

Fyzika

Úvodný kurz pre poslucháčov
prvého ročníka bakalárskych
programov v rámci štúdia geológie

Úvodná prednáška

kontaktné osoby:

prednášky:

prof. Roman Pašteka (roman.pasteka@uniba.sk),

Katedra aplikovanej a environmentálnej geofyziky (KAEG)

doc. Vladimír Greif

Katedra inžinierskej geológie (KIG)

cvičenia:

Mgr. M. Šugár (FMFI UK),

Mgr. R. Tornyai, PhD. (KIG)

hodnotenie na konci semestra:

písomná skúška (odpovede na 20 otázok, nie výberový test)

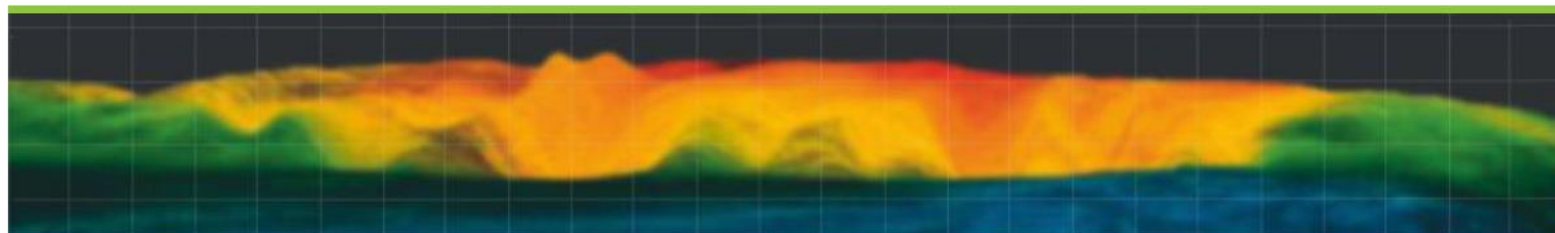
Pripustenie ku skúške len po odovzdaní všetkých úloh z cvičení!

Prezentácie z prednášok vo forme PDF:

<http://www.kaeg.sk>

Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave

Katedra aplikovanej a environmentálnej geofyziky



[Domov](#)

[Štúdium](#)

[Katedra](#)

[História](#)

[Zamestnanci](#)

[Výskum](#)

[Fotogaléria](#)

[Súbory](#)

Aktuálne témy Bakalárskych a Diplomových prác na našej katedre (šk. rok 2019/2020)

Napísal [Roman Pašteka](#), 21. novembra 2017 v [Aktuality](#)

Milé študentky, milí študenti.

V pripojených súboroch nájdete aktualizované témy BP a DP na našej katedre.

V prípade záujmu o niektorú z nich kontaktujte uvedeného učiteľa alebo vedúceho katedry.

[BakTemy 2019-20](#)

[DiplTemy 2019-20](#)

[Čítať ďalej »](#)

XII. Slovenská Geofyzikálna konferencia

Napísal [Roman Pašteka](#), 7. apríla 2017 v [Aktuality](#)

Hľadať

Rýchla navigácia

[Fotogaléria](#)

[História](#)

[Katedra](#)

[Štúdium](#)

◦ [Učebné texty](#)

[Súbory](#)

[Výskum](#)

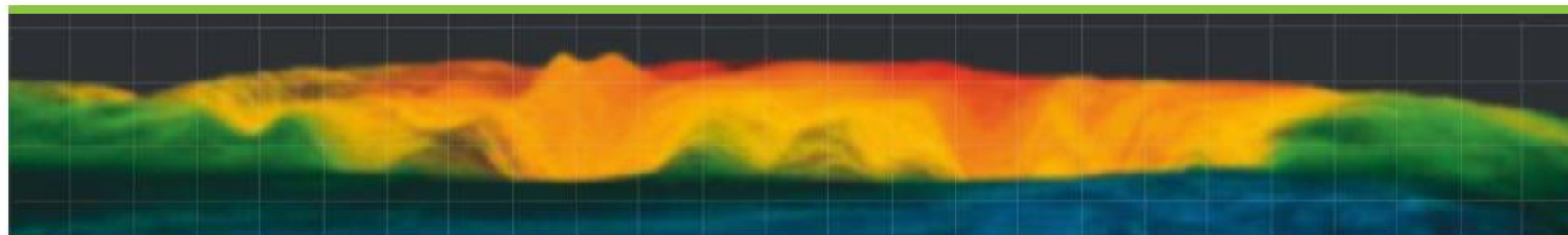
◦ [Projekty APVV](#)

Prezentácie z prednášok vo forme PDF:

<http://www.kaeg.sk>

Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave

Katedra aplikovanej a environmentálnej geofyziky



[Domov](#)

[Štúdium](#)

[Katedra](#)

[História](#)

[Zamestnanci](#)

[Výskum](#)

[Fotogaléria](#)

[Súbory](#)

Učebné texty

Predmet: Fyzika a fyzika pre geológov, 1. roč. bak. Geológia

Prednášky:

1. Fyzika 1 úvod 2014
2. Fyzika 2 mechanika grav zákon 2014
3. Fyzika 3 mechanika energia optika 2014
4. Fyzika 4 termodynamika plyny 2014
5. Fyzika 5 tepelne stroje 2012
6. Fyzika 6 skupenstva a fázove prechody 2012

Hľadať

Rýchla navigácia

[Fotogaléria](#)

[História](#)

[Katedra](#)

[Štúdium](#)

o [Učebné texty](#)

doplňující literatura + studijné podklady:

Veis Š., Maďar J., Martišovitš V.: Všeobecná fyzika 1 – Mechanika a molekulová fyzika,

Čičmanec P.: Všeobecná fyzika 2 – Elektrina a magnetizmus.

Ilkovič D.: Fyzika 1.

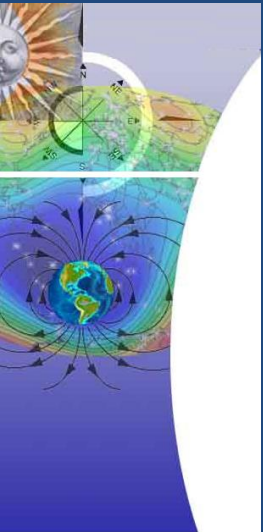
Hajko V. a kol.: Fyzika v příkladoch.

Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M.: Feynmanovy přednášky z fyziky. *Nakladatelství Fragment (2013)*

tématická náplň semestra:

- Úvod, základné pojmy a nástroje fyziky
- Základy mechaniky, gravitačné pole
- Energia, výkon, práca.
- Základy termodynamiky a tepelné stroje
- Zmeny skupenstiev a fázové prechody
- Stavba a vlastnosti pevných látok
- Prúdenie kvapalín a plynov
- Základy elektrickej interakcie
- Základy magnetizmu, základy optiky
- Základy atómovej fyziky, rádioaktivita.

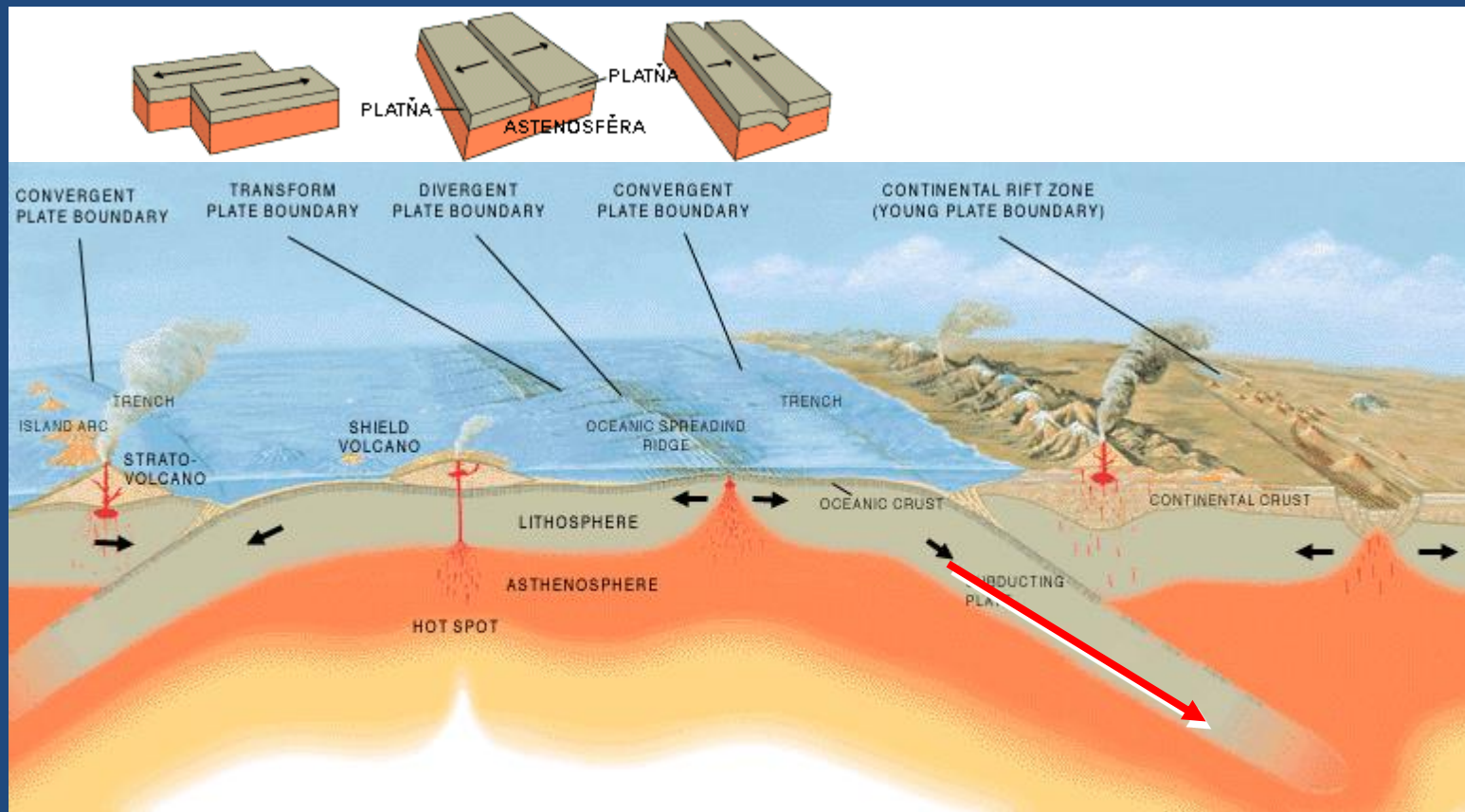
Úloha fyziky v geológii



- pri štúdiu mechanizmov rôznych geologických procesov (platňová tektonika, príkrovy, zosuvy, stavba minerálov, teplotno-tlakové podmienky zmien fáz minerálov, prúdenie podzemnej vody, mechanické vlastnosti hornín, atď.)
- pri meraní a interpretácii fyzikálnych polí Zeme za účelom štúdia jej stavby (geofyzikálne metódy, využívajúce gravitačné, magnetické, elektrické, tepelné, vlnové polia)

úloha fyziky v geológii – platňová tektonika

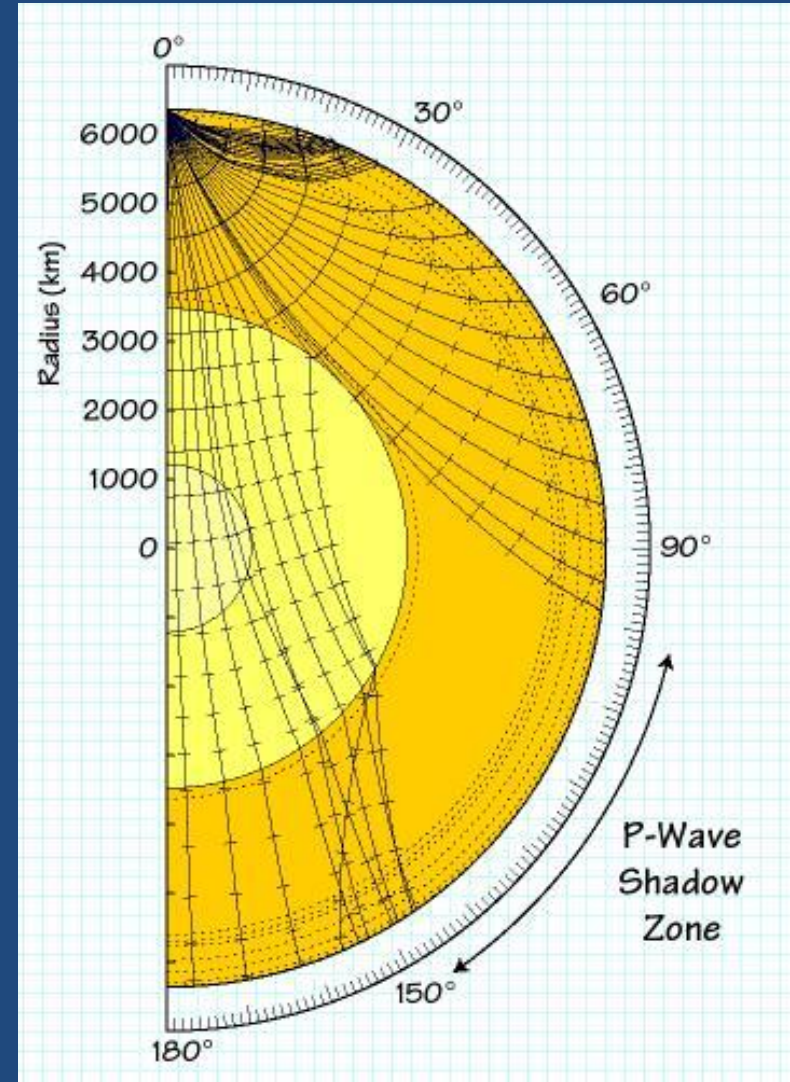
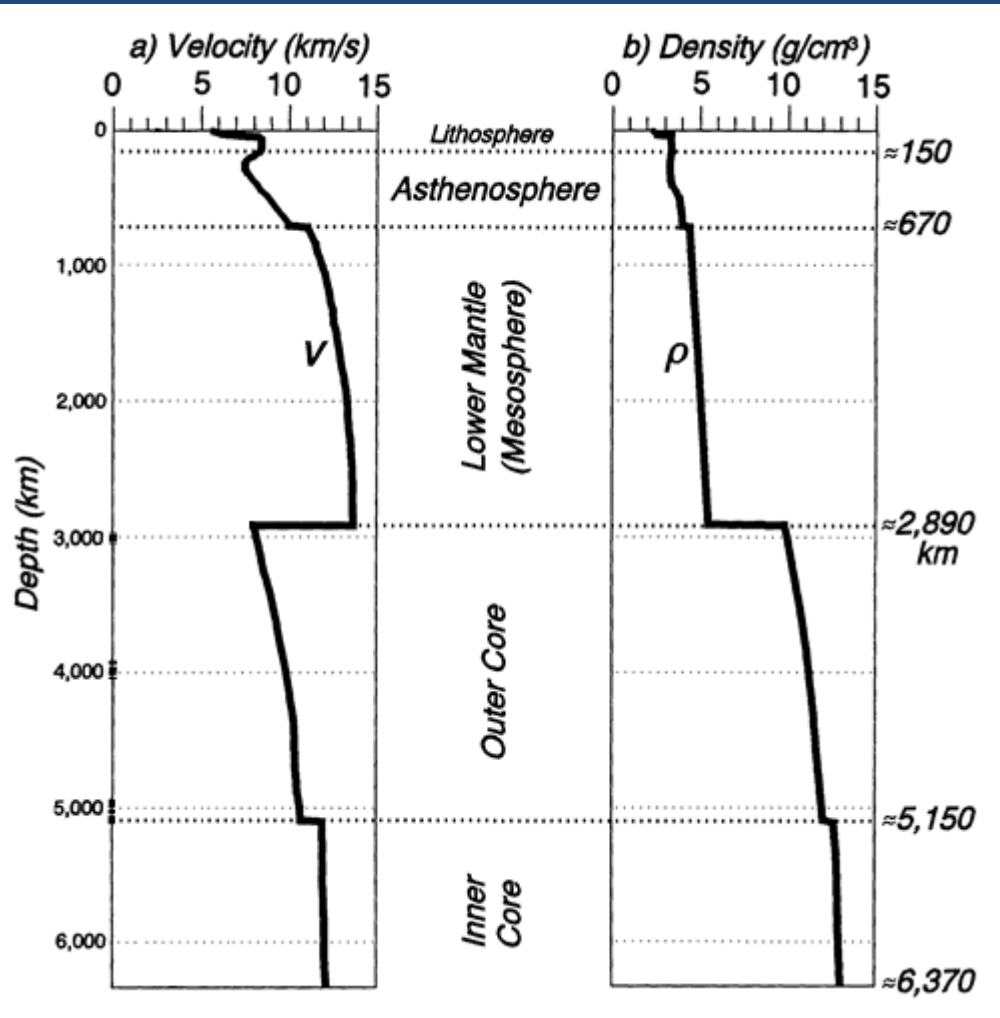
príklad: pri prvých predstavách o „hnacích motoroch“ platňovej tektoniky prevládal názor, že to je rozpínanie morského dna, avšak mineralogicko-fyzikálne modely ukázali, že to je naopak „ťah“ dosky nadol pri jej subdukcii



úloha fyziky v geológii – vnútorná stavba Zeme

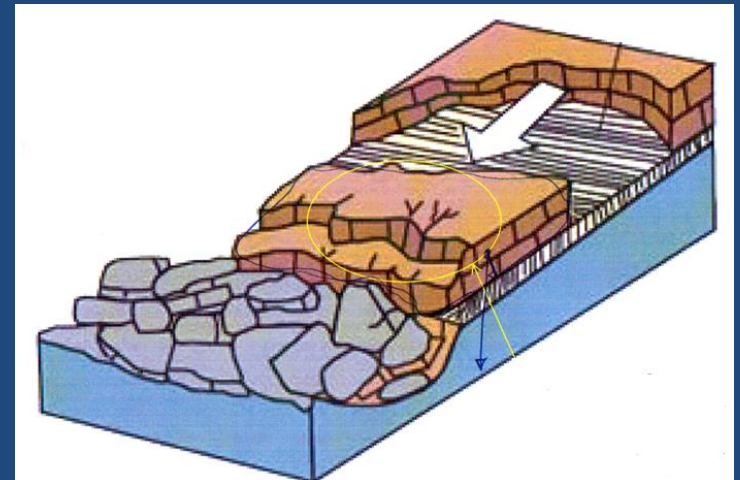
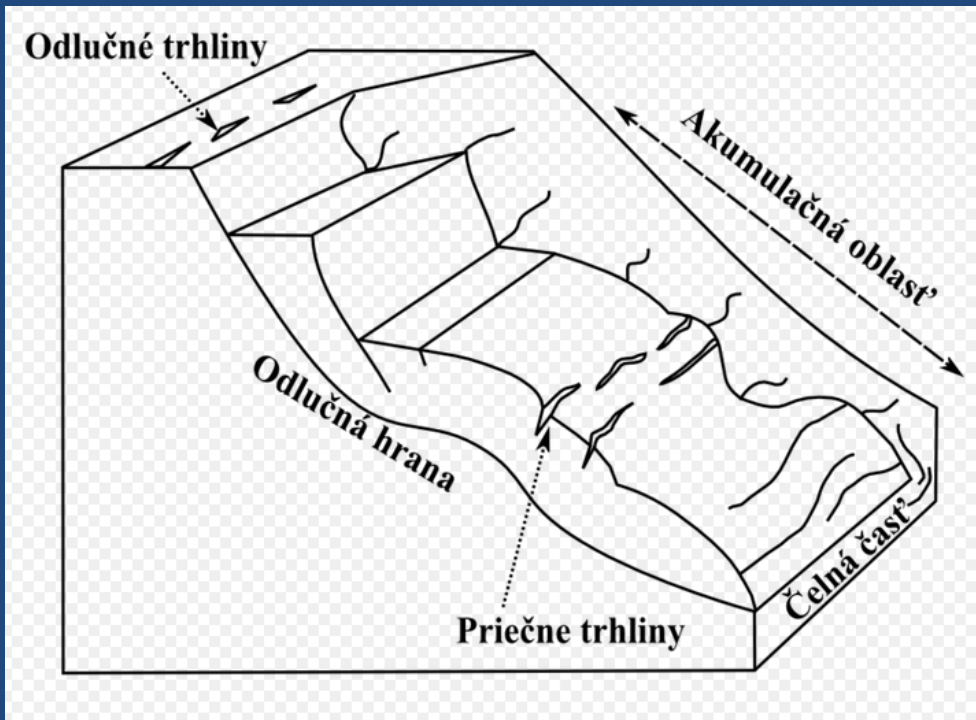
rýchlosť

hustota



úloha fyziky v geológii

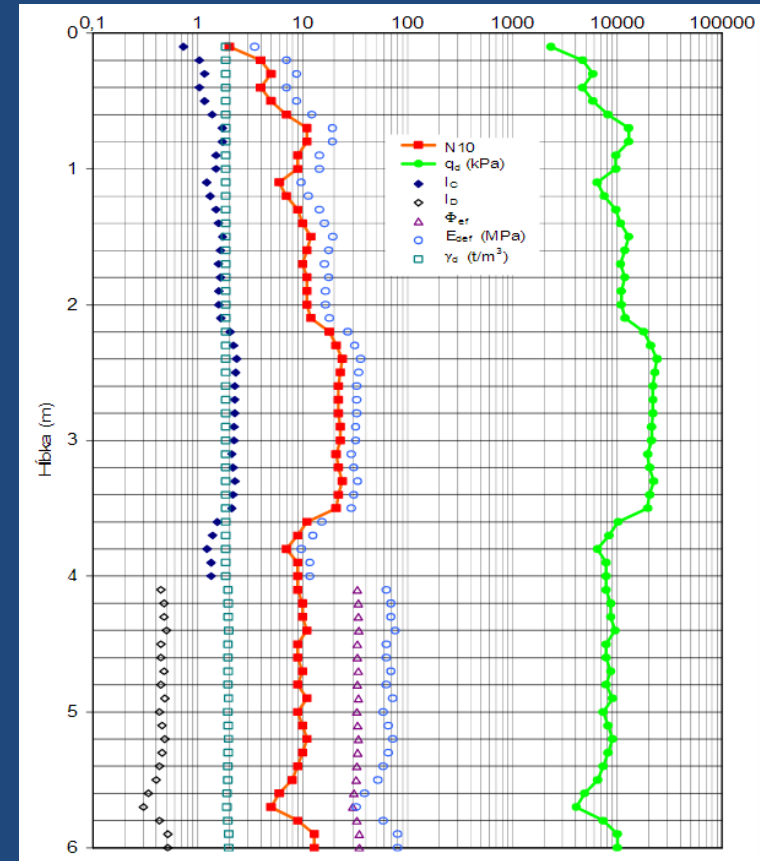
mechanika vzniku a pohybu zosuvov



úloha fyziky v geológii

geomechanické vlastnosti hornín:

(napr. tzv. penetračné skúšky)



modelovanie a objasnenie horotvorných procesov:

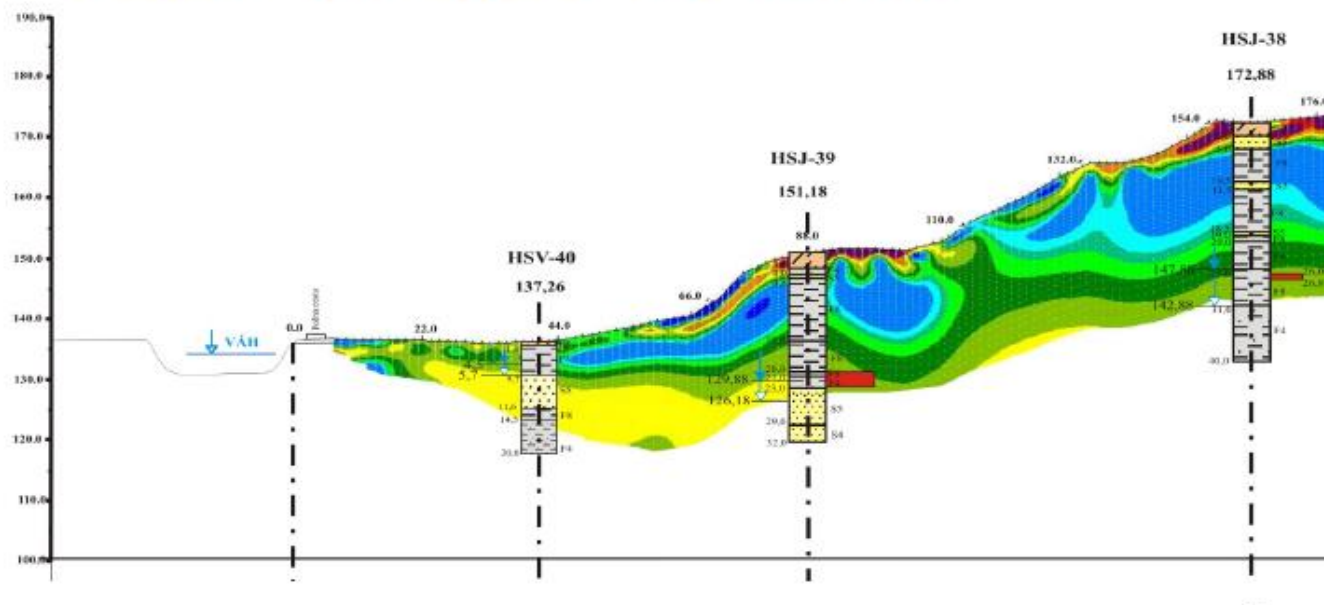
zaujímavý link:

<https://www.youtube.com/watch?v=CPqANwaB0Gw>

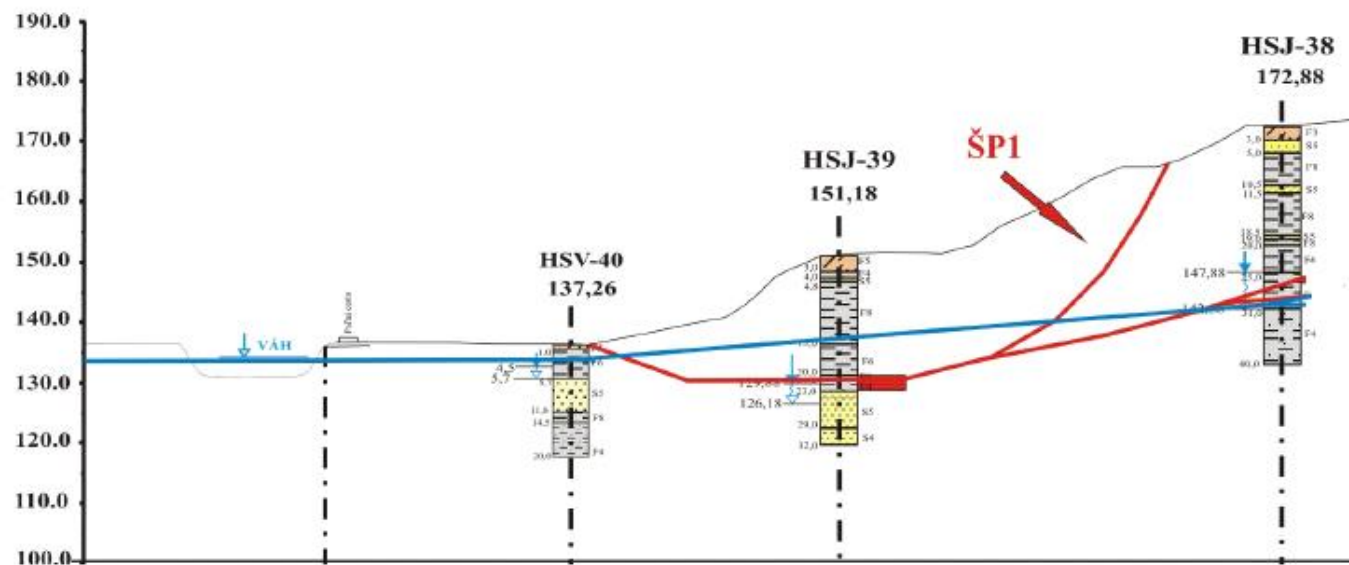
úloha fyziky
v geológii

elektrické
(odporové)
vlastnosti
hornín
v telese
zosuvu

Izoohmický rez (inverzný model)



Interpretovaný rez s určením šmykových plôch



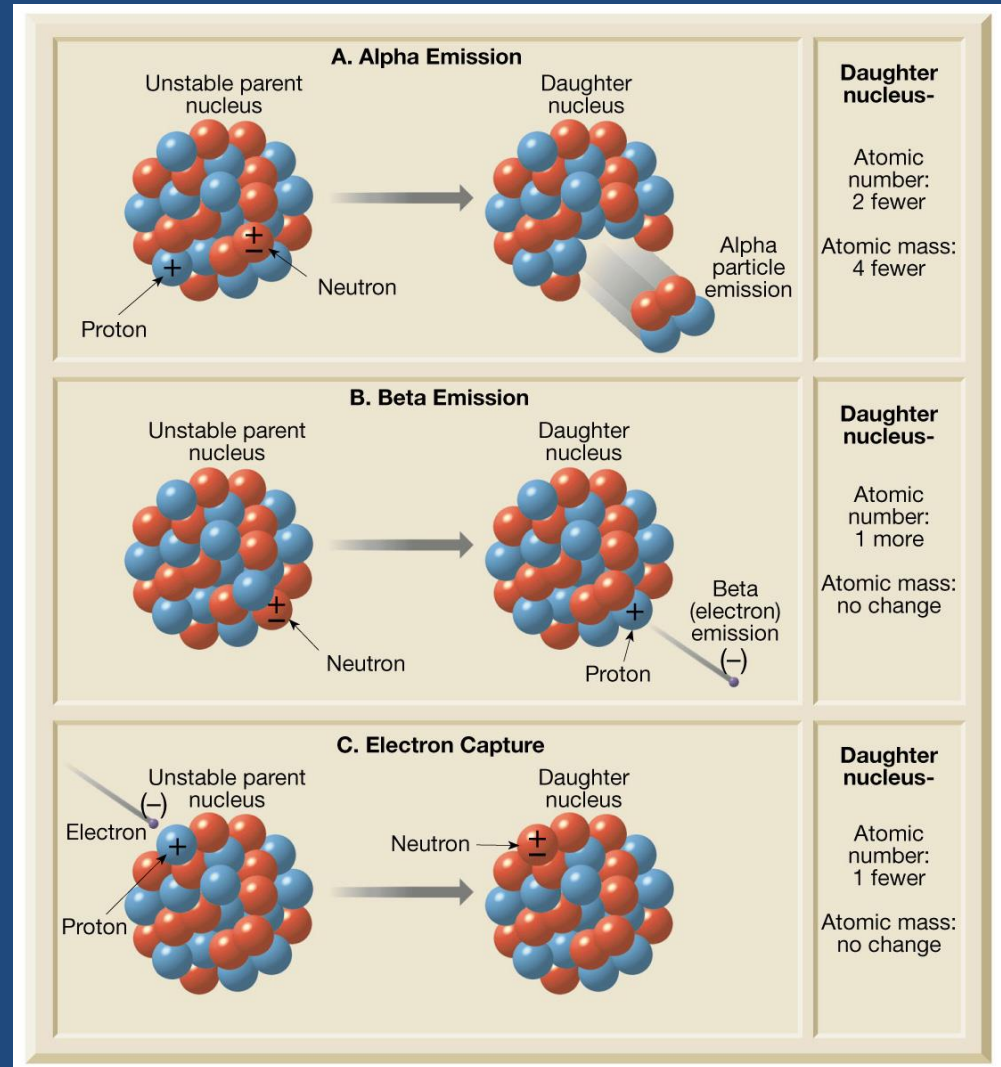
úloha fyziky v geológii - rádioaktívne datovanie

Vek sa určuje meraním pomeru množstva izotopu a jeho rozpadového produktu.

uránovo-olovená
metóda
($^{238}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$)

tóriovo-olovená
metóda
($^{232}\text{Th} \rightarrow ^{208}\text{Pb}$)

atď.



úloha fyziky v geológii

Klasické učebnice kryštalografie a optiky minerálov

HANDBUCH DER PHYSIK ENCYCLOPEDIA OF PHYSICS

HERAUSGEGEBEN VON / EDITED BY

S. FLÜGGE

BAND VII · TEIL 1

VOLUME VII · PART 1

KRISTALLPHYSIK I CRYSTAL PHYSICS I



SPRINGER-VERLAG
BERLIN · GÖTTINGEN · HEIDELBERG
1955

90

H. JAGODZINSKI: Kristallographie.

Ziff. 31.

der Kationen etwa die gleichen Verhältnisse wie beim NaCl-Typ vor (R_A/R_B der Ionen $> 0,41$).

Ein wichtiges Gitter mit den Koordinationszahlen 4 und 2 ist das Cristobalitgitter (Fig. 64). Es läßt sich unmittelbar aus dem Diamantgitter (Fig. 48) ableiten, wenn man die C-Atome durch SiO_4 -Tetraeder ersetzt und diese Tetraeder

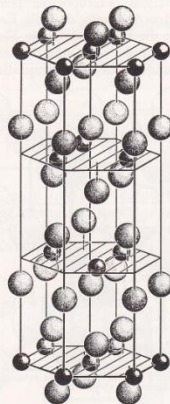


Fig. 61. CdCl_2 -Gitter (aus EASST).

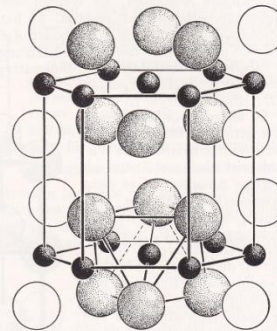


Fig. 62. CdI_2 -Gitter (aus EASST).

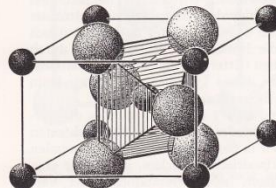


Fig. 63. TiO_2 -Gitter (aus EASST).

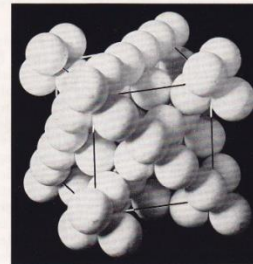


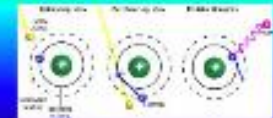
Fig. 64. Cristobalitgitter (idealisiert), (SiO_2).

so verknüpft, daß jedes O je zwei Tetraedern gemeinsam angehört. Es gibt noch einige andere Modifikationen des SiO_2 , die sich jedoch bezüglich der ersten Koordinationen vom Cristobalit kaum unterscheiden. Die Bindungen Si—O—Si der gemeinsamen Tetraeder sind in diesen Typen nicht gerade, sondern gewinkelt (homöopolare Bindung?); dadurch werden relativ komplizierte Strukturverhältnisse geschaffen. Die Ableitbarkeit aus dem Diamantgitter beweist eine relativ

Prírodovedecká fakulta
Univerzity Komenského v Bratislave

Spektroskopické metódy v mineralógii

Peter Bačik, Jana Fridrichová



2018 Univerzita Komenského v Bratislave

úloha fyziky v geológii

[PROFESSIONAL](#)[JOBS](#)[EVENTS](#)[RANKINGS](#)[STUDENT](#)[◀ Back to the course list](#)

Physics with Geology - University of Aberdeen

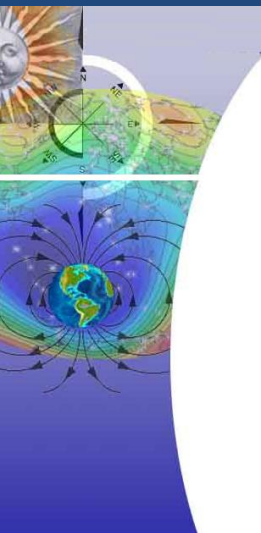
University of Aberdeen

[United Kingdom](#)

[Apply now](#)

This programme brings two hugely popular subjects together to help develop in-demand Geophysicists. Geology is the study of the Earth and how it works: its minerals, rocks, their structure and interactions above and below Earth's surface. It is also concerned with unraveling Earth history, including the history of life, and predicting future geologic events. Geophysics applies mathematics, the principles of physics, and modeling to study the Earth's interior and investigates the Earth's electromagnetic and gravitational fields. At first sight, these two subjects, may appear very different however they are not. A Geophysicist explores the same problems as a Geologist but by application of physical, numerical, and computer technology methods and particularly physics based techniques to the study of Earth's interior and for the exploration of natural resources. If you have ever wondered how volcanoes or earthquakes happen, why Tyrannosaurus is extinct, why mountains form, how oil and gas forms and how to find and produce it, or how climate changes over time, ask a Geophysicist.

Úvodné poznámky



Silové interakcie definované v súčasnej fyzike

1. Gravitačná interakcia: pôsobenie hmotných telies navzájom
2. Elektro-magnetická interakcia: pôsobenie elektricky nabitých a zmagnetizovaných častíc (telies)
3. Silná interakcia: vzájomné pôsobenie medzi nukleónmi (protóny, neutróny)
4. Slabá interakcia: sily, ktorými pôsobia ľahké elementárne častice (leptóny) medzi sebou

Ktorá z týchto silových interakcií je najdominantnejšia?

silná
inter.
1

el-mag.
inter.
 10^{-4}

slabá
inter.
 10^{-13}

gravitačná
inter.
 10^{-40}

medzinárodná sústava jednotiek SI

Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	m	dĺžka
kilogram	kg	hmotnosť
sekunda	s	čas
ampér	A	elektrický prúd
kelvin	K	termodynamická teplota
mól	mol	látkové množstvo
kandela	cd	svietivosť

poznáme 7 základných jednotiek:

Meter je dĺžka dráhy, ktorú prejde svetlo vo vákuu za $1/299792458$ sekundy

Kilogram sa rovná hmotnosti medzinárodného prototypu kilogramu (platino - irídiový valec), ktorý je umiestnený v Medzinárodnom úrade pre miery a váhy (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM) v Paríži. Kilogram je základná jednotka SI (nie gram).

Je to jediná jednotka doteraz definovaná prototypom namiesto merateľného prírodného úkazu.

medzinárodná sústava jednotiek SI

Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	m	dĺžka
kilogram	kg	hmotnosť
sekunda	s	čas
ampér	A	elektrický prúd
kelvin	K	termodynamická teplota
mól	mol	látkové množstvo
kandela	cd	svietivosť

Sekunda je trvanie presne 9 192 631 770 periód žiarenia, ktoré zodpovedá prechodu medzi dvoma hladinami veľmi jemnej štruktúry základného stavu cézia (^{133}Cs) pri teplote 0 kelvinov.

Ampér je stály elektrický prúd, ktorý pri prechode dvoma priamymi rovnobežnými nekonečne dlhými vodičmi zanedbateľného kruhového prierezu, umiestnenými vo vákuu vo vzdialenosti 1m od seba, vyvolá silu 2×10^{-7} newtonu na 1 meter dĺžky vodičov.

Jednotka je pomenovaná podľa Andrého Maria Ampéra (1775 – 1836).

medzinárodná sústava jednotiek SI

Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	m	dĺžka
kilogram	kg	hmotnosť
sekunda	s	čas
ampér	A	elektrický prúd
kelvin	K	termodynamická teplota
mól	mol	látkové množstvo
kandela	cd	svietivosť

Kelvin je $1/273.16$ termodynamickej teploty trojného bodu vody.

Jednotka je pomenovaná podľa Williama Thomsona lorda Kelvina (1824 – 1907).

Mól je látkové množstvo sústavy, ktorá obsahuje práve toľko elementárnych jedincov (entít), koľko je atómov v 0.012 kg čistého uhlíka (^{12}C). Pri udávaní látkového množstva treba elementárne častice (entity) špecifikovať; môžu to byť atómy, molekuly, ióny, elektróny, iné častice alebo bližšie určené zoskupenia častíc. Ide približne o $6.02214199 \times 10^{23}$ entít.

medzinárodná sústava jednotiek SI

Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	m	dĺžka
kilogram	kg	hmotnosť
sekunda	s	čas
ampér	A	elektrický prúd
kelvin	K	termodynamická teplota
mól	mol	látkové množstvo
kandela	cd	svietivosť

Kandela je svietivosť zdroja, ktorý v danom smere vysiela monochromatické žiarenie s frekvenciou 540×10^{12} hertzov, a ktorého žiarivosť v tomto smere je $1/683$ wattu na steradián.

medzinárodná sústava jednotiek SI

dálej poznáme v sústave SI tzv. odvodené jednotky:

Tvoria sa kombináciou základných jednotiek, kvôli dĺžke a zložitosti sa niektoré z nich označujú novým názvom.

Príklady: kilogram na meter kubický, meter štvorcový, meter kubický, meter za sekundu, Newton, Ohm, Pascal, Volt, Watt, Henry, Farad, Joule, Weber, Siemens, Hertz...

(napr. Hertz = $[s^{-1}]$)

Pokus o vtip:

Laplace, Newton a Pascal hrajú schovávačku.

Ako prvý žmúri Laplace, Pascal skočí za kríky, ale Newton iba zostane stát' na mieste a paličkou vyryje do zeme okolo seba štvorec 1 x 1 m. Keď Laplace skončí odrátavanie a otvorí oči, tak zbadá Newtona a zakričí „Newton“! Newton však odvetí: „Nie, nie, Newton na meter štvorcový, čiže Pascal“! ;-)

$$1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

medzinárodná sústava jednotiek SI

napokon sú ešte v sústave SI tzv. vedľajšie jednotky:

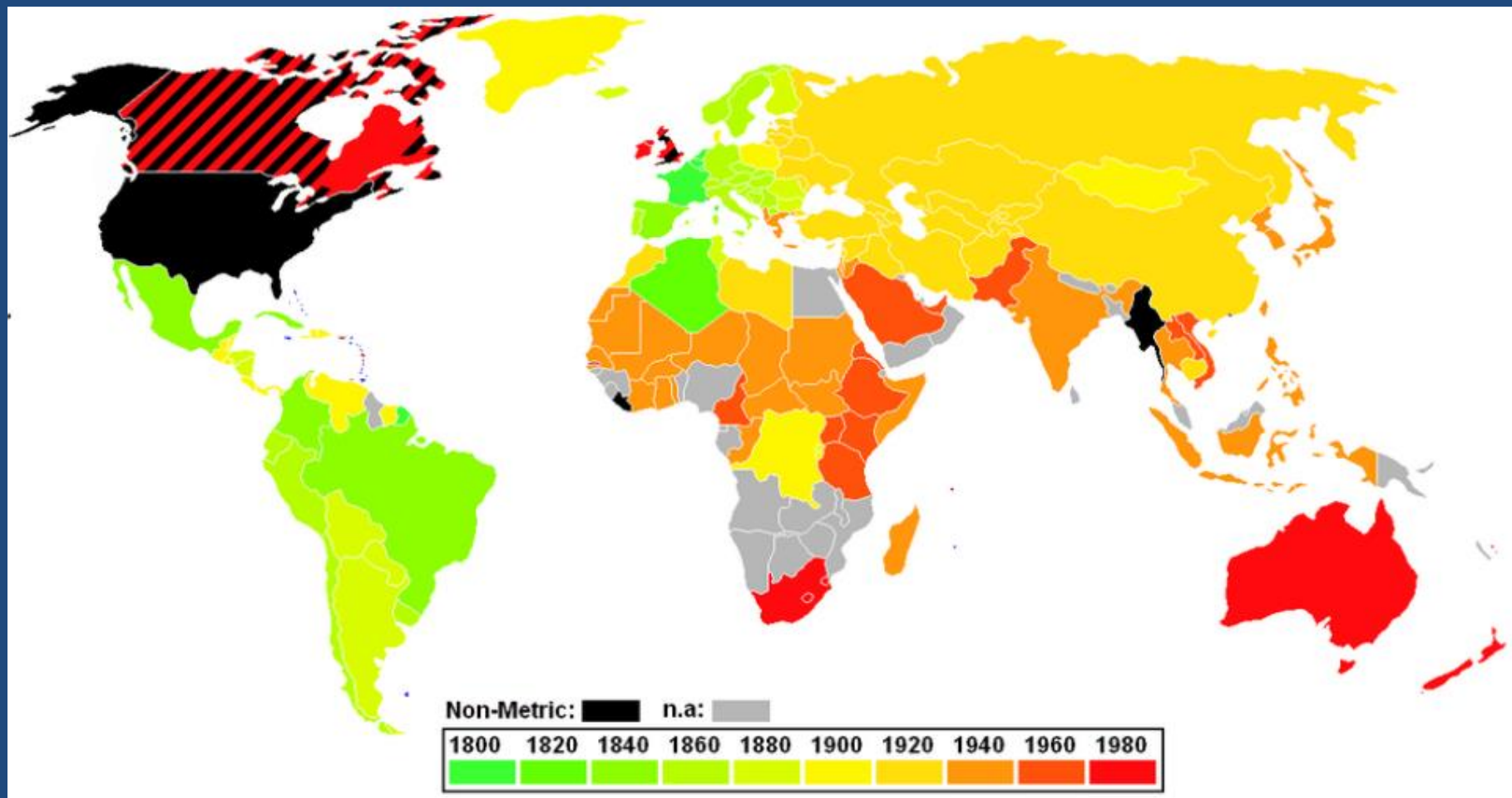
Sú to tie jednotky, ktoré úplne nezapadajú do sústavy SI, ale sú povolené pre svoju všeobecnú rozšírenosť a užitočnosť: hodina, minúta, stupeň Celzia, liter...

dôležité sú tiež násobky a časti jednotiek:

Tieto sú realizované cez predpony, ktoré sa pridávajú ku menám samotných jednotiek: kilo, micro, mega, mili,...

skr.	názov	pôvod	hodnota	hodnota	názov
Y	yotta	tal. otto = osem	10^{24} (1000 ⁸)	1 000 000 000 000 000 000 000 000	kvadrilión
Z	zetta	tal. sette = sedem	10^{21} (1000 ⁷)	1 000 000 000 000 000 000 000	triliarda
E	exa	gr. ἑξάκις, hexákis = šesťkrát	10^{18} (1000 ⁶)	1 000 000 000 000 000 000	trilión
P	peta	gr. pentákis = päťkrát	10^{15} (1000 ⁵)	1 000 000 000 000 000	biliarda
T	tera	gr. τέρας, téras = tetrákis = štyrikrát	10^{12} (1000 ⁴)	1 000 000 000 000	bilión
G	giga	gr. γίγας, gígas = obrovský	10^9 (1000 ³)	1 000 000 000	miliarda
M	mega	gr. μέγας, mégas = veľký	10^6 (1000 ²)	1 000 000	milión
k	kilo	gr. χίλιοι, chílioi = tisíc	10^3	1 000	tisíc
h	hekto	gr. εκατόν, hekatón = sto	10^2	100	sto
da	deka	gr. δέκα, déka = desať	10^1	10	desať
–	—		10^0	1	jeden
d	deci	lat. decimus = desatina	10^{-1}	0,1	desatina
c	centi	lat. centesimus = stotina	10^{-2}	0,01	stotina
m	mili	lat. millesimus = tisícina	10^{-3}	0,001	tisícina
μ	mikro	gr. μικρός, mikrós = malý	10^{-6} (1000 ⁻²)	0,000 001	milióntina
n	nano	gr. νάνος, nános = trpaslík	10^{-9} (1000 ⁻³)	0,000 000 001	miliardtina
p	piko	tal. piccolo = malý	10^{-12} (1000 ⁻⁴)	0,000 000 000 001	bilióntina
f	femto	škand. femton = pätnásť	10^{-15} (1000 ⁻⁵)	0,000 000 000 000 001	biliardtina
a	atto	škand. arton = osemnásť	10^{-18} (1000 ⁻⁶)	0,000 000 000 000 000 001	trilióntina
z	zepto	lat. septem = sedem	10^{-21} (1000 ⁻⁷)	0,000 000 000 000 000 000 001	triliardtina
y	yokto	lat. octo = osem	10^{-24} (1000 ⁻⁸)	0,000 000 000 000 000 000 000 001	kvadrilióntina

zaujímavé video: <https://www.youtube.com/watch?v=bhofN1xX6u0>



krajiny, používající systém SI + metrický systém

Príklady veľkostí malých objektov v prírodných vedách:

0.1 nm (nanometer) priemer atómu vodíka

0.8 nm amino-kyseliny

4 nm globulárne bielkoviny

7 nm hrúbka molekulových membrán

100 nm HIV vírus

2 μm baktéria E.coli

1 mm priemer nervovej bunky sépie

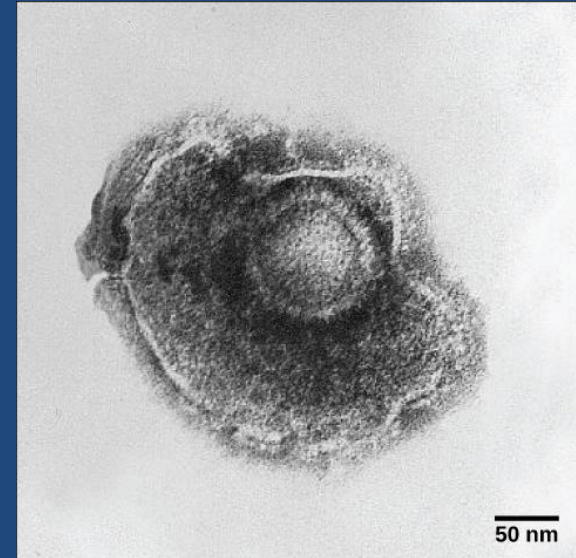
120 mm priemer pštosieho vajca

3 m dĺžka nervovej bunky žirafy (v krku)

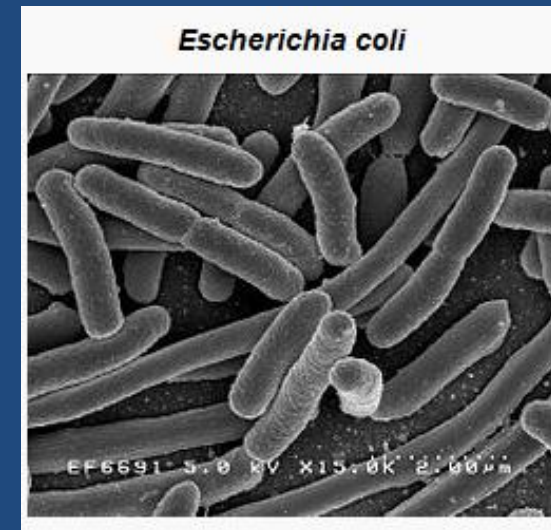
Pozn.: micron je jednotka mimo SI sústavy
pre mikrometer ($\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$)

ppm – parts per million

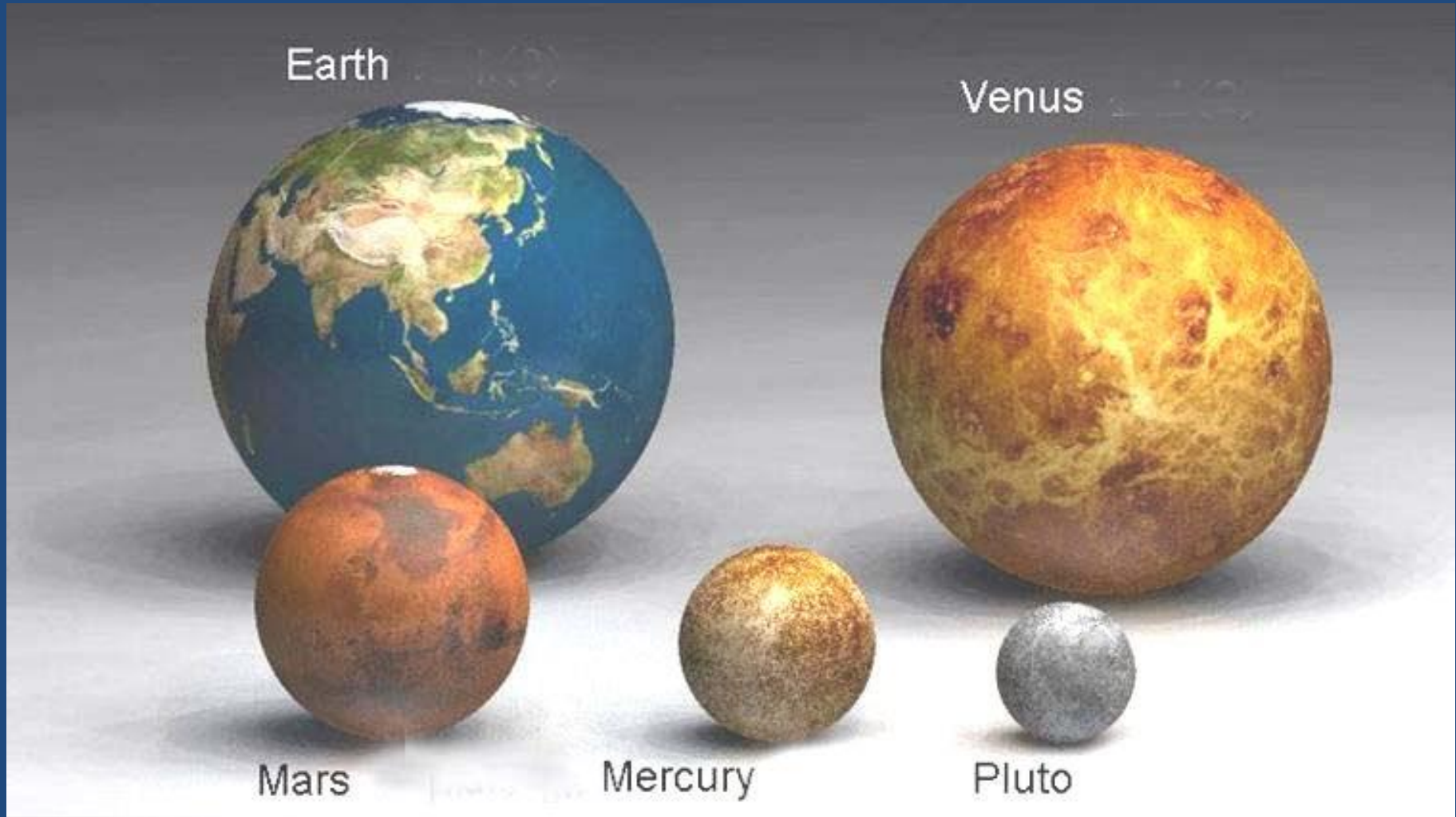
ppb – parts per billion



výstup z elektrónového
mikroskopu (vírus)



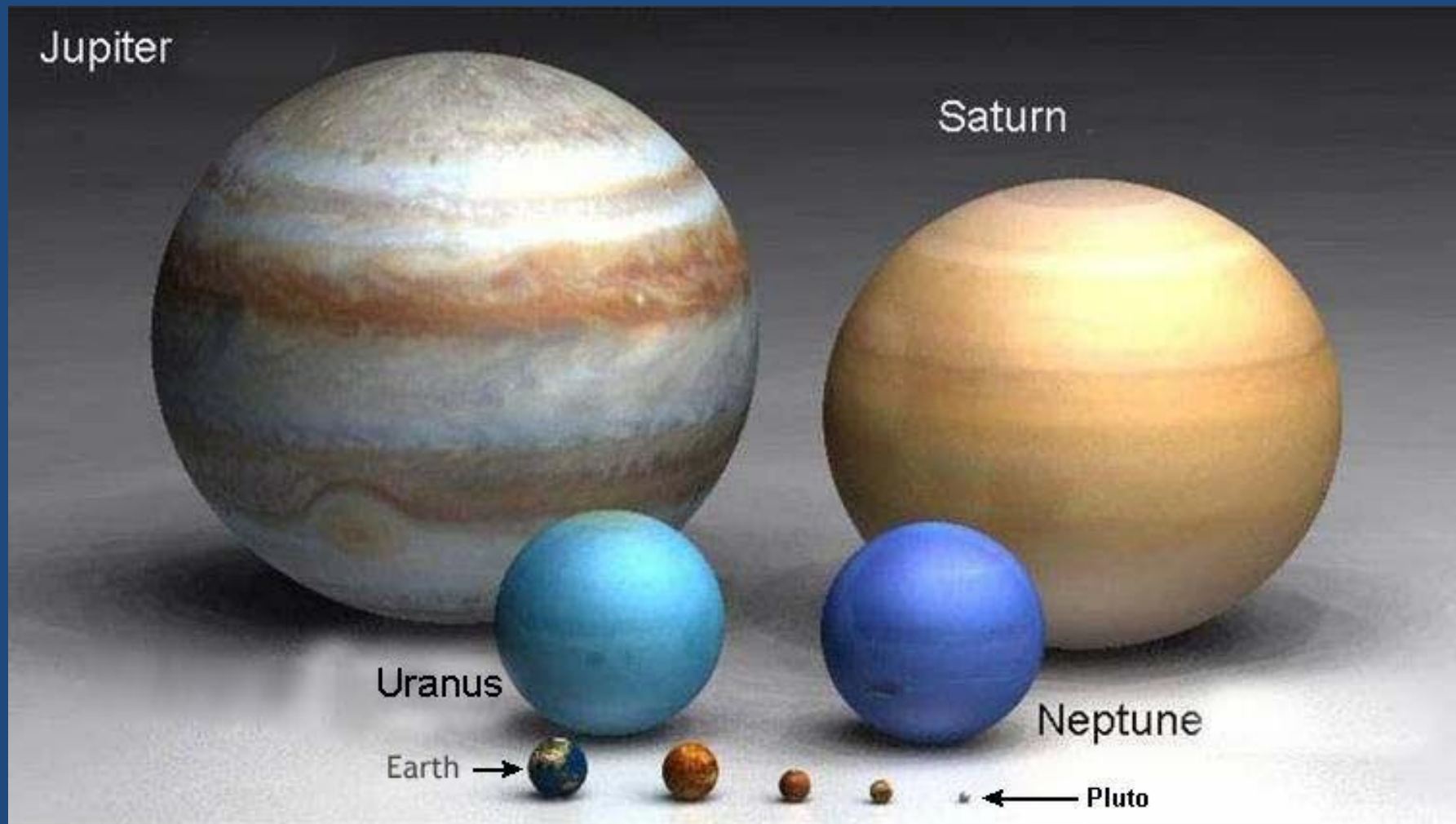
keď už spomíname veľkosti ...



porovnanie veľkostí planét ...

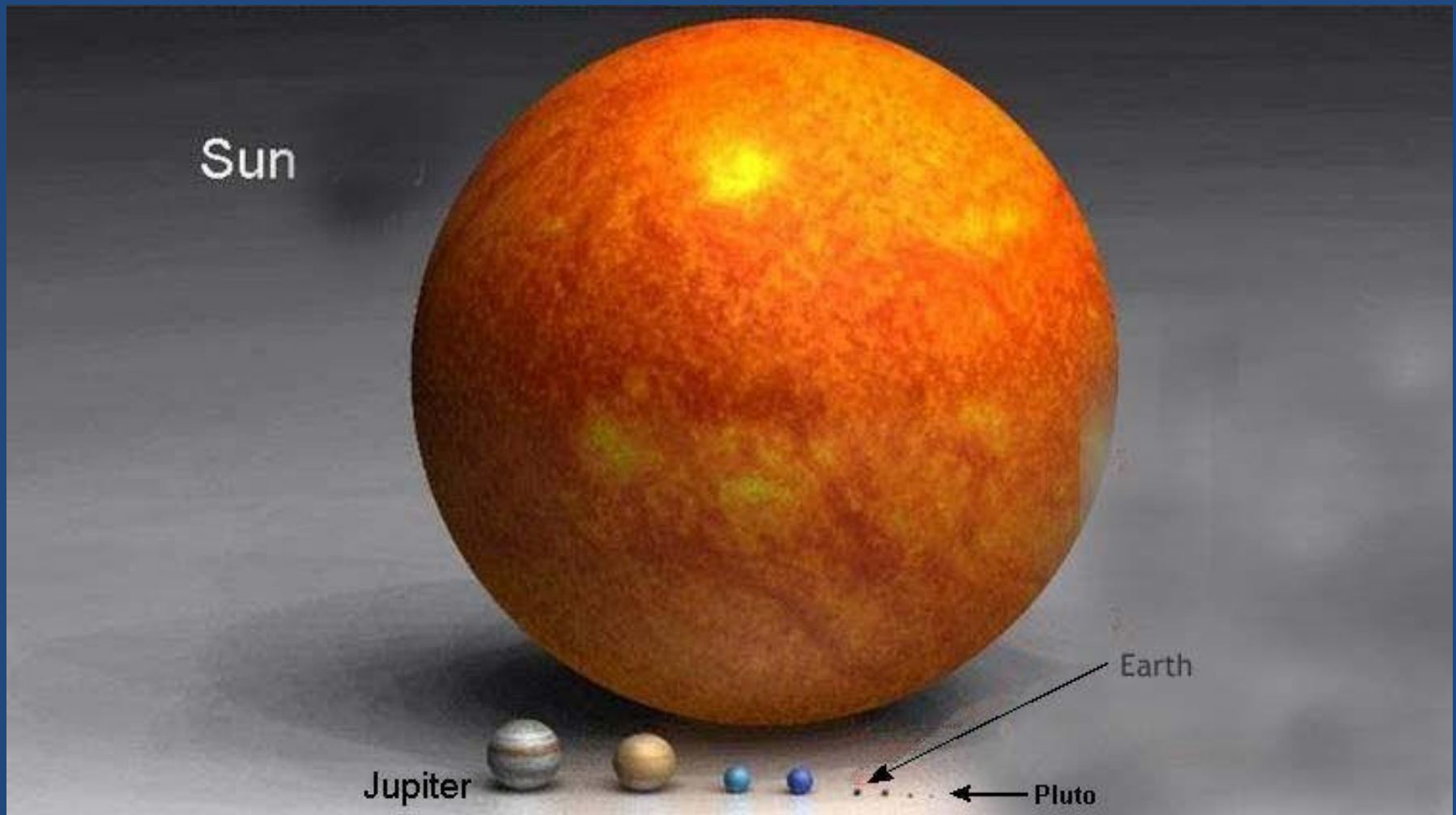
priemer Zeme = 12756.2 km $\approx 12.8 \cdot 10^6$ m

keď už spomíname veľkosti ...



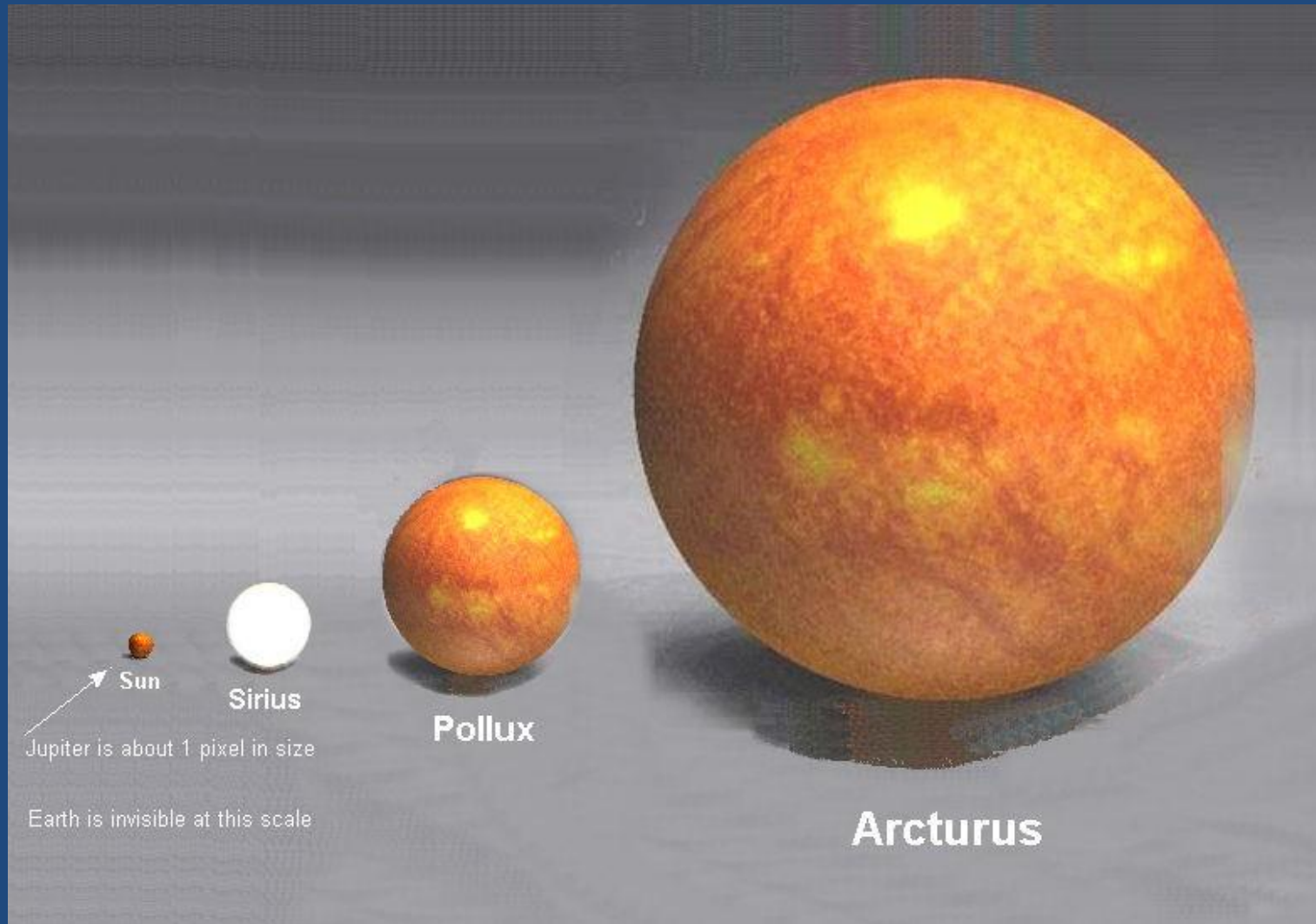
porovnanie veľkostí planét ...

keď už spomíname veľkosti ...



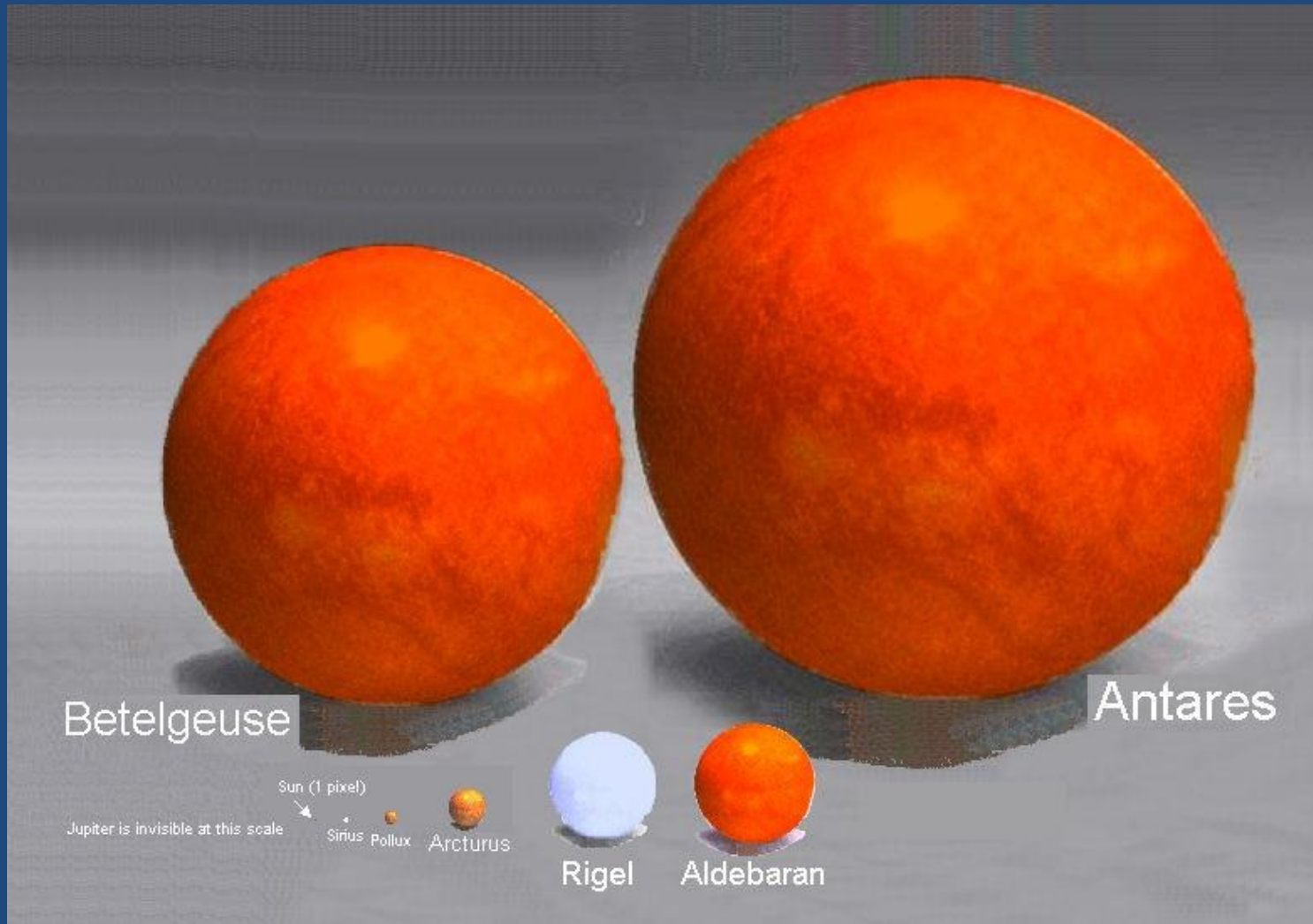
a voči Slnku ...

keď už spomíname veľkosti ...



ďalšie hviezdy (slnká) mimo našej sústavy...

keď už spomíname veľkosti ...



... a ďalej mimo našej sústavy ...

vynikajúce video: <https://www.youtube.com/watch?v=Ny8aUYiwrnI>

ale poďme späť ku kilogramu...

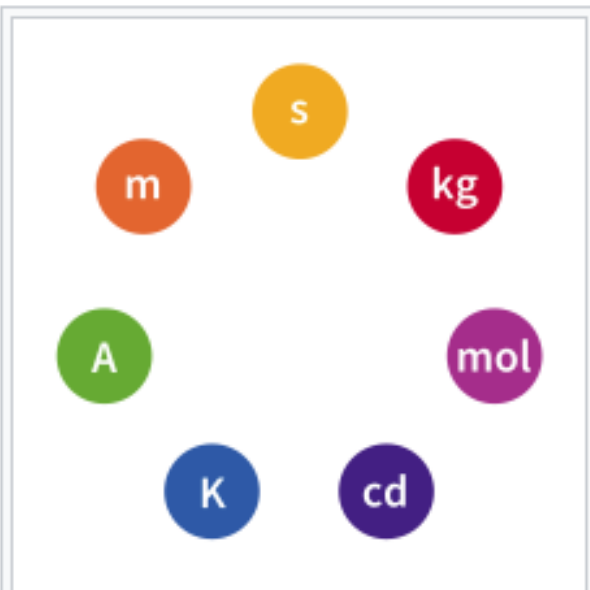
problémy s prototypom kilogramu

- (1889, uložený v BIPM v Sévres pri Paríži)
- (odvtedy vybraný iba v 1946 a 1989)
- (zliatina platiny [90%] a irídia [10%])
- (vyrobených 40 kópií – po celom svete)



Za 100 rokov stratil tento prototyp pri porovnaní s inými kópiami hmotnosť cca 100 μg (!).

- strata atómov vodíka (?)
- ošúchanie povrchu pri manipulácii (?)
- “nalepenie molekúl vzduchu na iné kópie” (?)
- v podstate to fyzici nevedia vysvetliť...



Sedem základných jednotiek SI

Symbol	Názov	Veličina
K	kelvin	termodynamická teplota
s	sekunda	čas
m	meter	dĺžka
kg	kilogram	hmotnosť
cd	kandela	svietivosť
mol	mól	látkové množstvo
A	ampér	elektrický prúd

Dňa 16. novembra 2018 zasadala "Generálna konferencia pre váhy a miery" a prijala nové definície základných jednotiek SI.

Tieto sú platné od dňa 5. mája 2019, dňa 144. výročia zavedenia metrického systému. Hlavné zmeny sa týkali definícií 4 z nich: kg, A, mol a K.

Súčasná koncepcia sa snaží prepojiť tieto definície na základné fyzikálne konštanty, ktoré vieme merať s relatívne vysokou presnosťou (v rozdielnych laboratóriách po celej Zemi).

Základné jednotky SI		
Meno	Symbol	Veličina
meter	m	dĺžka
kilogram	kg	hmotnosť
sekunda	s	čas
ampér	A	elektrický prúd
kelvin	K	termodynamická teplota
mól	mol	látkové množstvo
kandela	cd	svietivosť

Kilogram je definovaný pri zachovaní stálej numerickej hodnoty Planckovej konštanty h pri $6.62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$).

Jednotka $\text{J}\cdot\text{s}$ opisuje sumáciu energie v určitom systéme v čase. Meria sa pomocou Kibblových (wattových) váh, kde sa tiažová sila telesa porovnáva pomocou rovnoramennej páky s magnetickou silou pôsobiace na cievku s určitým elektrickým prúdom.

Historické definície:

Kilogram sa rovná hmotnosti medzinárodného prototypu kilogramu (platino - irídiový valec), ktorý je umiestnený v Medzinárodnom úrade pre miery a váhy v Paríži.

Ešte staršia definícia:

Kilogram sa rovná hmotnosti 1 litra vody pri teplote topiaceho sa ľadu. Liter je tisícina kubického metra.

matematický aparát vo fyzike

nezľáknite sa ho !!!

skalárne veličiny (majú iba veľkosť)
(čas, teplota,...)

t

vektorové veličiny (majú veľkosť aj smer)
(sila, rýchlosť, ...)

$\vec{F}$

tenzorové veličiny (zovšeobecnením vektora –
veľčina má viacej rozmerov)
(tenzor napätia,...)

$\overline{T}$

matematický aparát vo fyzike

nezľaknite sa ho !!!

Často sa používajú **derivácie** a **integrály**.

Derivácie sú jednoducho povedané zmeny veličín na veľmi malých úsekoch.

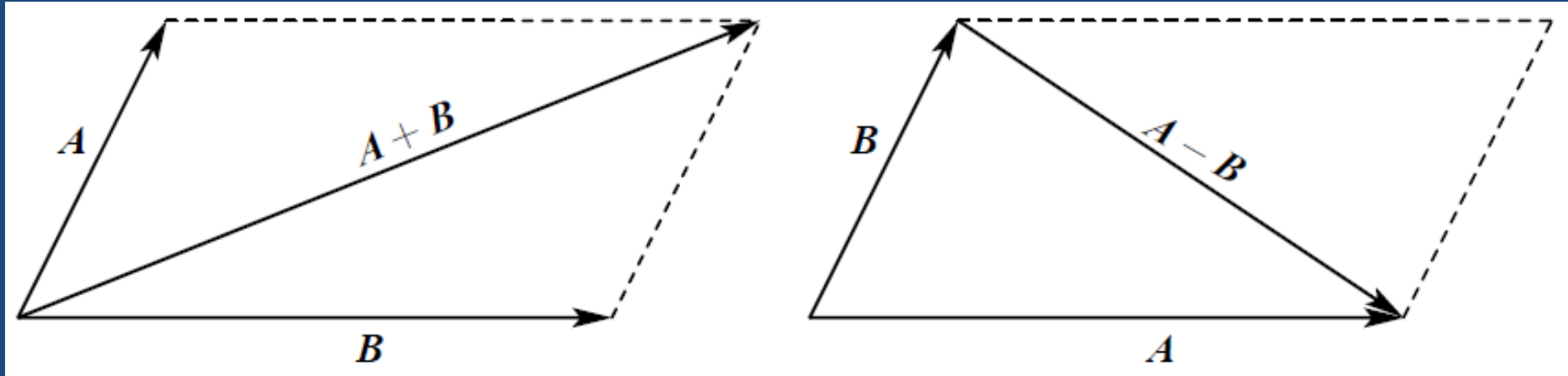
$$v = \frac{ds}{dt} = s' \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} - \text{tzv. parciálna derivácia}$$

Integrály sú jednoducho povedané sumy veličín na určitých úsekoch (dráhach).

$$A = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad [\text{J}]$$

matematický aparát vo fyzike

Súčet a rozdiel vektorov:



skalárny súčin vektorov (výsledok je skalár=číslo)

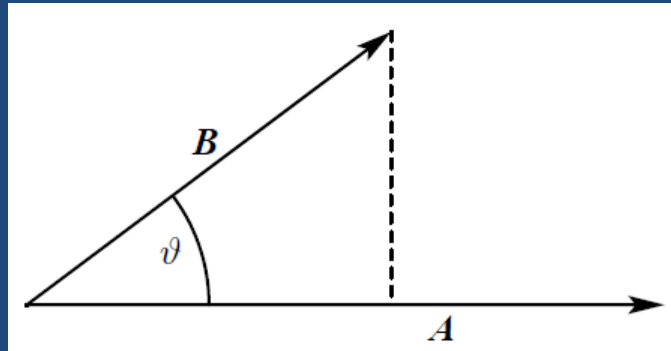
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \vartheta$$

vektorový súčin vektorov (výsledok je vektor)

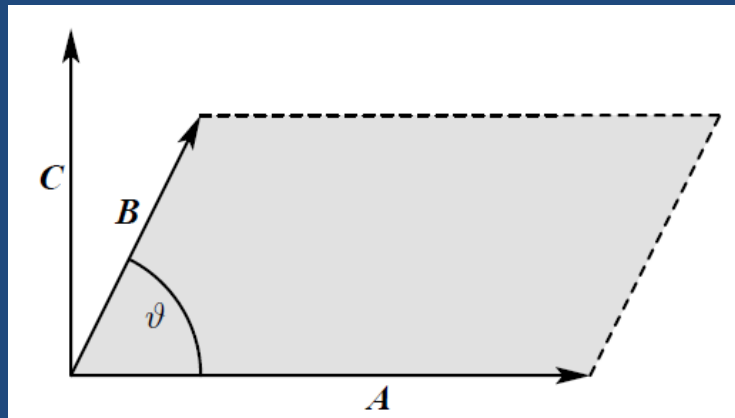
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}, \quad |\mathbf{C}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \vartheta$$

Okrem toho môžeme násobiť vektor číslom (skalárom).

Geometrický význam:
skalárny súčin vektorov (priemet vektora)



vektorový súčin vektorov (plocha kosodĺžnika)

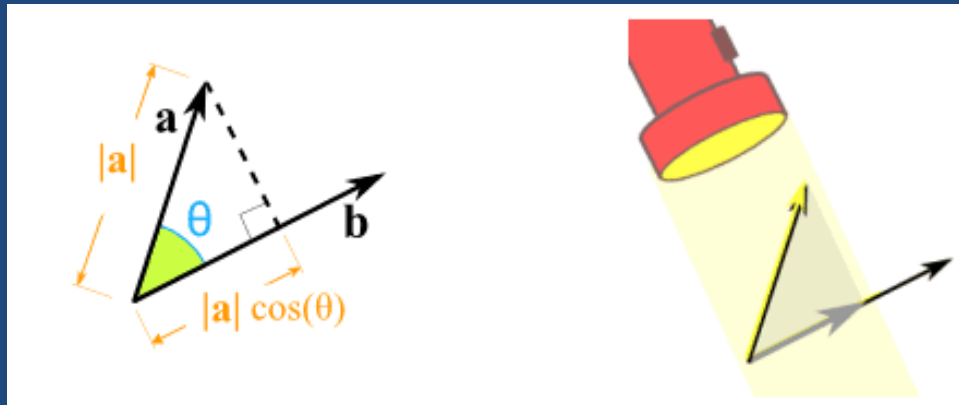


Doplňujúce poznámky ku skalár. a vektor. súčinu (1/4):

Prečo sa v týchto súčinoch vyskytujú $\sin()$ a $\cos()$?

- lebo tu vznikla potreba nejakým spôsobom popísať úlohu uhla, ktorý dva vektory zvierajú.

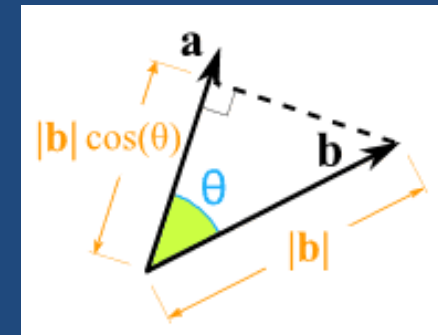
V prípade zavedenia skalárneho súčinu dvoch vektorov existovala potreba vyjadrenia priemetu jedného vektora do smeru druhého vektora – na to sa hodí $\cos()$: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\theta)$



- skalárny súčin je komutatívny: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$

$$|\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\theta) = |\mathbf{a}| \cos(\theta) |\mathbf{b}|$$

- skalárny súčin sa celý deje v rovine, v ktorej ležia oba vektory (nedeje sa v priestore).



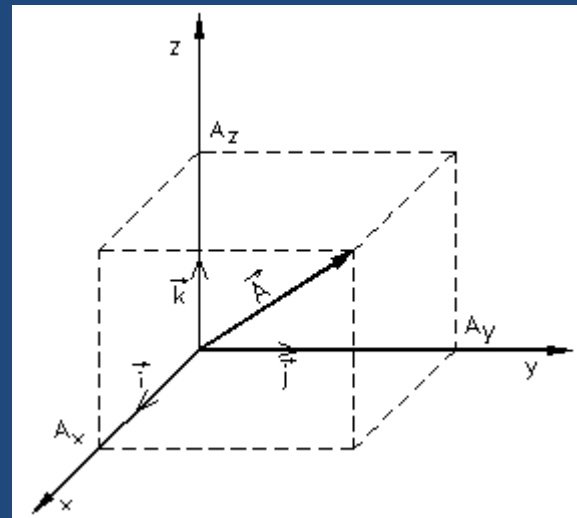
Doplňujúce poznámky ku skalár. a vektor. súčinu (2/4):

Zápis vzťahu pre skalárny súčin v inom tvare:

V kartézskom súradnicovom systéme poznáme tzv. jednotkové vektory $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ a $\mathbf{k}$, pomocou nich vieme napísať každý vektor (aj vektory $\mathbf{A}$ a $\mathbf{B}$) v tvare:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$



Po realizácii skalárnych súčinov jednotlivých členov dostaneme:

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

(pričom sme využili tieto dôležité vlastnosti jednotkových vektorov):

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = 1, \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = 1, \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

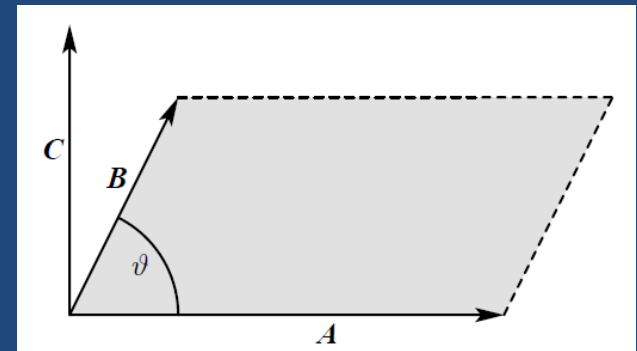
$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = 0, \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = 0, \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$$

Doplňujúce poznámky ku skalár. a vektor. súčinu (3/4):

A prečo je vo vektorovom súčine $\sin()$?

- lebo pri predpoklade, že výsledkom tejto operácie bude vektor, kolmý na tie prvé dva (potrebovali sme sa dostať z roviny do priestoru), sa tu proste viacej hodí funkcia sínus – keď budú pôvodné 2 vektory rovnobežné, tak sa „nebude diať nič nové“ ($\sin 0^\circ = 0$), keď budú na seba kolmé, tak výsledok bude „maximálny“ ($\sin 90^\circ = 1$)

zároveň sa funkcia $\sin()$ hodí na výpočet plochy rovnobežníka, ktorý tvoria pôvodné 2 vektory



Doplňujúce poznámky ku skalár. a vektor. súčinu (4/4):

Zápis vzťahu pre vektorový súčin v inom tvare:

Opäť využijeme zápis pomocou jednotkových (elementárnych) vektorov:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

zápis pomocou determinanta

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_y B_z - B_y A_z) \mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}$$

(pričom sme aj tu využili tieto dôležité vlastnosti jednotkových vektorov):

$$\begin{array}{lll} \mathbf{i} \times \mathbf{i} = 0 & \mathbf{j} \times \mathbf{j} = 0 & \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0 \\ \mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} & \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} & \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \\ \mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k} & \mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i} & \mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j} \end{array}$$

- vektorový súčin je antikomutatívny:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$