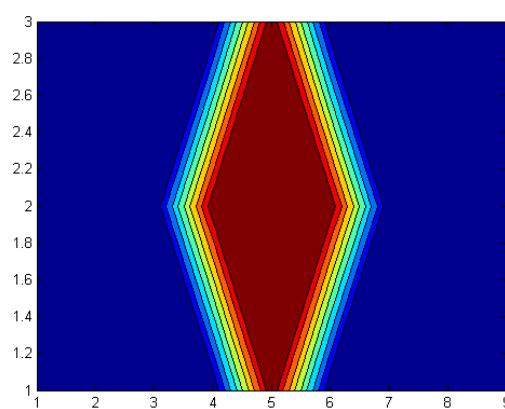
riešenie podľa Last and Kubik (1983), 2. iterácia



riešenie podľa Last and Kubik (1983), 4. iterácia



riešenie podľa Last and Kubik (1983), 10. iterácia



# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

metódy využívajúce celú alebo časť krivky – tzv. **inverzie**

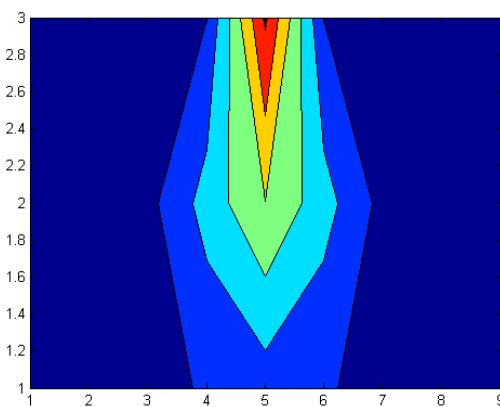
prídavná podmienka od Last and Kubik:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sigma^2 / (\sigma^2 + \varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{for } \sigma = 0 \text{ (model element outside the correct solution)} \\ 1 & \text{for } \sigma \neq 0 \text{ (model element inside the correct solution)} \end{cases}$$

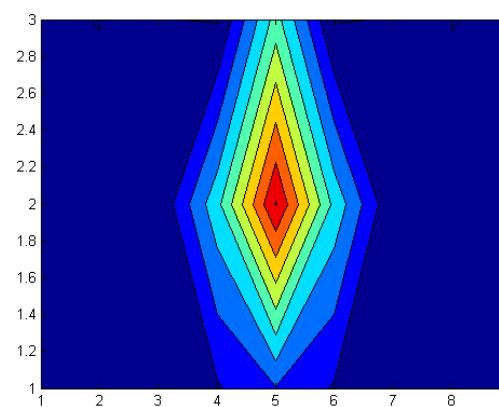
where  $\varepsilon$  is a small number, e.g.  $10^{-6}$ .

Je možné ju formulovať v maticovom tvare a jej pôsobenie zabezpečuje zvýšenie „kompaktnosti“ výsledného riešenia.

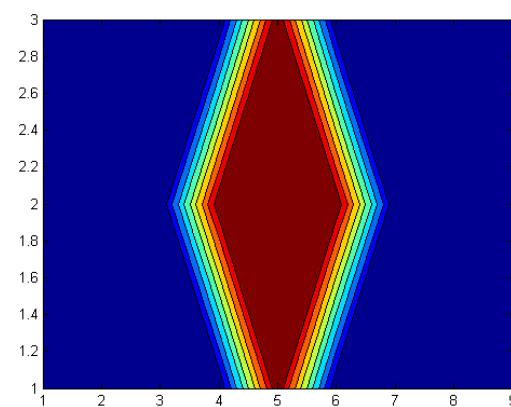
riešenie podľa Last and Kubik (1983), 2. iterácia



riešenie podľa Last and Kubik (1983), 4. iterácia



riešenie podľa Last and Kubik (1983), 10. iterácia



# ***interpretácia v gravimetrii - priame metódy***

metódy využívajúce celú alebo časť krivky – tzv. **inverzie**

d'alsí druh prídavnej podmienky (Li and Oldenburg):

Ide o zohľadnenie hĺbkového vplyvu – príspevok jednotlivých buniek modelového priestoru (hranolov) sa dostáva na rovnakú úroveň:

mesh and observation height. It is natural to use  $w(z) = (z + z_0)^{-1}$  as a weighting function but for generality, we use

$$w(z) = \frac{1}{(z + z_0)^{\beta/2}}, \quad (10)$$

where  $\beta$  is usually equal to 2 and  $z_0$  depends upon the cell size of the model discretization and the observation height of the data.

---

GEOPHYSICS, VOL. 63, NO. 1 (JANUARY-FEBRUARY 1998); P. 109–119, 14 FIGS.

## **3-D inversion of gravity data**

Yaoguo Li\* and Douglas W. Oldenburg\*

### **ABSTRACT**

only on the surface of the earth, there are infinitely many equivalent density distributions beneath the surface that will repro-

# ***interpretácia v gravimetrii - priame metódy***

metódy využívajúce celú alebo časť krvky – tzv. **inverzie**

Od 90ich rokov 20. storočia bolo publikovaných niekoľko rôznych metód riešenia tejto úlohy – líšia sa v zadaní a v použití numerických metód.

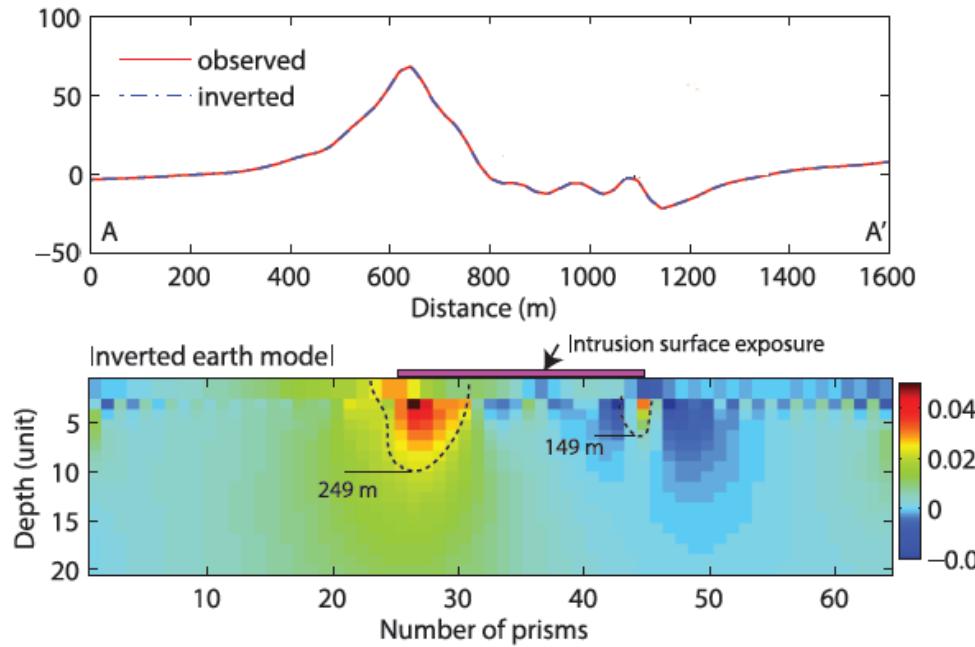
Najznámejšie pracoviská:

- Colorado School of Mines (CSM), Colorado, USA  
(Yaoguo Li, Richard Krahnenbuhl)
- University of British Columbia (UBC), Vancouver, Canada  
(Douglas Oldenburg)
- University of Utah (U of U), Salt Lake City, USA  
(Michail Zhdanov)
- Observatório Nacional, Geophysics Department, Rio de Janeiro, Brazil  
(Valeria Barbosa, Joao Silva)
- Università di Napoli 'Federico II', Napoli, Italy  
(Maurizio Fedi, Valeria Paoletti)

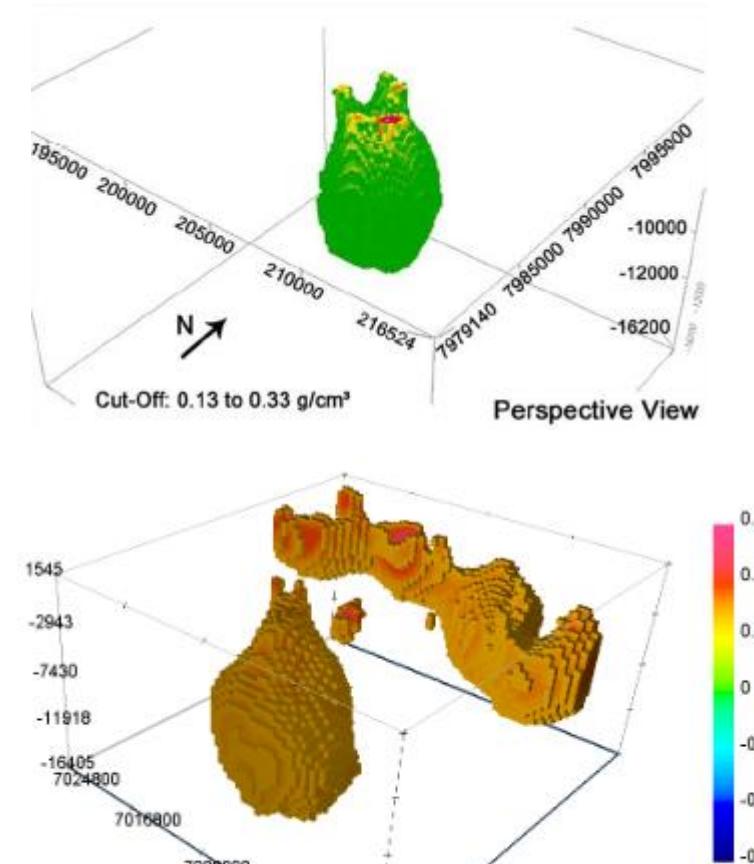
# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

metódy využívajúce celú alebo časť krvky – tzv. **inverzie**

Typické výsledky z metód inverzie:



zobrazenie v reze cez telesá



3D zobrazenie

Viacej na predmete: Numerické metódy riešenia obrátených úloh v geofyzike.

# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

tzv. priame metódy

(bez zapojenia apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- metódy využívajúce charakteristické body anomálie
- metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)
- metódy využívajúce transformované polia

# *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

## **metódy využívajúce transformované polia**

### **Transformované polia (v gravimetrii, aj magnetometrii):**

- separácia reziduálnych (lokálnych) a regionálnych anomálií,
- výpočet vyšších derivácií,
- prepočet pol'a na inú výškovú úroveň (nahor, nadol)
- ďalšie špeciálne transformácie...

# *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

metódy využívajúce transformované polia

(vyššie derivácie, prepočet nadol/nahor, atď.).)

## **tzv. Blakelyho metóda lineárnych prvkov**

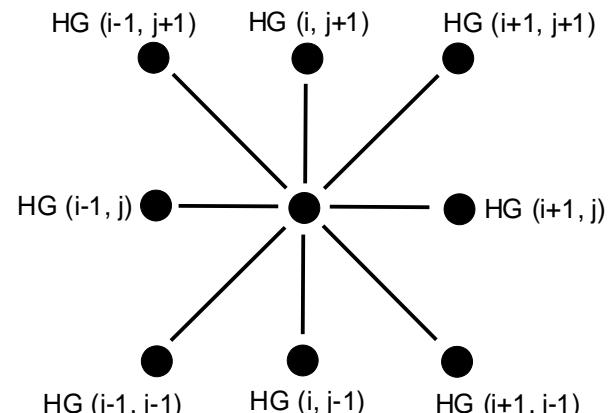
1. spočítajú sa horizontálne gradienty  $\partial\Delta g_B/\partial x$  a  $\partial\Delta g_B/\partial y$

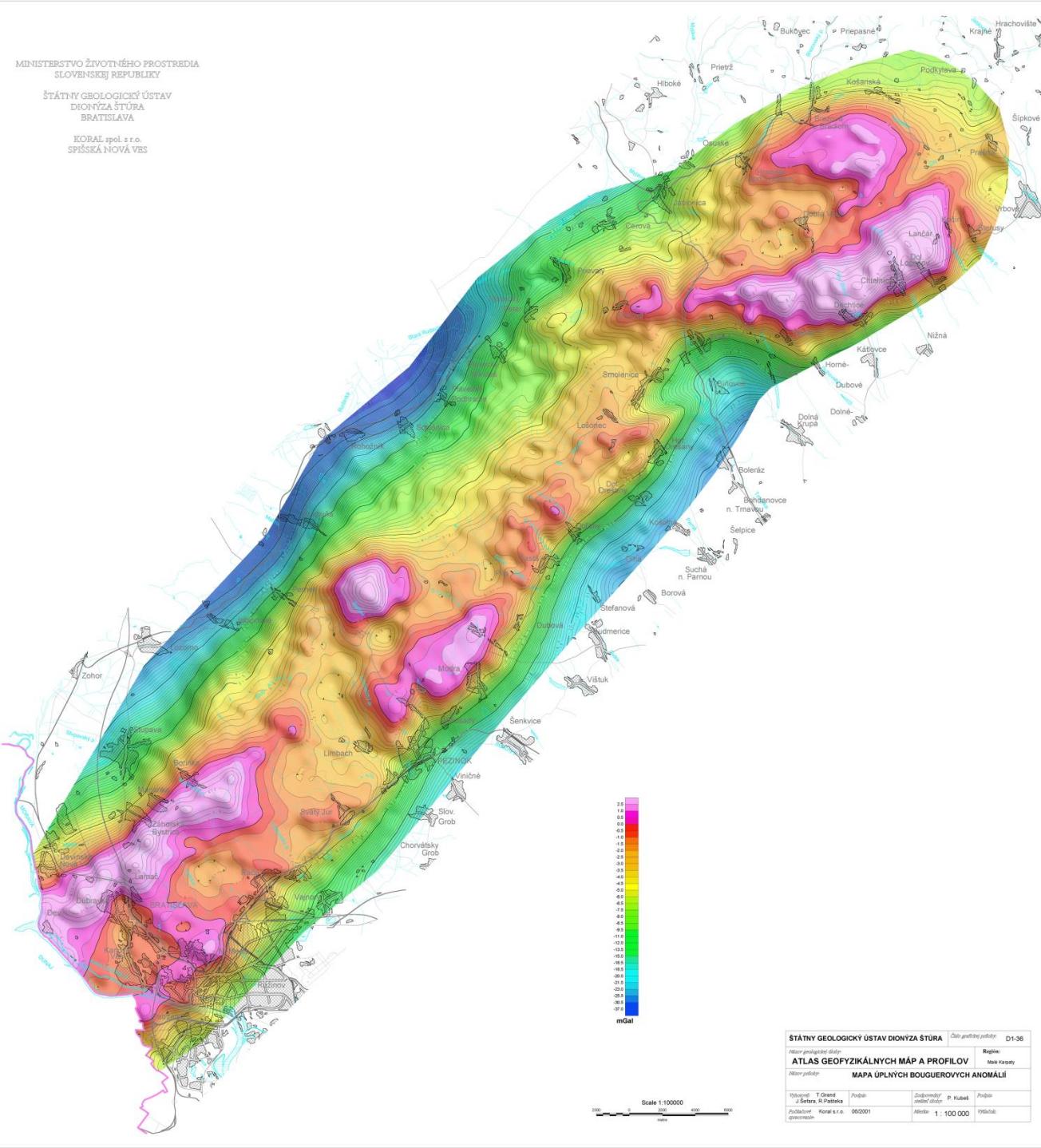
2. vypočíta sa totálny horizontálny gradient:

$$HG = \sqrt{(\partial\Delta g_B / \partial x)^2 + (\partial\Delta g_B / \partial y)^2}$$

3. zistia sa polohy lokálnych maxím HG v okne 3 x 3 body podľa schémy:

overujú sa podmienky v N-S, E-W a diagonálnom smere (či je stredná hodnota väčšia, ako krajné) a pre každú polohu okna sa registruje počet splnených podmienok; vynášajú sa iba tie body, ktoré splňujú 3 a 4 tieto podmienky

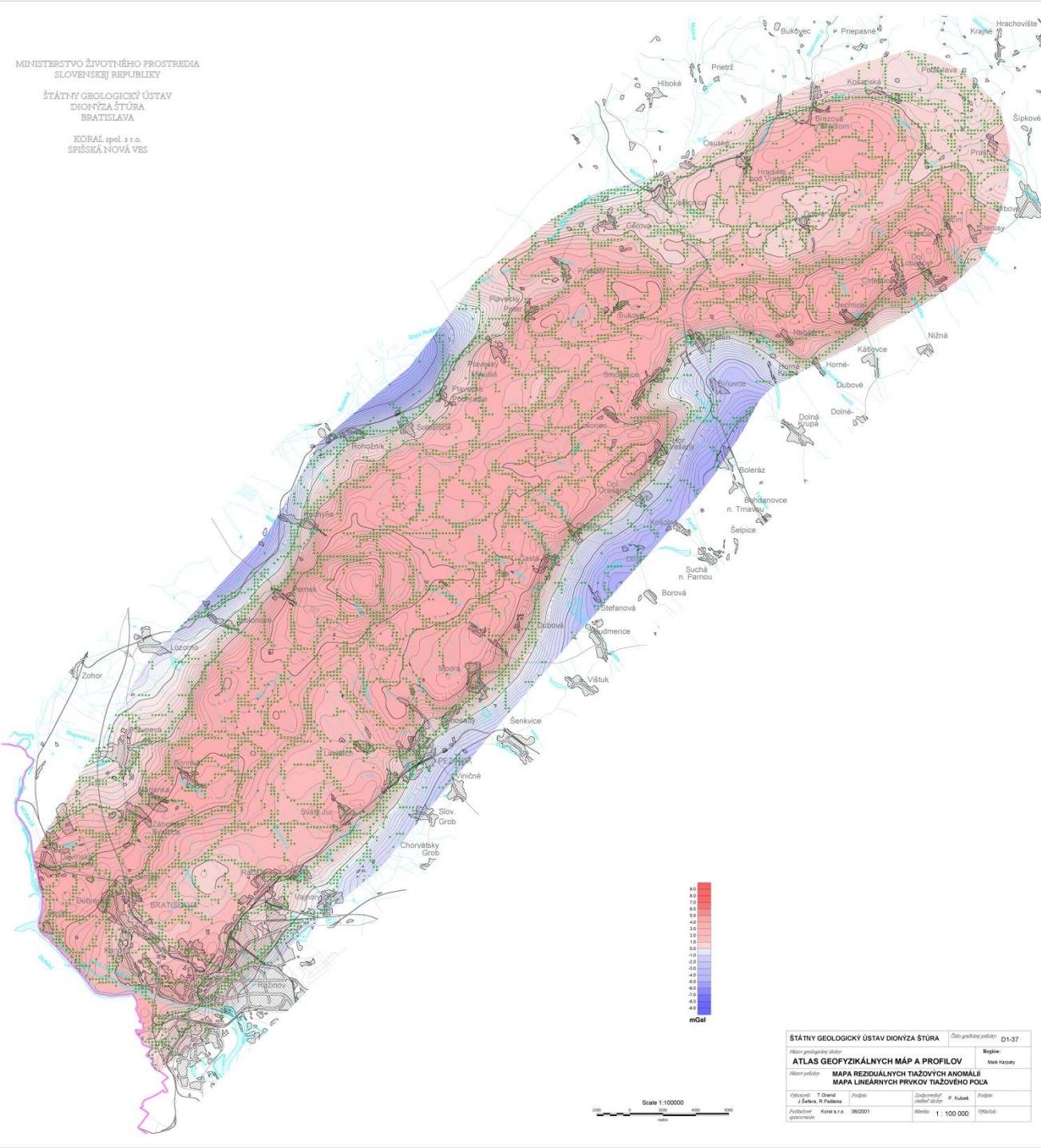




# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

**oblasť Malých  
Karpát,  
ÚBA  $2.67 \text{ g.cm}^{-3}$**

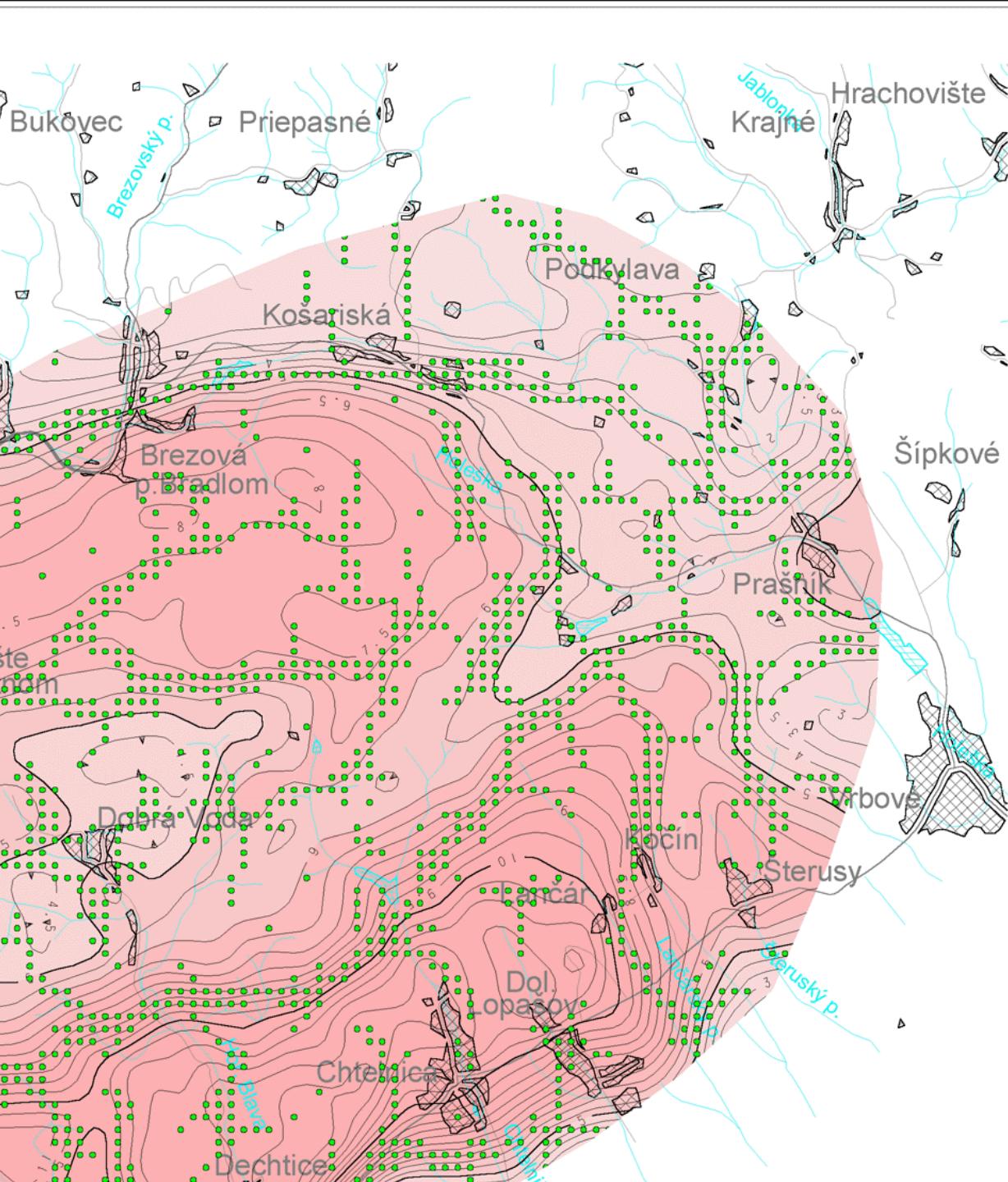
metódy využívajúce  
transformované polia  
Blakelyho metóda  
lineárnych prvkov



## *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

**oblasť Malých  
Karpát,  
mapa rezid. tiaž.  
anomálií (pre  
ÚBA  $2.67 \text{ g.cm}^{-3}$ )  
+ riešenia  
Blakelyho metódy**

metódy využívajúce  
transformované polia  
Blakelyho metóda  
lineárnych prvkov



# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

# **oblast' Malých Karpát, mapa rezid. tiaž. anomálií (pre ÚBA 2.67 g.cm<sup>-3</sup>) + riešenia Blakelyho metódy**

metódy využívajúce  
transformované polia  
Blakelyho metóda  
lineárnych prvkov

# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

tzv. priame metódy

(bez zapojenia apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- metódy využívajúce charakteristické body anomálie
- metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)
- metódy využívajúce transformované polia

# *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

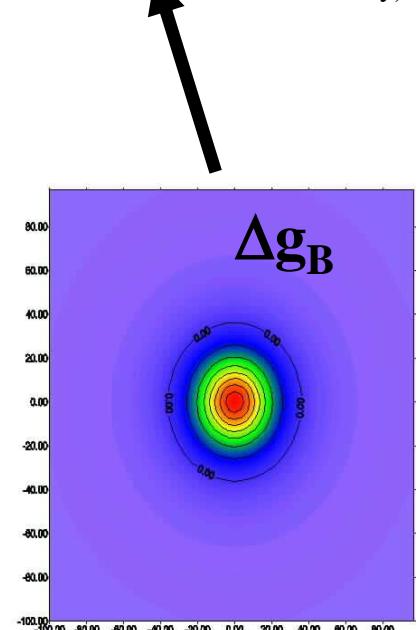
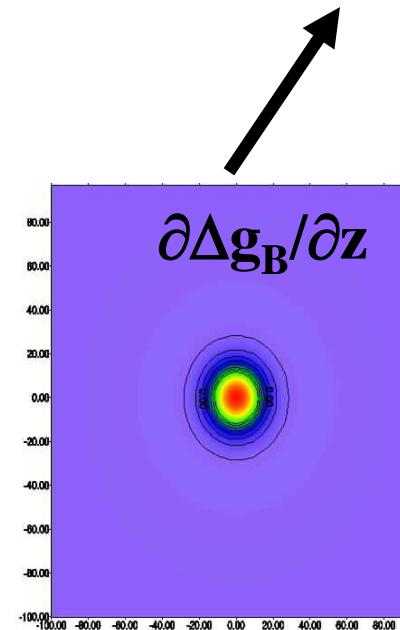
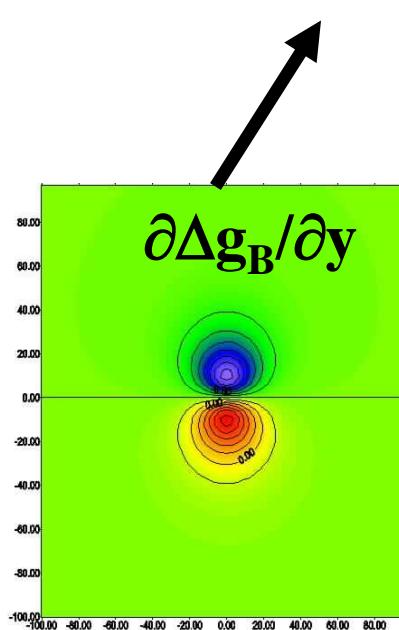
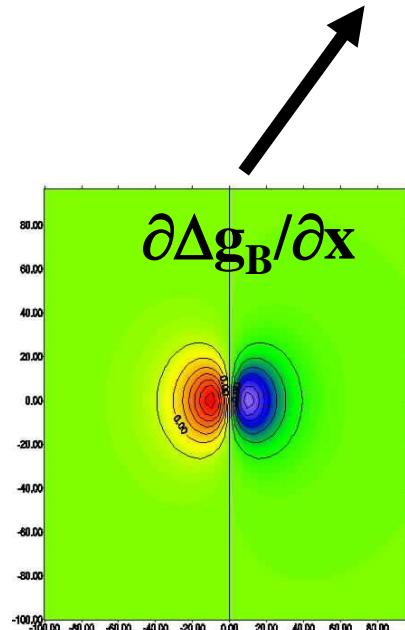
metódy využívajúce transformované polia –

– tzv. **Eulerova dekonvolúcia**

1. spočítajú sa všetky gradienty  $\partial\Delta g_B/\partial x$ ,  $\partial\Delta g_B/\partial y$  a  $\partial\Delta g_B/\partial z$
2. rieši sa interpretačná rovnica (vyplývajúca z Eulerovho teoremu):

$$(x_P - x_0) \frac{\partial \Delta g_B}{\partial x} + (y_P - y_0) \frac{\partial \Delta g_B}{\partial y} + (z_P - z_0) \frac{\partial \Delta g_B}{\partial z} = -N \Delta g_B$$

N – tzv. štruktúrny index (udáva typ hľadanej štruktúry)



## *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

metódy využívajúce transformované polia - **Eulerova dekonvolúcia**

$$(x_P - x_0) \frac{\partial \Delta g_B}{\partial x} + (y_P - y_0) \frac{\partial \Delta g_B}{\partial y} + (z_P - z_0) \frac{\partial \Delta g_B}{\partial z} = -N \Delta g_B$$

3. interpretačná rovnica sa rieši v okne (**3 neznáme**:  $x_0$ ,  $y_0$  a  $z_0$ ), pričom sa napíše v troch variantoch pre tri po sebe idúce body; takto sa rieši systém troch rovníc o troch neznámych (alebo tzv. preurčený systém viacej rovníc o troch neznámych)
4. okno sa posúva pozdĺž profilu a riešenia sa vynášajú do rezu alebo plochy (riešení býva niekedy veľké množstvo, tak sa maunálnym alebo štatistickým spôsobom volia spoľahlivejšie z nich);  
**najdôležitejšie kritérium je tvorba zhľukov (clusters)**

## *Eulerova dekonvolúcia hodnoty štruktúrneho indexu pre rôzne telesá*

geologický model	počet nekonečných rozmerov modelu	magnet. N	gravit. N
guľa	0	3	2
vert. tyč	1 (z)	2	1
horizont. valec	1 (x-y)	2	1
dajka (doska)	2 (z a x-y)	1	0
polnekoneč. horiz. doska	2 (x a y)	1	0
kontakt	3 (x, y a z)	0	-1

*Eulerova dekonvolúcia,  
príklad odvodenia štruktúrneho indexu pre 2D valec:*

vzťahy pre  $V_z$ ,  $V_{xz}$  a  $V_{zz}$ :

$$V_z(x, z) = 2G\lambda \frac{z}{x^2 + z^2}, \quad \frac{\partial V_z(x, z)}{\partial x} = -4G\lambda \frac{xz}{(x^2 + z^2)^2}, \quad \frac{\partial V_z(x, z)}{\partial z} = -2G\lambda \frac{z^2 - x^2}{(x^2 + z^2)^2}$$

dosadíme do základnej interpretačnej rovnice:

$$x \frac{\partial V_z}{\partial x} + z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -NV_z(x, y, z)$$

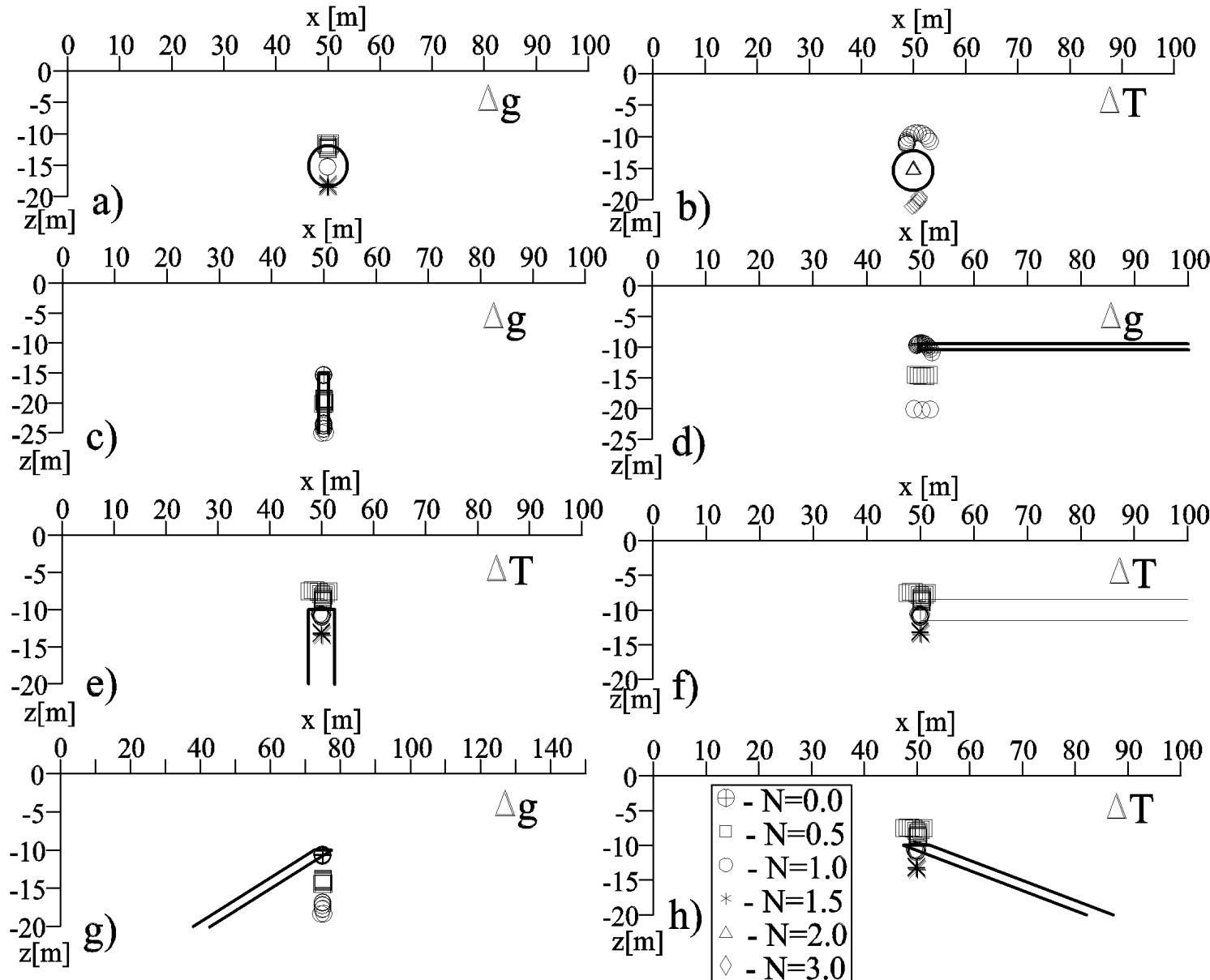
$$-4G\lambda \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} - 2G\lambda \frac{z^3 - x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} = -2G\lambda \frac{2x^2 z + z^3 - x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} =$$

$$= -2G\lambda \frac{z}{x^2 + z^2} = -V_z(x, z) \Rightarrow N = 1$$

podobným spôsobom vieme odvodiť hodnotu štruktúrneho indexu  $N$  pre ďalšie jednoduché telesá

# Eulerova dekonvolúcia

## príklady riešenia na syntetických modeloch



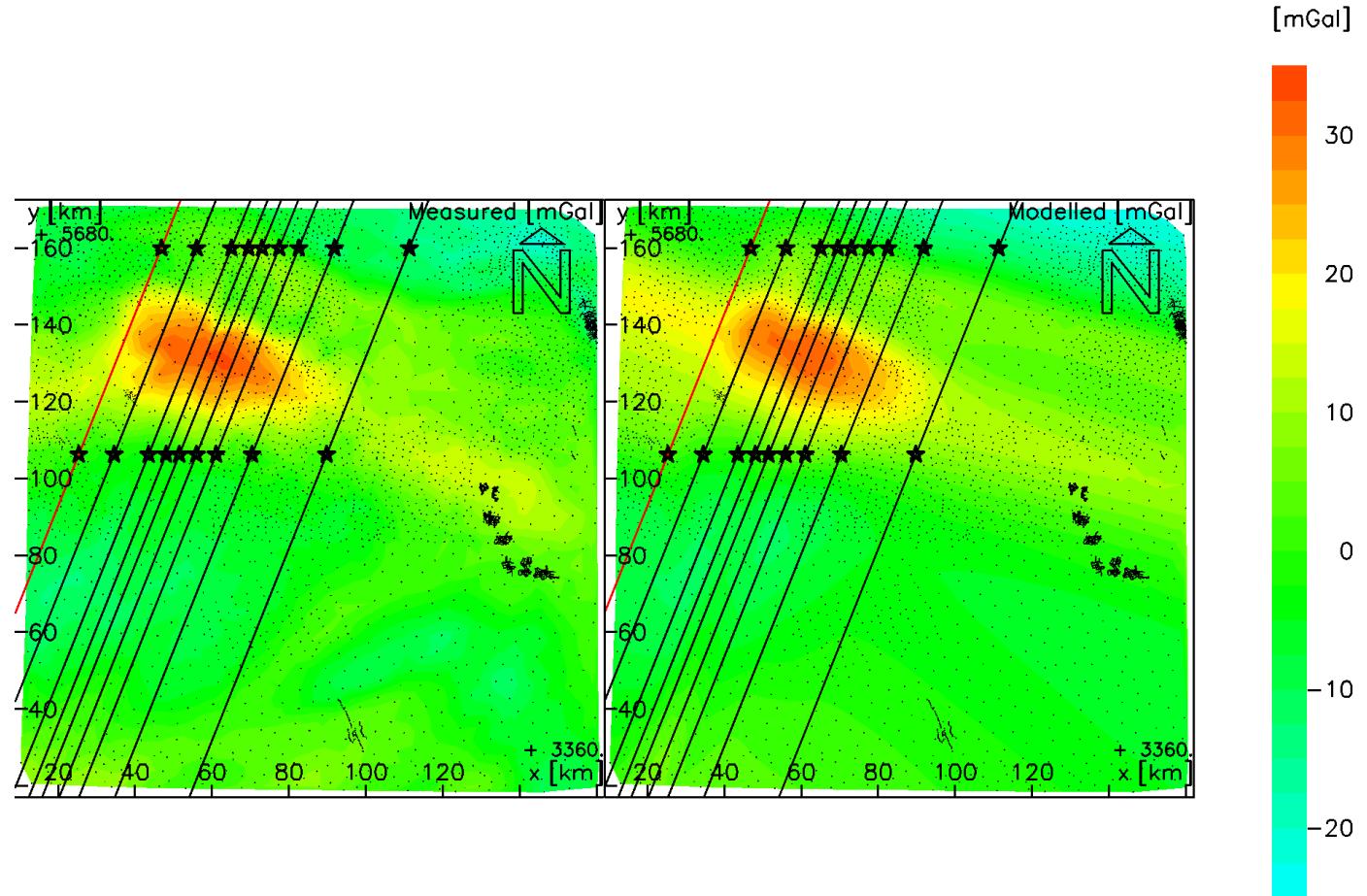
# *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

metódy využívajúce transformované polia – Eulerova dekonvolúcia



3-D Gravity and Magnetic Modeling  
Modell-12-12 Vers. 471/472

Anomaly Maps: Gravity

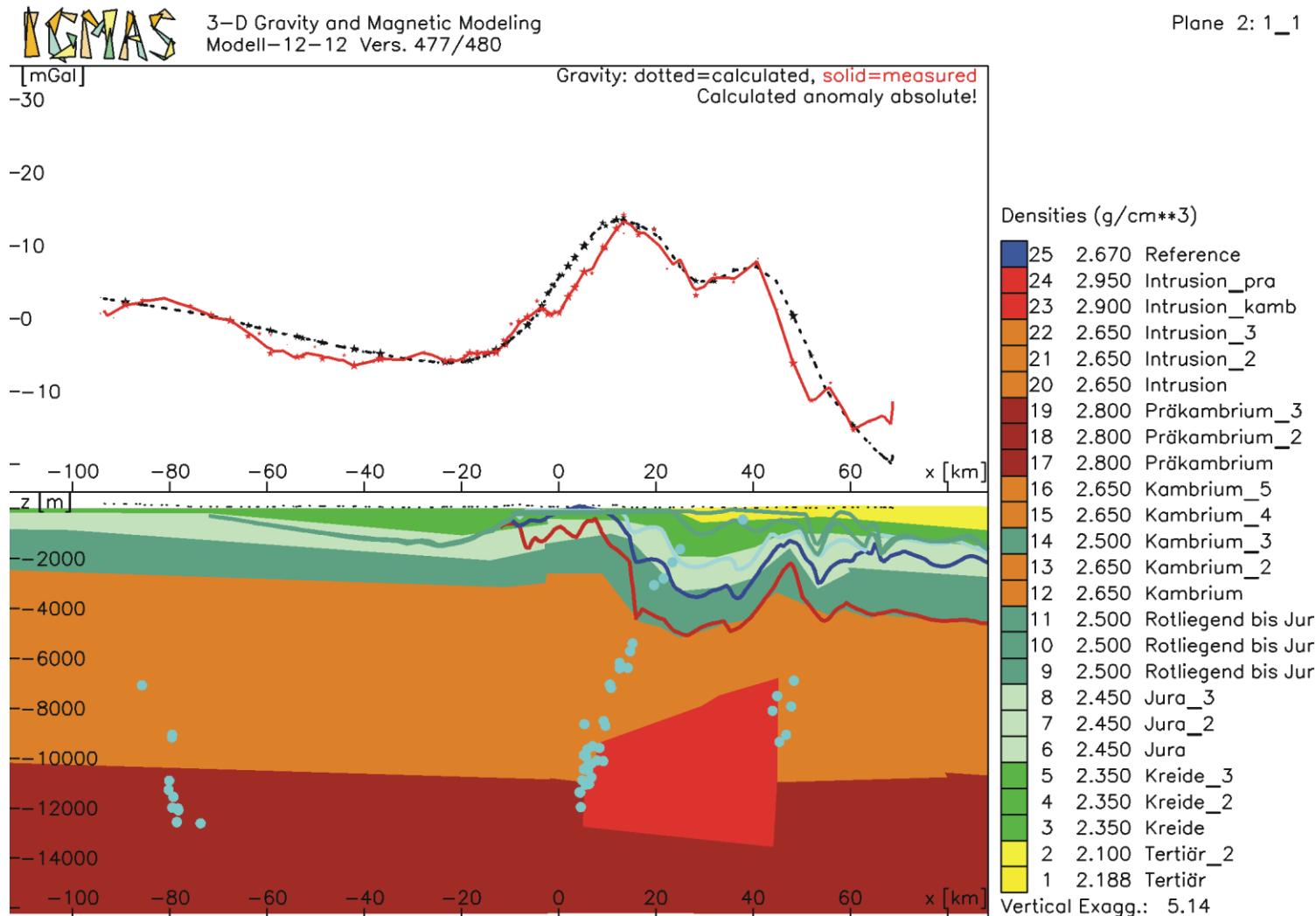


kladná tiažová anomália „Bramsche“ zo severo-nemeckého sedim. bazénu

# *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

metódy využívajúce transformované polia – Eulerova dekonvolúcia

**izolovaná anomália – dobré výsledky**

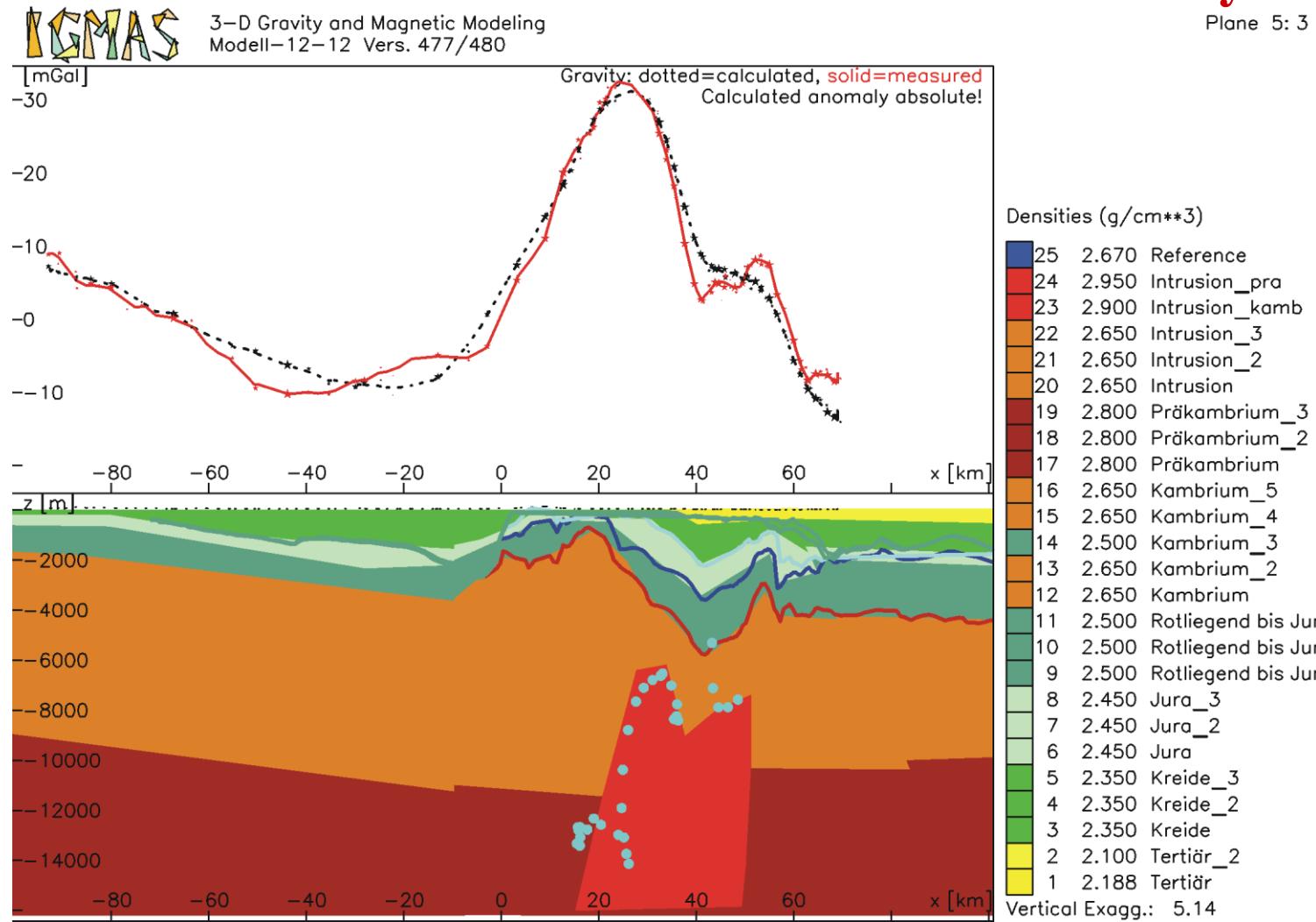


porovnanie modelovania anomálie „Bramsche“ a výsledkov Euler. dekonv.

# *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

metódy využívajúce transformované polia – Eulerova dekonvolúcia

## **izolovaná anomália – dobré výsledky**



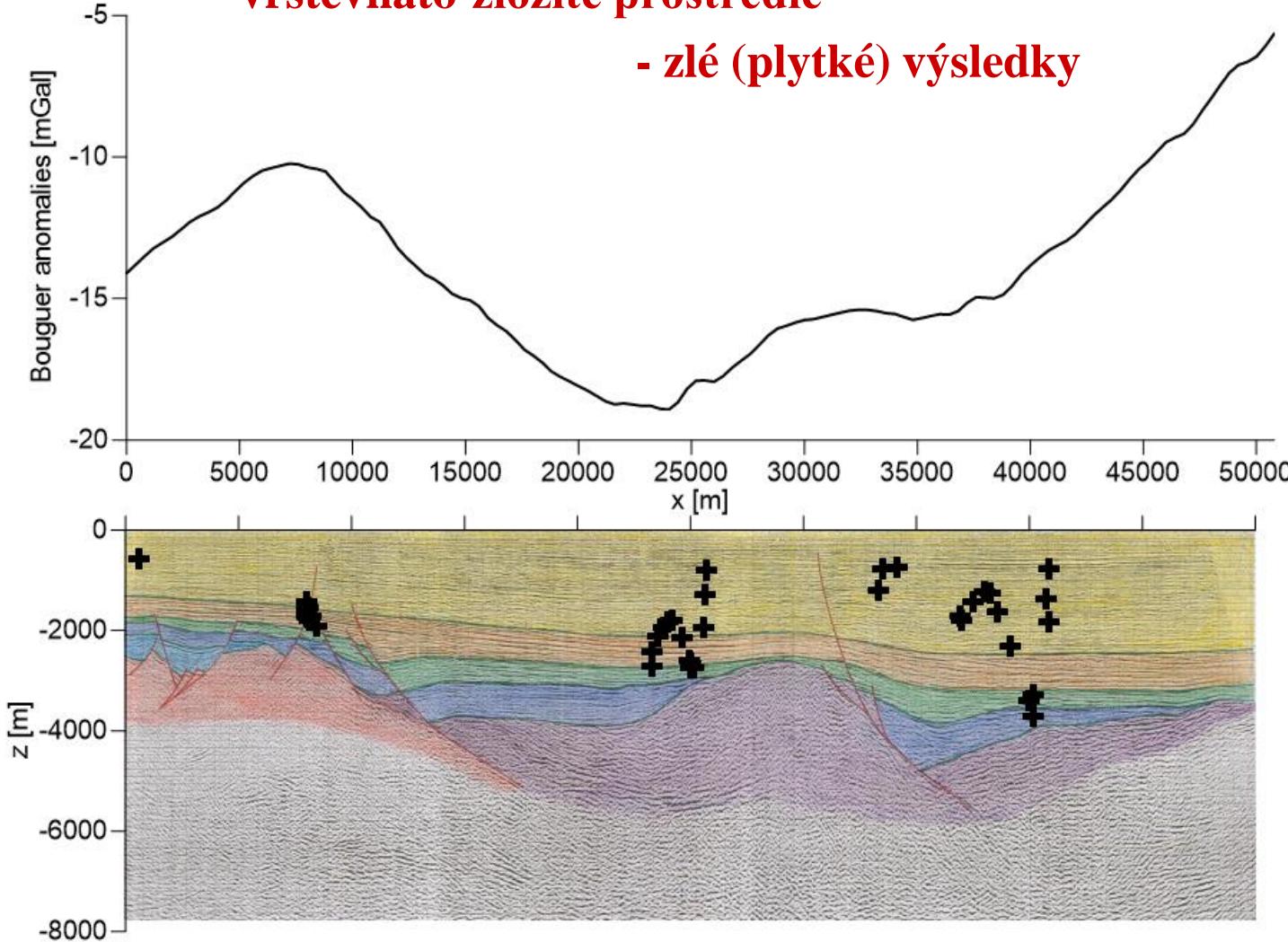
porovnanie modelovania anomálie „Bramsche“ a výsledkov Euler. dekonv.

# *interpretácia v gravimetrii- priame metódy*

metódy využívajúce transformované polia – Eulerova dekonvolúcia  
profil – Podunajská nížina (pozdĺž MX2)

**vrstevnato-zložité prostredie –**

**- zlé (plytké) výsledky**



pozor!

## poznámka:

pri štúdiu vlastností dekonvolučných interpretačných metód je veľmi dôležité ich rozdielne správanie v prípade rôznych typoch obrátenej úlohy

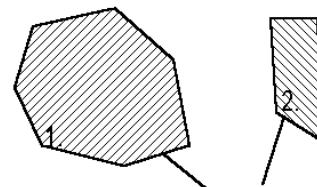
z tohto pohľadu sa ukazuje veľmi vhodná klasifikácia úloh podľa Strachova (1990):

1. úlohy rudného typu – izolované telesá, produkujúce izolované (alebo separovateľné) anomálie – dekonvolučné metódy poskytujú veľmi dobré výsledky
2. úlohy štruktúrneho typu (zvrstvené prostredia, hust. rozhrania) – prostredie pozostáva z viacerých nad sebou uložených vrstiev a rozhraní medzi nimi, táto úloha je omnoho zložitejšia, dekonvolučné metódy poskytujú často iba odhady významných plynutších zdrojov
3. úlohy zložitého typu – kombinácia typu 1. a 2., dekonvolučné metódy poskytujú opäť iba odhady významných plynutších zdrojov

# **klasifikácia typov obrátených úloh podľa Strachova (1990)**

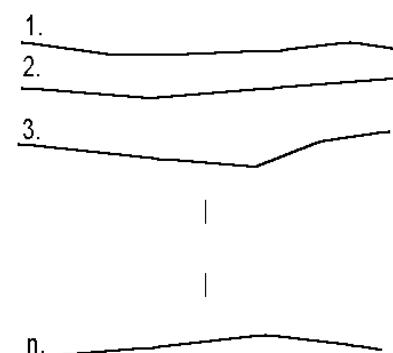
Classes of inverse problems in potential fields

1. problems of ore type



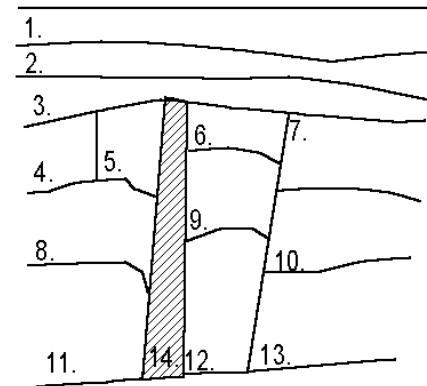
isolated bodies with constant physical parameters (or with small gradient of its change)

2. problems of structural type



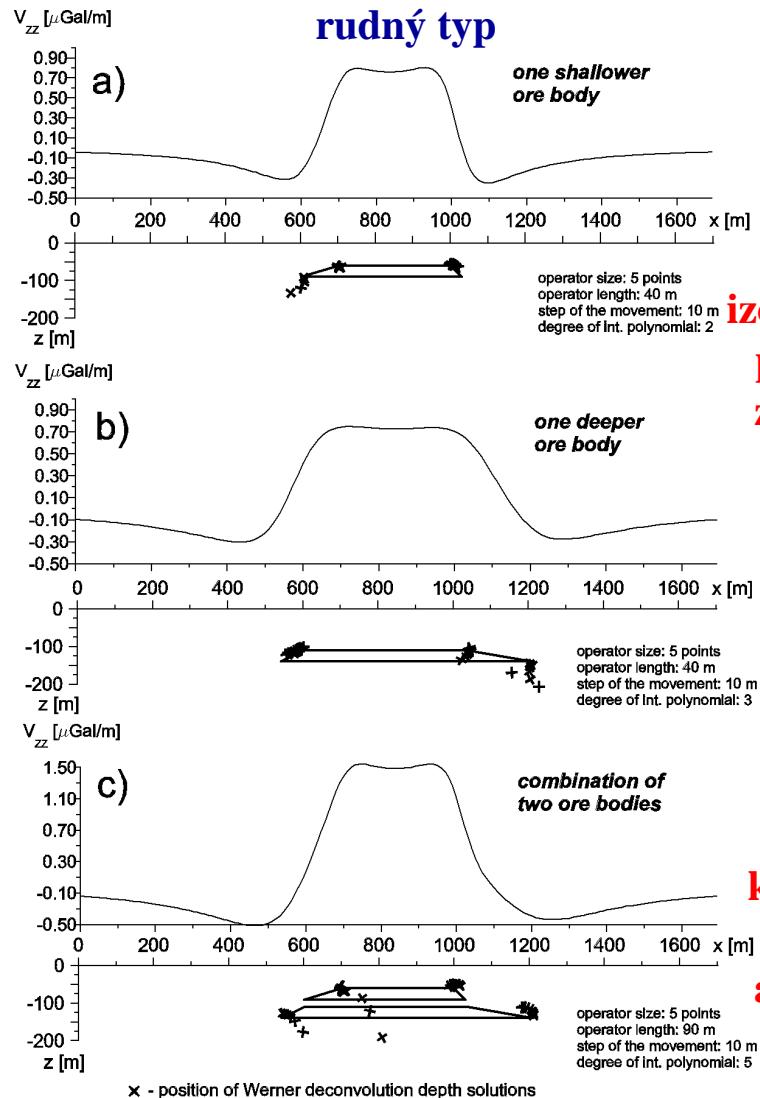
n layers problem - physical parameters for each of n layers are constant or described by simple mathematical functions

3. problems with complicated distribution of sources



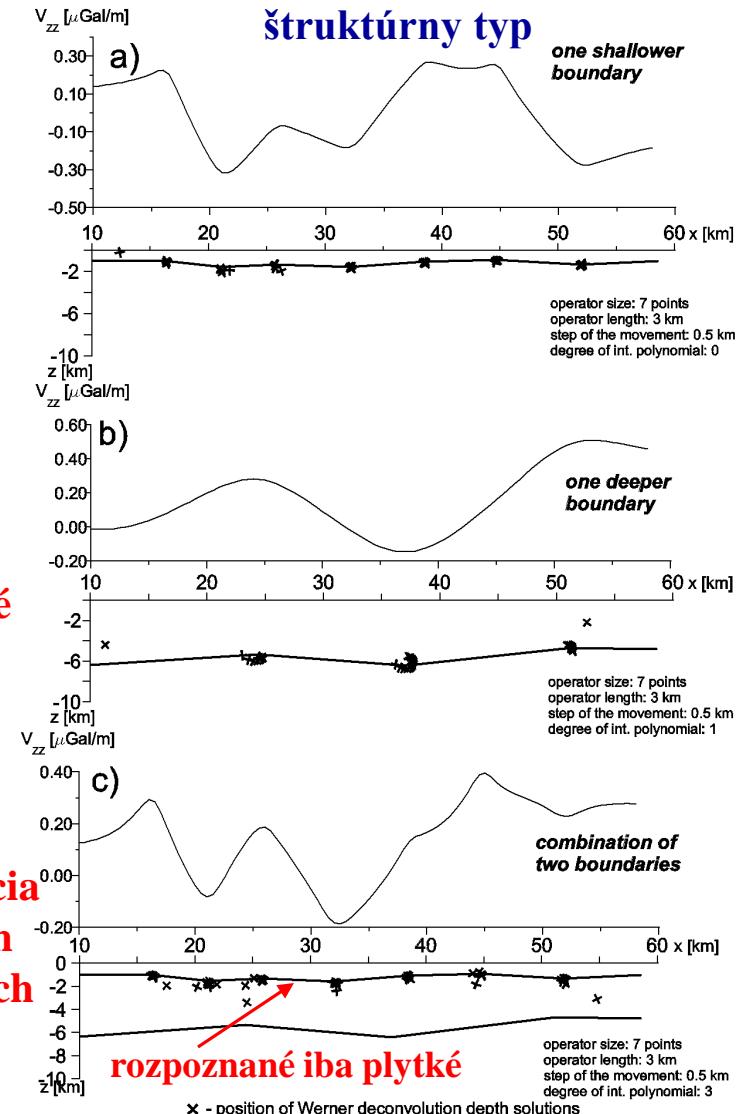
connection of ore and structural types

# vlastnosti dekonvolučných metód pre prípady úloh rudného a štruktúrneho typu



**izolované  
plytké  
zdroje**

**izolované  
hlboké  
zdroje**



# *interpretáčné metódy v gravimetrii*

## obrátená úloha $\leftrightarrow$ transformácie

rozdiel medzi niektorými inverznými a transformačnými metódami nie je dobre definovateľný – napr. hľadané extrémy niektorých špeciálne transformovaných polí svedčia o polohe zdrojov

**napr.:**

**Nabighian (1974)** (Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section. Geophysics 39, 85 – 92) – **tzv. analytický signál**

**Berezkin (1967)** (Application of the total vertical gradient of gravity for determination of the depth to the sources of gravity anomalies, Exploration geophysics 18) (rusky) –  
**tzv. totálny normovaný gradient**

$$AS(x, z) = \frac{(\partial g_x / \partial z)^2 + (\partial g_z / \partial z)^2}{g_x^2 + g_z^2}$$

$$G^N(x, z) = \frac{\sqrt{(\partial g / \partial x)^2 + (\partial g / \partial z)^2}}{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sqrt{(\partial g_i / \partial x)^2 + (\partial g_i / \partial z)^2}}$$

# Metóda Totálneho Normovaného Gradientu (TNG)

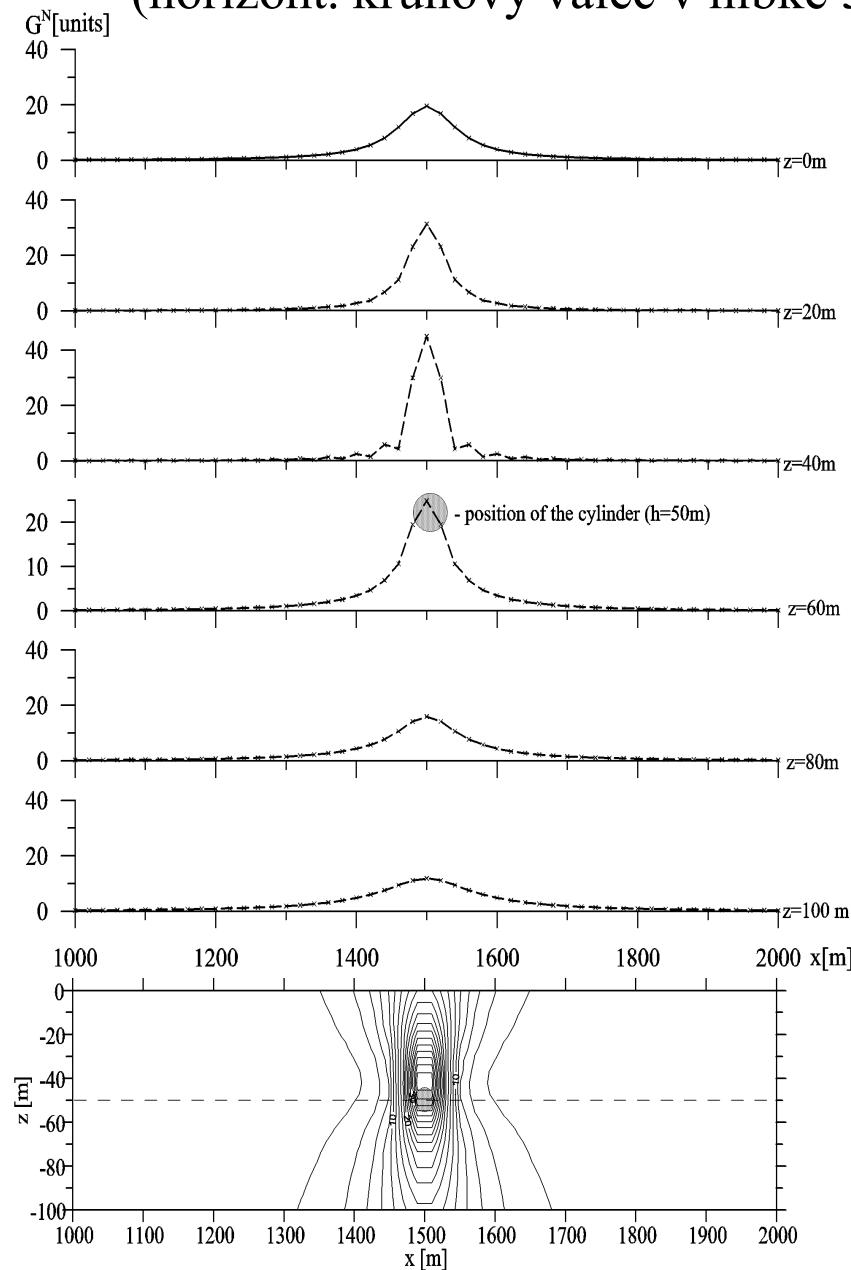
1. Spočítajú sa horizontálne a vertikálne gradienty -  $\partial g/\partial x$  a  $\partial g/\partial z$  prepočítanej funkcie (smerom nadol) na viacerých hĺbkových úrovniach.
2. Z týchto smerových gradientov je spočítaný totálny gradient:

$$G(x, z) = \sqrt{(\partial g/\partial x)^2 + (\partial g/\partial z)^2}$$

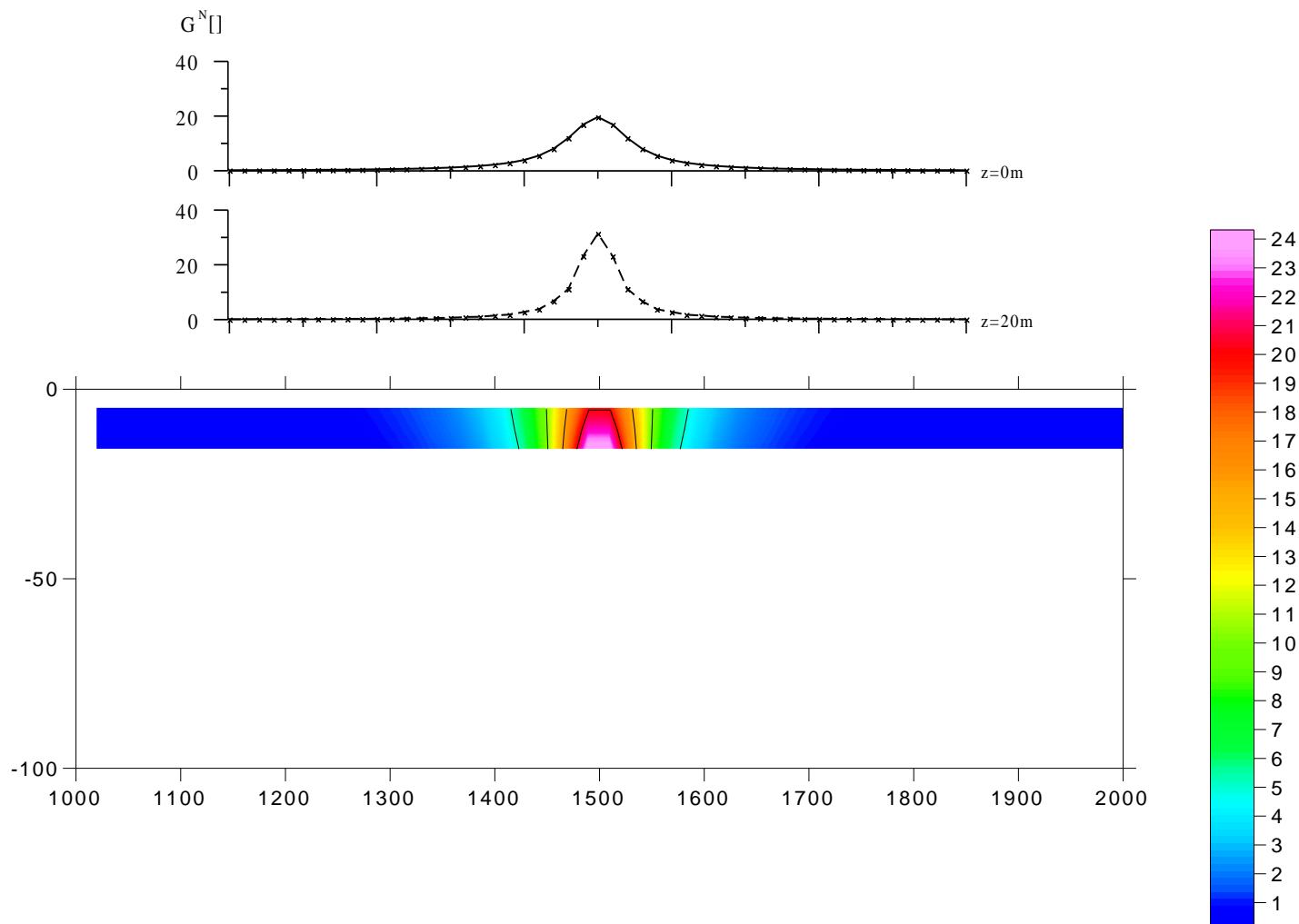
3. Vypočítaný totálny gradient je normovaný (delený) na každej hĺbkovej úrovni s jeho priemernou hodnotou -> vznik poľa TNG ( $G^N$ ):

$$G^N(x, z) = \frac{\sqrt{(\partial g/\partial x)^2 + (\partial g/\partial z)^2}}{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sqrt{(\partial g_i/\partial x)^2 + (\partial g_i/\partial z)^2}}$$

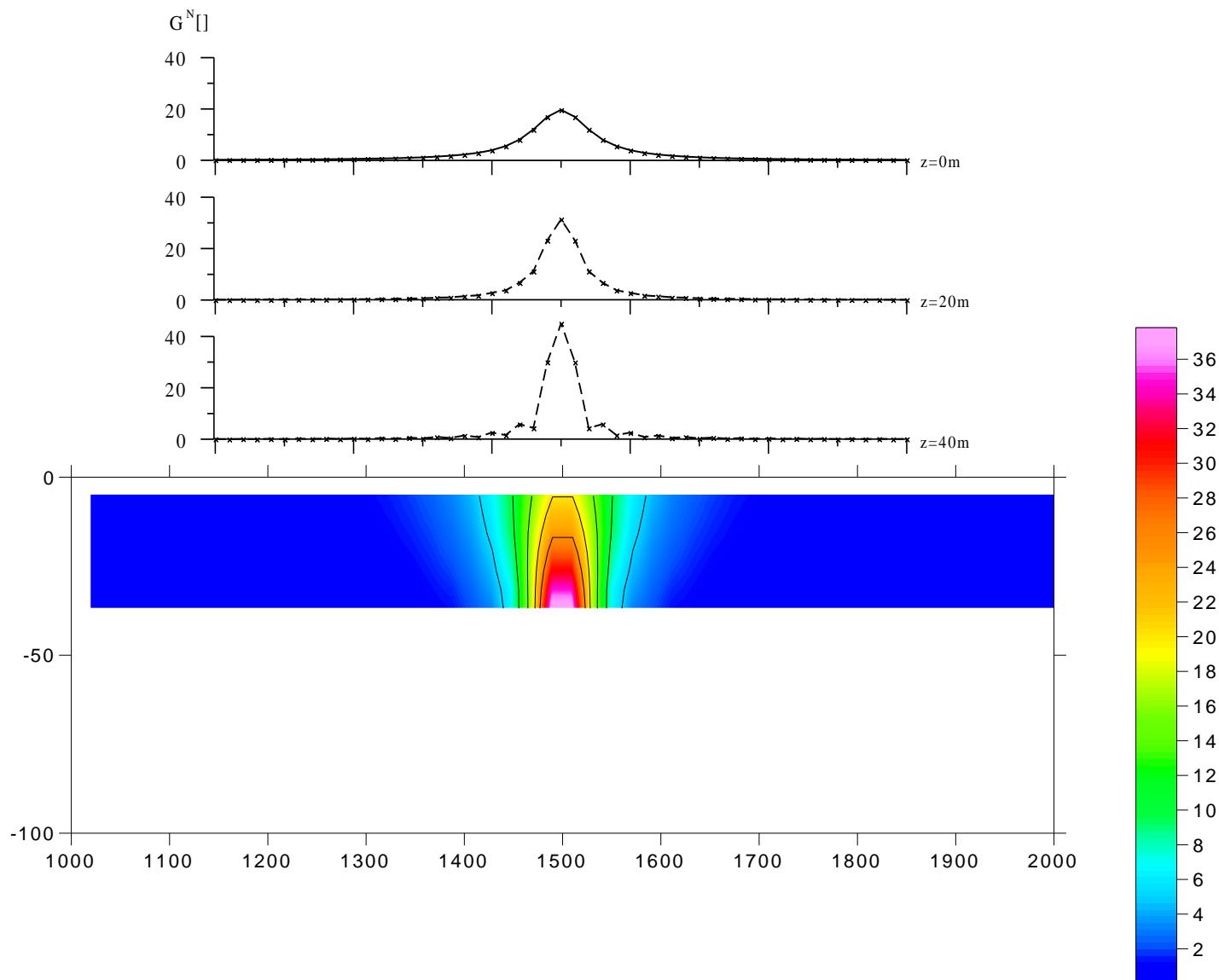
pole totálneho normovaného gradientu v reze cez zdroj  
(horizont. kruhový valec v hĺbke 50 m)



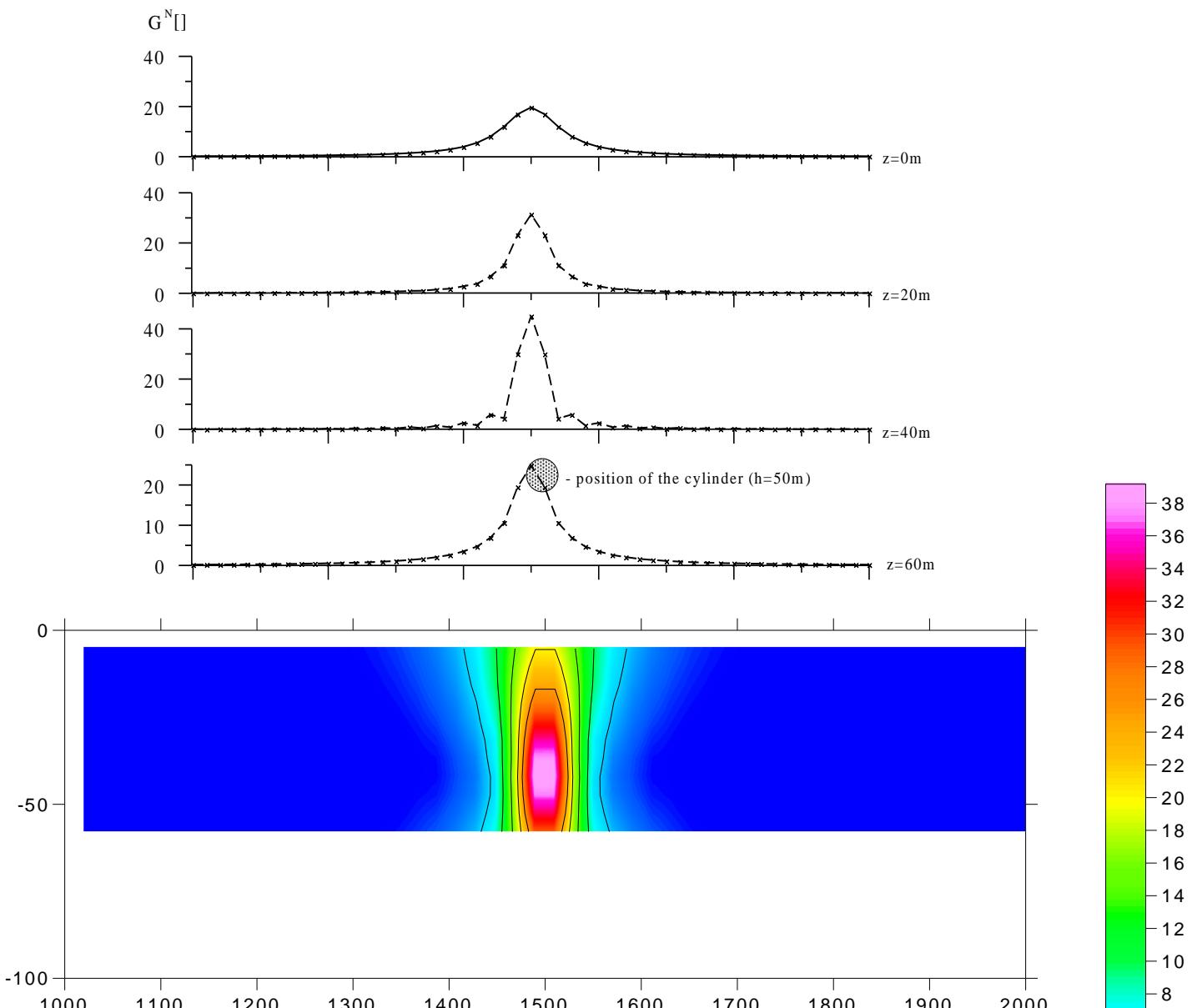
pole totálneho normovaného gradientu v reze cez zdroj  
(horizont. kruhový valec v hĺbke 50 m)

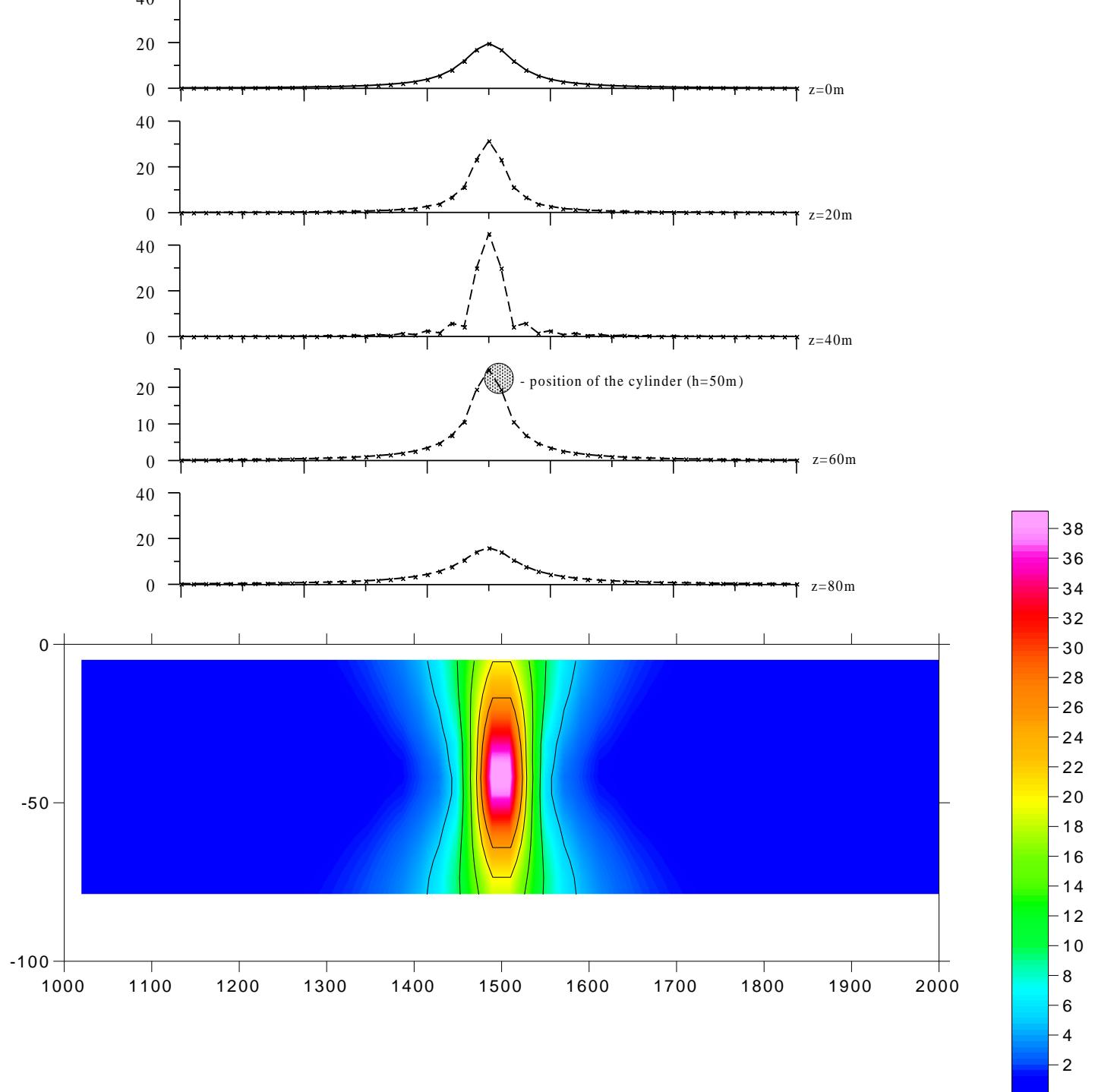


pole totálneho normovaného gradientu v reze cez zdroj  
(horizont. kruhový valec v hĺbke 50 m)

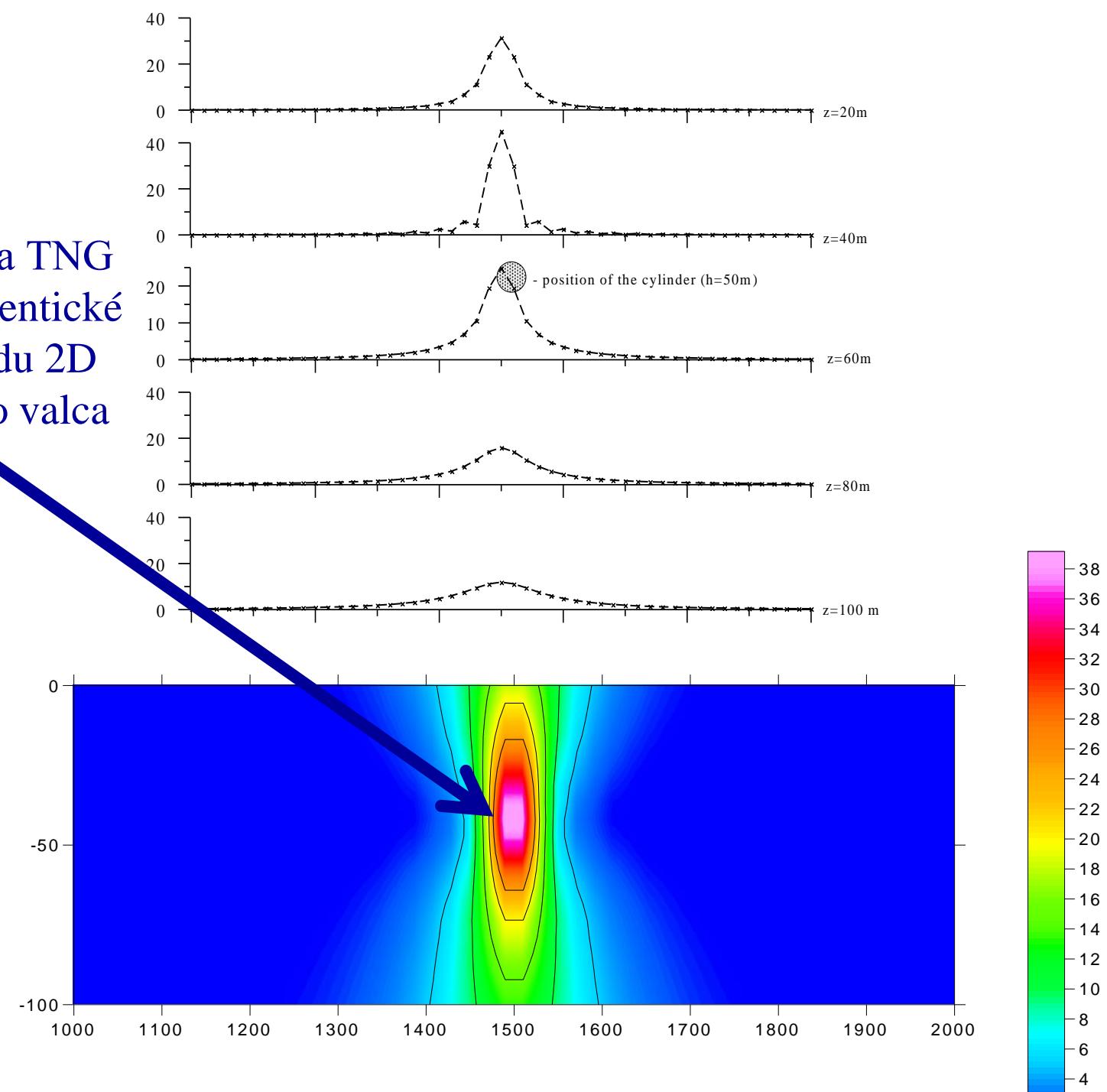


pole totálneho normovaného gradientu v reze cez zdroj  
(horizont. kruhový valec v hĺbke 50 m)





maximum pol'a TNG  
je polohovo identické  
s polohou stredu 2D  
horizontálneho valca





# *interpretácia v gravimetrii - priame metódy*

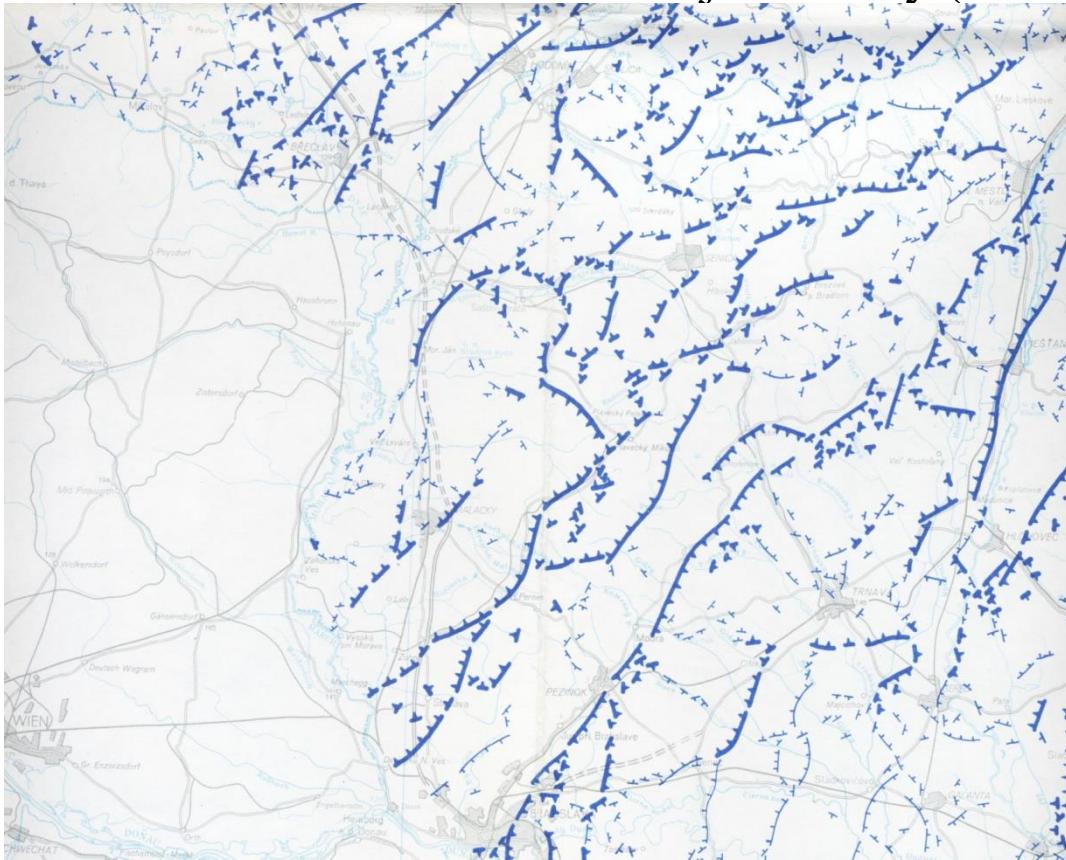
## metódy využívajúce celú alebo časť krivky

veľmi známa je tzv. Linsserova metóda

(skriptá, str. 237 - 244)

- veľmi populárna v 1970 – 1980 rokoch
- vyhľadáva prítomnosť vertikálneho stupňa v predpokladanej hĺbke
- Prof. Šefara rozšíril možnosti tejto metódy (niekedy je aj nazývaná ako

Linsser-Šefarova metóda)



výstup je zobrazovaný vo forme krátkej úsečky v smere hrany okraja stupňa s krátkou kolmou úsečkou v smere jeho sklonu; ich veľkosť je úmerná tzv. koincidencii – „miere napasovania modelovej odozvy stupňa na interpret. pole“