

Prúdenie plynov a kvapalín – aero- a hydrodynamika

Obsah:

- viskozita kvapalín a plynov, koeficienty viskozity, rýchlostné pole
- laminárne a turbulentné prúdenie, prechod medzi nimi, (príklady z technickej praxe), Reynoldsovo číslo, odporová sila pri pohybe telesa v kvapalnom alebo plynnom prostredí (pri nízkych a vysokých rýchlostiach)
- Bernoulliho rovnica v klasickom tvare, medze použiteľnosti
- vztlak na krídle, obtekanie profilu (príklady z technickej praxe)
- kavitačné javy

Vladimír Greif,
Katedra inžinierskej geológie, G-129

Prúdenie plynov a kvapalín – aero- a hydrodynamika:

Tekutiny (kvapaliny aj plyny) vykazujú **viskozitu** - čiže **vnútorné trenie**. Jednotlivé tenké vrstvy tekutiny kladú odpor vzájomnému posuvu v smere rovnobežnom s vrstvami.

Kvantitatívne vyjadruje túto vlastnosť **koeficient dynamickej viskozity** μ (vyjadruje sa v **(Pa . s)**):

$$\tau = \mu \frac{du}{dx} \quad \blacktriangleleft \quad \tau \text{ je } \textbf{dotyčnicové napätie} \text{ (rovnobežné so smerom prúdenia)}$$

(du/dx) je **gradient rýchlosti** (kolmo na smer prúdenia).

U väčšiny tekutín je **koeficient dynamickej viskozity** v širokom rozsahu **nezávislý na rýchlosti prúdenia**. Hovoríme o tzv. **newtonovských** kvapalinách.

Existujú tekutiny – niektoré **polyméry**, ale aj napr. **škrob, kečup** a iné – ktorých odpor voči pohybu (prúdeniu) výrazne závisí na **časovej zmene (rýchlosti zmeny) pôsobiacej sily** – tzv. **neneutronovské**. *Ich správanie je podstatne zložitejšie.*

Zaujímavé využitie majú v tzv. „**osobnom brnení**“ (**body armor**). **Pri prudkom náraze (gul'ka)** sa správajú takmer ako tuhá látka, pri pomalom pohybe sú poddajné a neobmedzujú osobu ich nosiacu. ▼

Niekedy sa vo výpočtoch pracuje s tzv. **koeficientom kinematickej viskozity**, ktorý je daný vzťahom:

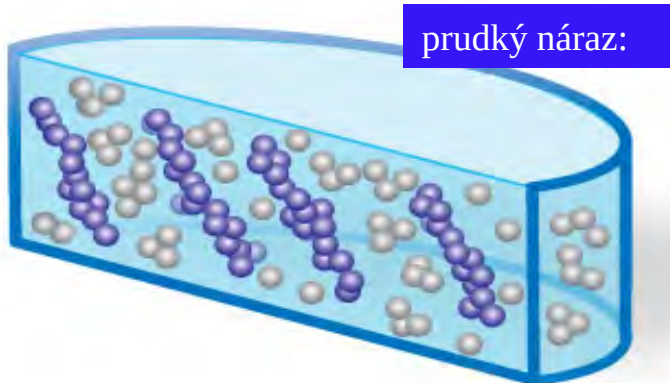
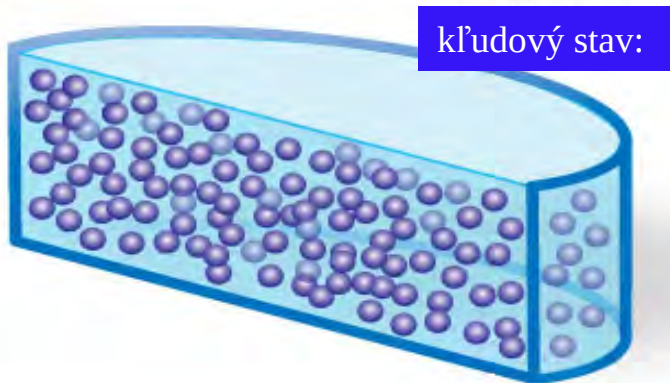
$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\rho \text{ je hustota kvapaliny})$$

Táto výbava je ľahká (4,5 kg), ► ohybná a bezpečne kryje hornú časť tela, brucho a chrát. Vesta má komôrky plnené špeciálnymi vláknami a polymérom – z tesnej blízkosti zadrží náboj z bežnej pištole (porovnajme vyše 100 kg brnenia stredovekých rytierov).



Vpravo vidíme skúšobný vak naplnený špeciálnym polymérom s dispergovanými vláknami po výstrele z pištole zo vzdialenosti 2 metre. ►

Nenewtonovská kvapalina – schématicky znázornená:



▲ Zmes dvoch zložiek



◄ správanie **viskózných, stlačiteľných** a toľž **nie newtonovských** kvapalín sa riadi podstatne zložitejšími zákonitosťami. U **ideálnych kvapalín** udáva vzťah medzi **tlakom** a **rýchlosťou prúdenia** jednoduchá **Bernoulliho rovnica** (viď ďalej ►). V zložitejších prípadoch platia tzv. **Navier-Stokesove rovnice** (tiež uvedieme ďalej ►).

Hoci sú vypracované aproximatívne – a pre praktické úlohy dostatočne presné metódy ich riešenia – nebol zatiaľ podaný **exaktný dôkaz existencie a hladkosti ich riešenia** v trojrozmernom priestore.

Ústav Clay Mathematical Institute (USA) vypísal v máji 2000 cenu **1 milión dolárov** za takýto dôkaz (pochopteľne po schválení komisiou odborníkov).

Je to výzva pre všetkých záujemcov.

Základné zákonitosti prúdenia ideálnej kvapaliny – **Bernoulliho rovnica**:

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho gh = \text{constant}$$

p je **tlak** v určitom mieste tekutiny, **V** je miestna **rýchlosť** prúdu, **ρ** značí **hustotu** tekutiny, **g** je tiažové zrýchlenie a **h** predstavuje rozdiel **výšok** vyšetřovaného miesta oproti zvolenej nulovej hladine.
Ak je prúdenie vo vodorovnom smere, posledný člen odpadá.

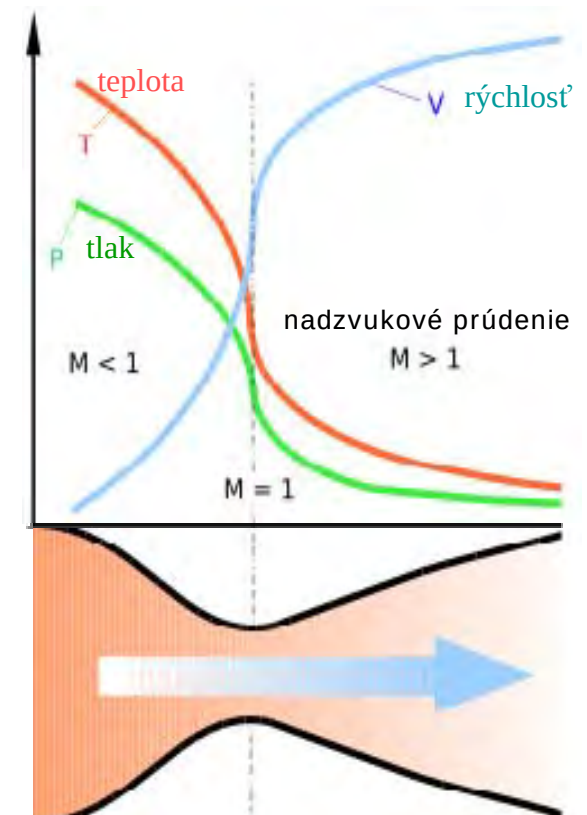
Pri prúdení **nestlačiteľnej** (hustota **ρ** sa nemení) kvapaliny vždy tam, kde **sa prúd urýchľuje, klesá tlak a naopak** (Bernoulliho rovnica!). Keďže musí platiť **rovnica kontinuity** (prietokné množstvo zostáva pri prúdení konštantné – kvapalina sa nemôže nikde „hromadiť“ – **v zužujúcej sa trubici rýchlosť prúdu stúpa a tlak klesá**. Nie je to nič iné ako **“výmena“ práce tlakových síl za kinetickú energiu** (prípadne opačne).

V praxi sa to často využíva (karburátory automobilov, rozprašovače, vývevy a podobné).

V prúde **plynov** – ktoré sú výrazne **stlačiteľné** – hustota **ρ** je silne závislá na tlaku, teda je funkciou tlaku **p** (**p**) – toto približne platí iba ak rýchlosť prúdu je **nižšia ako (miestna) rýchlosť zvuku**. **V opačnom prípade** je paradoxne plyn **urýchľovaný v rozširujúcom sa priereze** prúdu.

To využil **Carl Gustaf de Laval** (◀ list č.46) a dosiahol nadzvukovú rýchlosť prúdenia medzi lopatkami turbín. Lavalova tryska je bežne ▶ používaná v turbínach (tvorovanie lopatiek) a v raketových motoroch.

◀ rovnica vyjadruje zachovanie energie pre **jednotkový objem**:
prvý člen = **práca tlakovej sily**;
druhý člen = **kinetická energia jednotky objemu**;
tretí člen = **potenciálna energia v tiažovom poli**.



Na obrázku vpravo je raketový motor kozmického raketoplánu NASA ►
(*vidno* výstupnú, tzv. expanznú – rozširujúcu sa časť trysky (celková dĺžka je 4,2 m). Rýchlosť vytekajúcich spalín dosahuje **4,5 km . s⁻¹**.

Pri prúdení nestlačiteľnej kvapaliny (voda!) môže nastať tzv. **kavitácia** – keď **rýchlosť natoľko vzrastie**, že podľa Bernoulliho rovnice by **miestny tlak** musel byť **záporný**.

Kvapalina nemôže prenášať **ťahové** napätia – **explozívne vznikajú bubliny (miestny var!)**.

Kým sa zistila príčina, dochádzalo k „nepochopiteľným“ poškodeniam lodných skrutiek a lopatiek vodných turbín ▼



◀ lodná skrutka pri skúške v hydrodynamickom tuneli. Biele stopy koncových bodov lopatiek (najväčšia obvodová rýchlosť!) sú zaplnené **kavitačnými bublinami**.



pri uzatváraní (kolapse) kavitačných bublín pôsobia na materiál lopatiek – hoci iba lokálne a krátkodobo – tlaky v **tisícoch atmosfér!**

na obrázku vpravo vidieť **kavitačné poškodenia** na vodnej turbíne ►

Navier-Stokesove rovnice (pre informáciu):

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{f}$$

▲ tzv. „konvektívne zrýchlenie“

▲ prvý člen na ľavej strane je hustota zotrvačných síl (na jednotku objemu).

Je to sústava **nelineárnych** diferenciálnych rovníc, ktorú možno riešiť iba numericky, pre každý konkrétny prípad.

ρ - hustota kvapaliny (závislá od tlaku p !)

p - tlak (tlakové pole)

$\mathbf{v}$ - rýchlosť (rýchlostné pole)

$\mathbf{T}$ - tenzor napätia v kvapaline (v ňom sú „skryté“ parametre kvapaliny)

$\mathbf{f}$ - vektor vonkajších síl

„obrátené“ Δ - operátor gradientu (vektor, ktorého zložky sú derivácie objektu podľa súradníc)

Laminárne a turbulentné prúdenie:

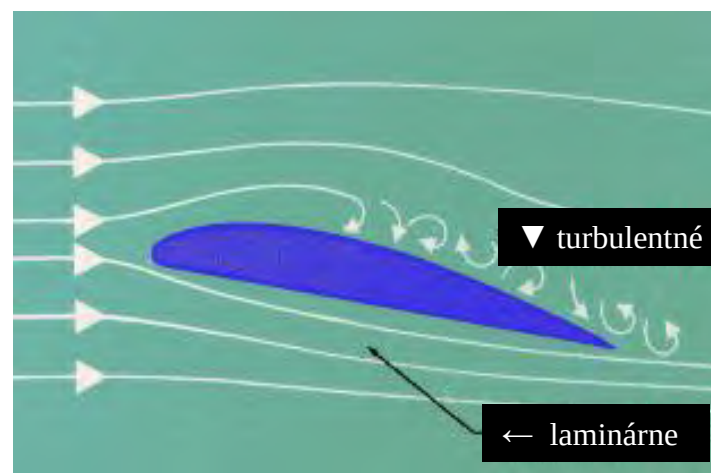


◀ nejde o propagáciu fajčenia, je to ukážka **laminárneho** (dole) a **turbulentného** (hore) prúdenia, (istotne každý pozná).

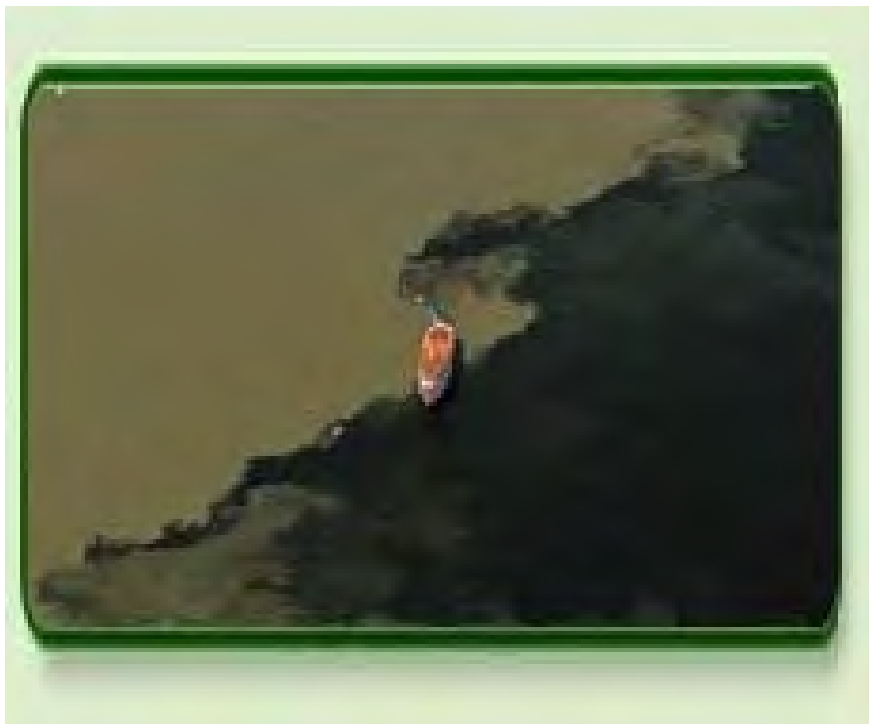
Aký prípad nastane, určuje tzv. **Reynoldsovo číslo**.



▼ obtekanie profilu krídla



Nádherná ukážka laminárneho prúdenia - sútok riek **Solimoës** a **Rio Negro** v Južnej Amerike (na tomto sútoku oficiálne začína rieka Amazonka):



◀ letecký snímok
(parník nenarazil na
breh, pláva ďalej v
tmavšej vode).



Vody obidvoch riek sa líšia farbou, čo je dané
odlišným stupňom mineralizácie a obsahom
jemných usadenín. Na vzdialenosť vyše ▶
10 km od sútoku je ich rozhranie stále jasne
viditeľné.



► **Reynoldsovo číslo** - na počesť **Osborna Reynoldsa (1842 – 1912)**. Roku 1868 sa stal prvým profesorom tzv. „inžinierskej mechaniky“ na univerzite v Manchestri, ktorá ako prvá v Británii zahájila systematickú výuku inžinierov pre priemysel. Pôsobil tam do konca života a jeho priekopnícke práce v oblasti dynamiky kvapalín sa stali svetovo uznávanými. ►



Je to **bezrozmerný parameter** daný vzťahom:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

ρ - hustota prúdiacej tekutiny
 V - jej rýchlosť
 D - „charakteristický priečný rozmer“ – kolmý na smer prúdu (napr. rozpätie krídla, priemer trubice apod.)
 μ – koeficient dynamickej viskozity

Pri meraniach v *aerodynamických tuneloch* je nutné **zachovať Reynoldsovo číslo** také, ako na skutočnom telese alebo profile. Púhe zmenšenie rozmerov modelu - pri zachovaní zvyšných parametrov prúdenia - poskytne nesprávne výsledky meraní.

Pri hodnote Reynoldsovho čísla $\sim 2000 \div 2500$ (záleží na drsnosti povrchu obtekaného telesa) nastáva prechod od **laminárneho** k **turbulentnému** prúdeniu – napr. zvyšovaním rýchlosti prúdu. **Nástup turbulencie** znamená prenikavé **zvýšenie odporu prostredia** (energia na vytvorenie a udržanie vírov) a je preto **nežiadúci** – nie je ale možné sa mu vo väčšine prípadoch vyhnúť. V istých prípadoch – napr. keď požadujeme dobré premiešanie prúdiacej zmesi (v *chemickom priemysle*) je turbulencia naopak potrebná a dokonca sa umele vyvoláva.

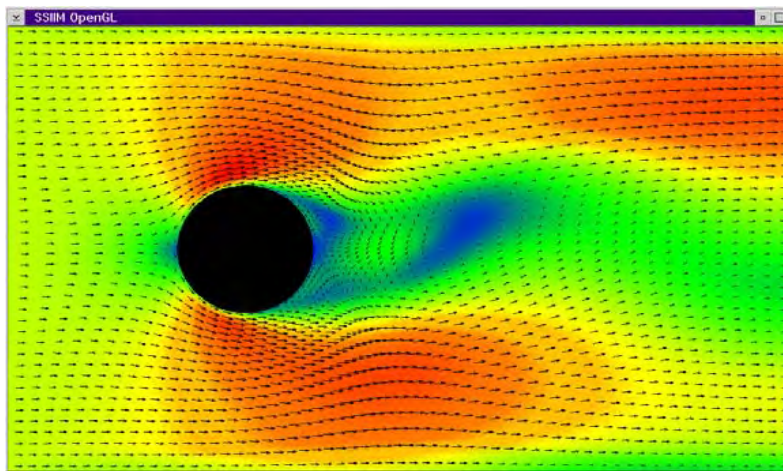
Z čisto teoretického hľadiska je nástup turbulencie – prechod od **laminárneho** k **turbulentnému** prúdeniu – matematicky veľmi obtiažny a dosiaľ nie exaktne vyriešený problém (◀ list č.80 dole).

Fyzik **Werner Heisenberg** (1901 – 1976, Nobelova cena za fyziku 1932 – spolu s E. Schrödingerom a P. A. M. Diracom) zo žartu hovoril, že až sa stretne s Pánom – Stvoriteľom sveta, poprosí ho o odpoveď na **teóriu turbulentného prechodu**.

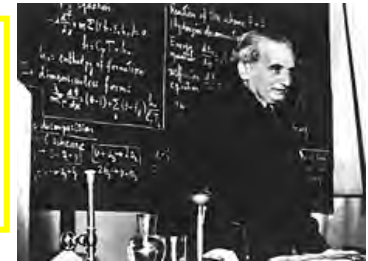
Obrázky nižšie uvedené znázorňujú **turbulentný charakter obtekania valcového telesa** v prúde vzduchu. Vzniknuté **víry** sú **nestacionárne** – **periodicky vznikajú a zanikajú**, sú **unášané prúdom a nové vznikajú**. Frekvencia ich vzniku je daná v prvom rade rýchlosťou prúdu.

Zo skúsenosti vieme, že aj **pevne ukotvená tyč** v prúde vzduchu (vietor !) **vibruje**, a to aj vtedy, ak sa rýchlosť prúdu nemení.

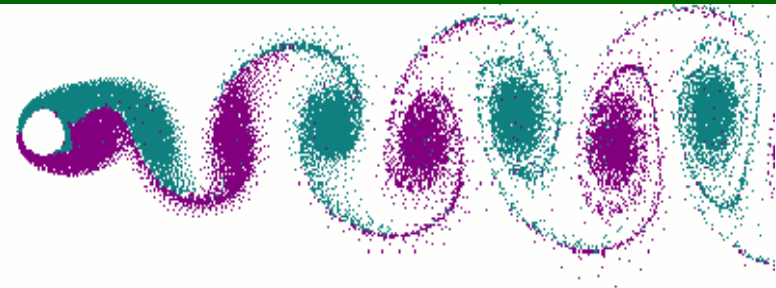
▼ farby na obrázku vyjadrujú **rýchlosť prúdenia** (červená – najväčšia, modrá – najmenšia). Šípky ukazujú smery prúdu – vidíme, že pri zadnej (odtokovej) strane prúd miestami reverzuje (opačný smer).



Theodor von Kármán (1881 – 1963) ►
rodák z Budapešti, väčšinu života pôsobil v USA. Priekopník **nadzvukovej aerodynamiky a raketovej techniky**, tiež **vynikajúci matematik**.



Pri obtekaní telies s tupou nábežnou hranou (na obrázku biely valec vľavo) pri vysokej rýchlosti prúdu vzniká tzv. „**Kármanova vírová cesta**“.



Prípád Tacomského mosta

V **júli 1940** bol otvorený *vtedy najdlhší oceľový most v USA (bez stredných pilierov)* nad úzkym zálivom na pacifickom pobreží USA pri meste Tacoma (štát Washington). Rozpätie medzi závesnými piliermi bolo **1820 m**.

V **zálive často duli silné vetry** a zakrátko bolo vidieť, že vtedy sa mostovka zvláštnym spôsobom prehýba a priečne vykyvuje. Miestni pokrstili most ako „galloping Gertie“. **Štyri mesiace po otvorení, ráno 7.11.1940** (našťastie v tých rokoch ani v USA nebola hustá automobilová premávka, navyše to bolo počas vojny a benzín bol na prídel - **pre zaujímavosť, vtedy bol prídel benzínu na 1 domácnosť a 1 mesiac - 25 litrov**) sa most pri mimoriadne silnom vetre rozkýval natoľko, že sa motoristi báli ho použiť a našiel sa svedok, ktorý celý vývoj udalostí (asi 3 hodiny) nafotografoval.

Oceľová konštrukcia sa doslova „vlnila“ priečne aj pozdĺžne, až okolo 11 hod. - po silnom poryve vetra – most skolaboval.

Niekoľko obrázkov na ďalšom liste ukazuje celý prípad ►

Zdalo sa neuveriteľné, že by sa mohutná oceľová konštrukcia, vyráтанá na značné zaťaženie, rozpadla vplyvom vetra, hoci silného.

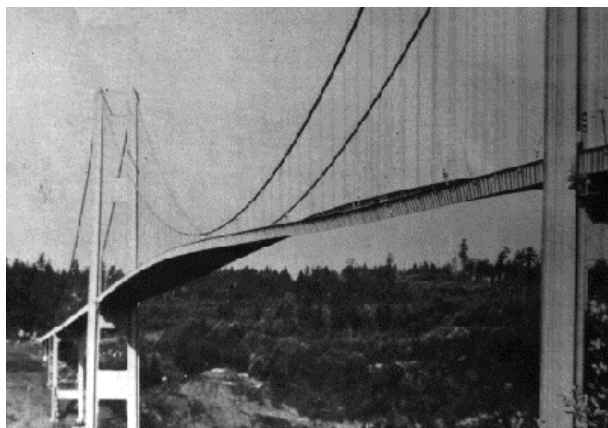
Až modelové skúšky v aerodynamickom tuneli (dnes sú pri projektovaní veľkých stavieb samozrejmosťou) a sprievodné výpočty ukázali, že pri obtekaní mostovky nastala pri **určitej rýchlosti vetra rezonancia = zhoda frekvencií oddel'ovania vírov a vlastných mechanických frekvencií mostovky**. Amplitúda kmitov prekročila hranice pružnej deformácie a došlo k porušeniu.



◀ most tesne pred dokončením

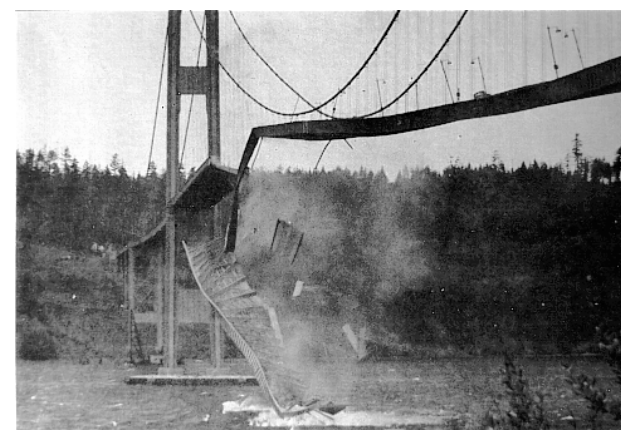
Most bol po vojne znovu postavený a premávka si vyžiadala roku 1950 stavbu ďalšieho, paralelného.

priečne kmity mostovky
(asi o 07:30 hod.) ▶



◀ „skrutné“ kmity telesa mosta

okamih deštrukcie ▶
(11:10 hodín)

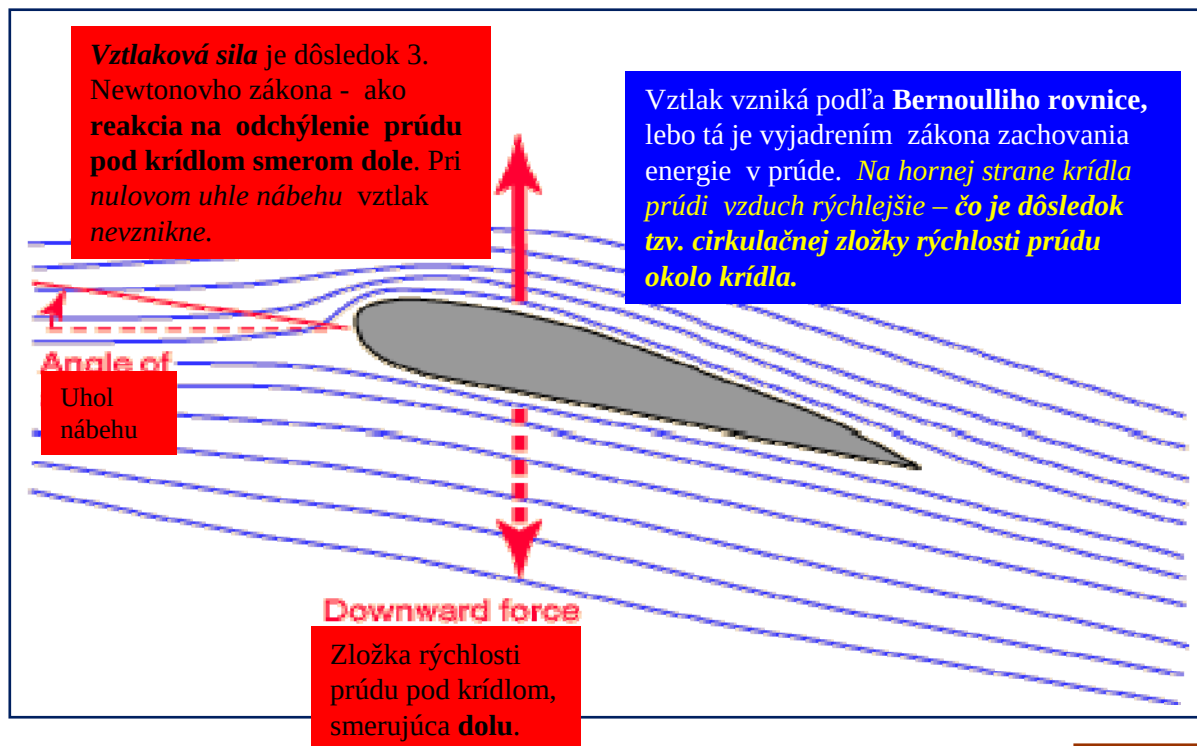


Poučenie z tohto prípadu (našťastie k zraneniam ani obetiam na životoch nedošlo) viedlo k dôslednému skúmaniu vplyvu vetra na stavebné (aj iné) konštrukcie, vývoju metód výpočtov a skúšobníctva, vrátane modelovania.

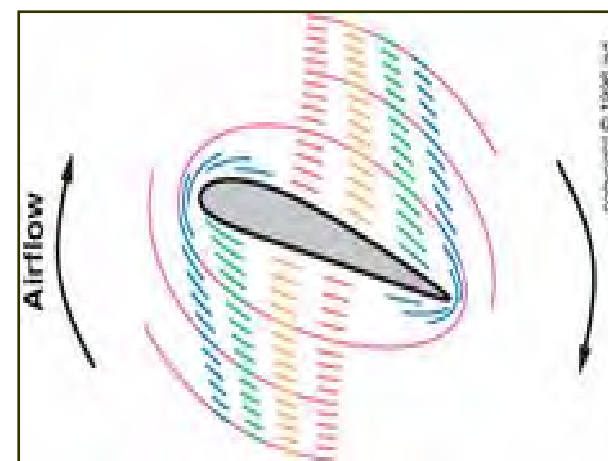


Aerodynamika – vztlak na krídle lietadla:

- Ako vzniká **vztlaková sila** a čo je k tomu treba:

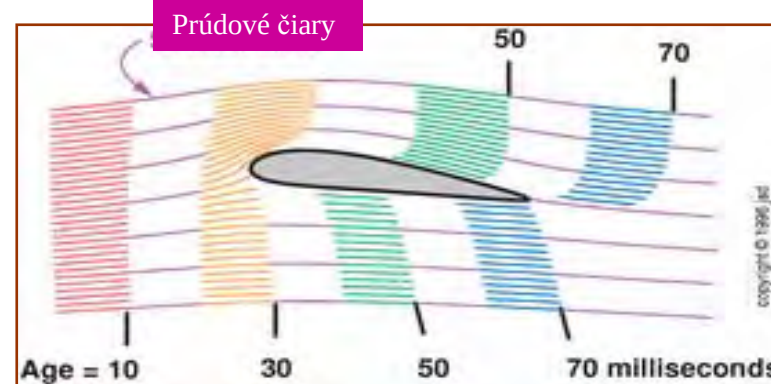


Cirkulačná zložka prúdového poľa okolo krídla - **sa superponuje na „neporušené“ prúdové pole** (ďaleko od krídla) ▼



Často tradované vysvetlenie, že molekuly vzduchu, ktoré sa ► pri nábežnej hrane „**rozídu**“, sa musia na odtokovej hrane „**stretnúť**“ – a že preto prúdi vzduch **nad krídlom rýchlejšie** - **je fyzikálne nesprávne**. Platilo by - a to iba približne – ak by bolo krídlo obtekané vo vnútri úzkej trubice, ktorá by ho obklopovala.

Obrázok znázorňuje polohy „čiel“ prúdnic v rovnakých časoch.



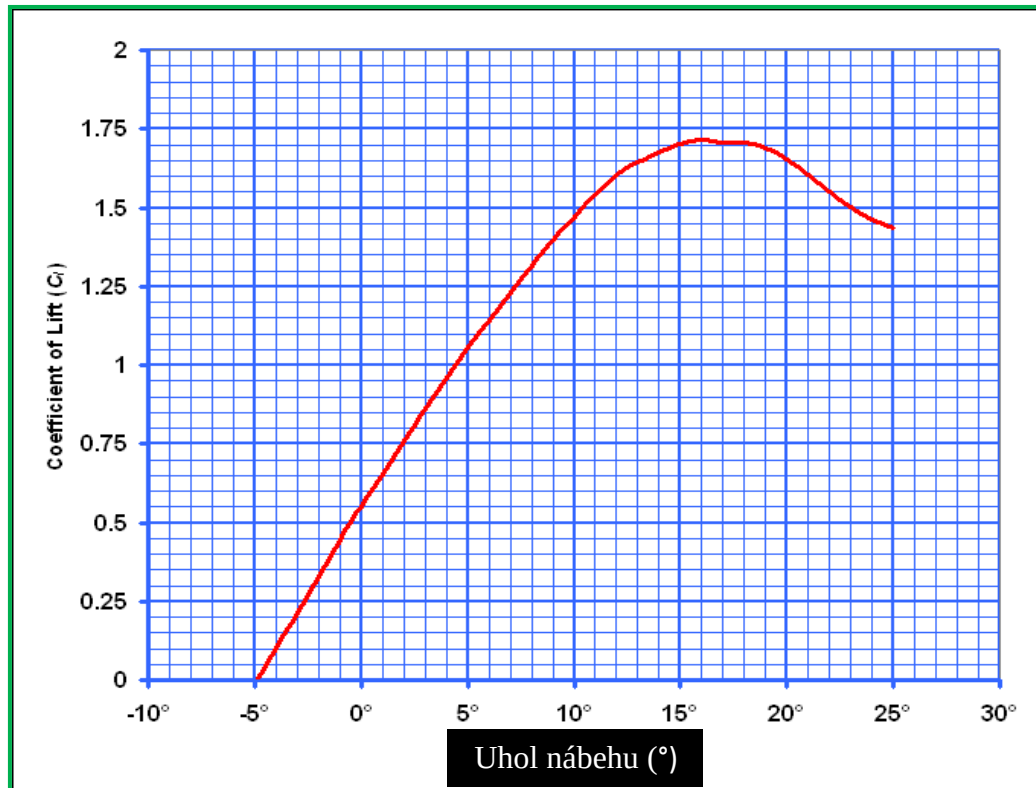
Vztlaková sila závisí na **ploche krídla A** , **rýchlosti prúdu V** , tzv. **vztlakovom koeficiente C_l** - je daný tvarom profilu a zisťuje sa meraním). Tento koeficient výrazne závisí na **uhle nábehu**.

Prirodzene je dôležité, aby krídlo vykazovalo pri **čo najväčšom vztlaku** čo **najnižší odpor** prúdu.

Pre veľkosť vztlakovej sily L platí (približný) vzťah:

$$L = kV^2 AC_l$$

◀ veličina k je **hustota prostredia**



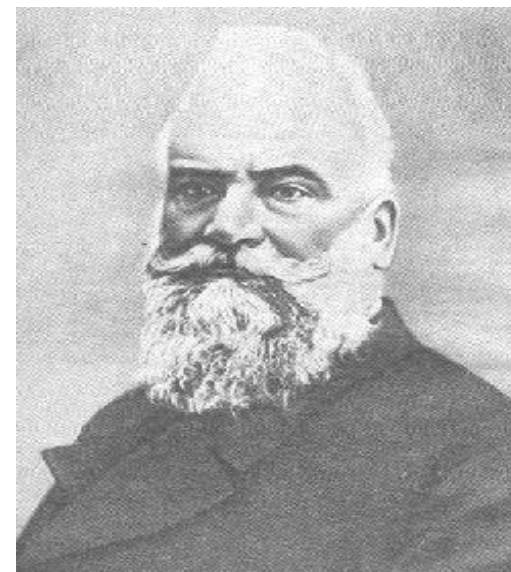
◀ typická závislosť **vztlakového koeficientu** na **uhle nábehu**.
Pri zvyšovaní uhla nábehu vztlak rastie, ale iba po určitú hranicu. Pri ďalšom zvyšovaní uhla nábehu dôjde k „**odtrhnutiu prúdnic**“ na hornej strane profilu, tvoria sa víry, vztlak klesá a **odpor** prudko stúpa.

Na ďalších listoch - trochu podrobnejšie o vztlaku, odpore a ako „sa na to prišlo“ ▶▶▶

Fyzikálne korektná teória vzniku vztlakovej sily na krídle je spojená s dvoma menami:

Nikolaj Jegorovič Žukovskij (1847 – 1921) ►

Martin Wilhelm Kutta (1867 – 1944) ▼



N.J.Žukovskij pôsobil od roku 1872 na Moskovskej univerzite ako profesor mechaniky a aerodynamiky.

Bol nielen teoretik, robil významné aerodynamické experimenty a pod jeho vedením bol roku 1919 v Moskve postavený veľký aerodynamický tunel, v ktorom sa premeriavali a testovali celé časti lietadiel.

Obaja pracovali nezávisle, vzájomný kontakt nadviazali až ku koncu života N. J. Žukovského. Ten už roku **1906** publikoval dve zásadné práce o vzniku vztlakovej sily na krídle, ktoré vydržali skúšku času.

▲ **M.W.Kutta** bol v rokoch 1912 – 1935 profesorom aplikovanej matematiky na univerzite v Stuttgarte. Svetovo známe a dodnes široko používané sú jeho **metódy numerického riešenia diferenciálnych rovníc**, ale živo a aktívne sa zaujímal o – vtedy vznikajúce – letectvo a riešil teoretické aj praktické problémy s tým spojené.

Jeho práce vyšli v periodickom zborníku Moskovskej univerzity, ktorý bol ale málo známy mimo Rusko. Napriek tomu vzbudili pozornosť najmä vo Francúzsku (boli napísané vo francúzštine).

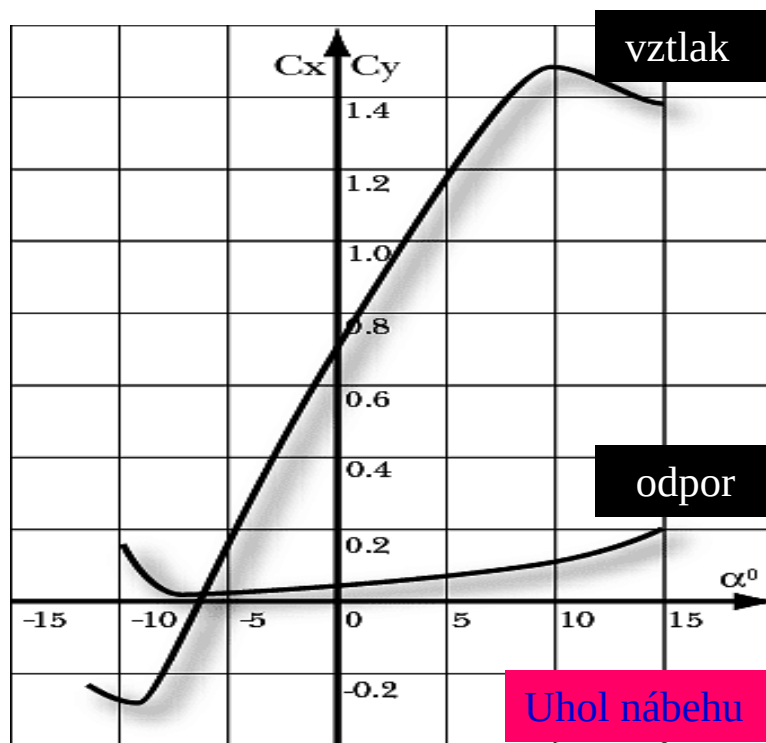
Do značnej miery vďaka týmto prácam sa práve **Francúzsko** v rokoch 1908 – 1914 stalo **leteckou veľmocou**.

Ako je to s odporom, ktorý prostredie kladie pohybu telesa?

Závislosť odporu na rýchlosti obtekania je **podstatne zložitejšia**, ale pre **malé rýchlosti** – vo vzduchu približne do $150 \div 200$ km za hodinu je približne tiež kvadratická, podľa vzťahu:

$$F_d = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d A$$

- ◀ Veličina **A** je v tomto prípade tzv. „pričný prierez“ telesa, čiže **najväčší prierez kolmý na smer prúdenia**.
 C_d (drag = odpor) je tzv. **koeficient odporu** (u **krídla** tiež výrazne závisí na uhle nábehu).



- ◀ Graf ukazuje priebeh koeficientu vztlaku (C_x) a koeficientu odporu (C_y) pre určitý typ profilu.
Keď začína koeficient vztlaku klesať – pri veľkom uhle nábehu - koeficient odporu výrazne stúpa.
Treba si ovšem uvedomiť, že u reálnych lietadiel **nie je** jediným zdrojom odporu krídlo (**vztlaku áno**).

Existuje veľmi veľa premeraných a overených **profilov** krídel (sú ich celé katalógy). Majú **odlišné grafy vztlakových a odporových koeficientov** podľa **uhla nábehu**, ale ich **obecný charakter (priebeh)** zostáva podobný.

Priekopníci a pionieri letectva – na prvom mieste **bratia Wrightovci**, ktorí dňa **17.12.1903** uskutočnili prvý preukázateľný a hlavne **riaditeľný** let „aparátom ťažším ako vzduch“ ▼

sa opierali iba o skúsenosti, získané dlhým radom – väčšinou neúspešných - pokusov a istú „technicko – inžiniersku“ intuíciu - nepoužívali nijakú teóriu.

To nijako nezmenšuje ich zásluhy, ale táto cesta pomerne rýchlo viedla do „slepej uličky“. *Bolo nutné oprieť sa o teóriu a výpočty.*

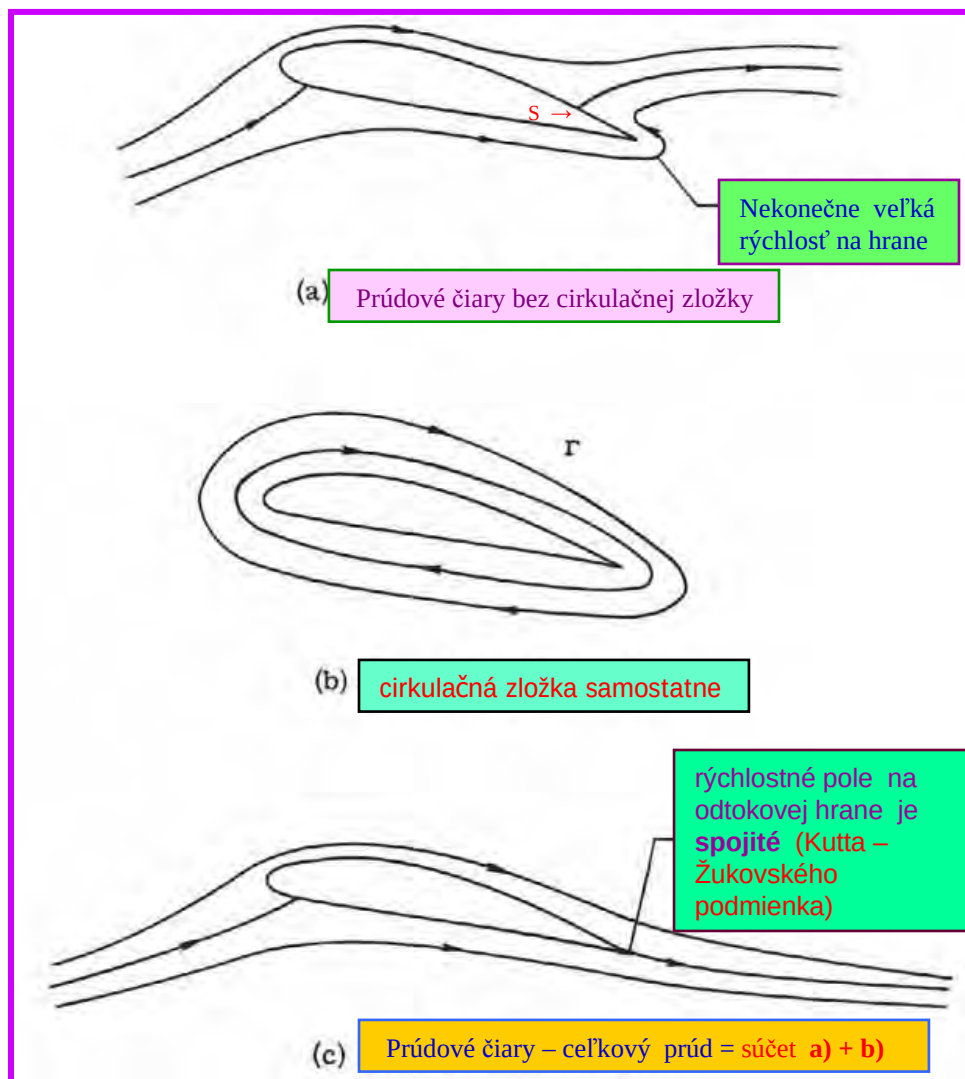


▲ 1 m^2 plochy krídla prvého stroja bratov Wrightovcov „niesol“ hmotnosť **6 kg** (vztlaková sila).



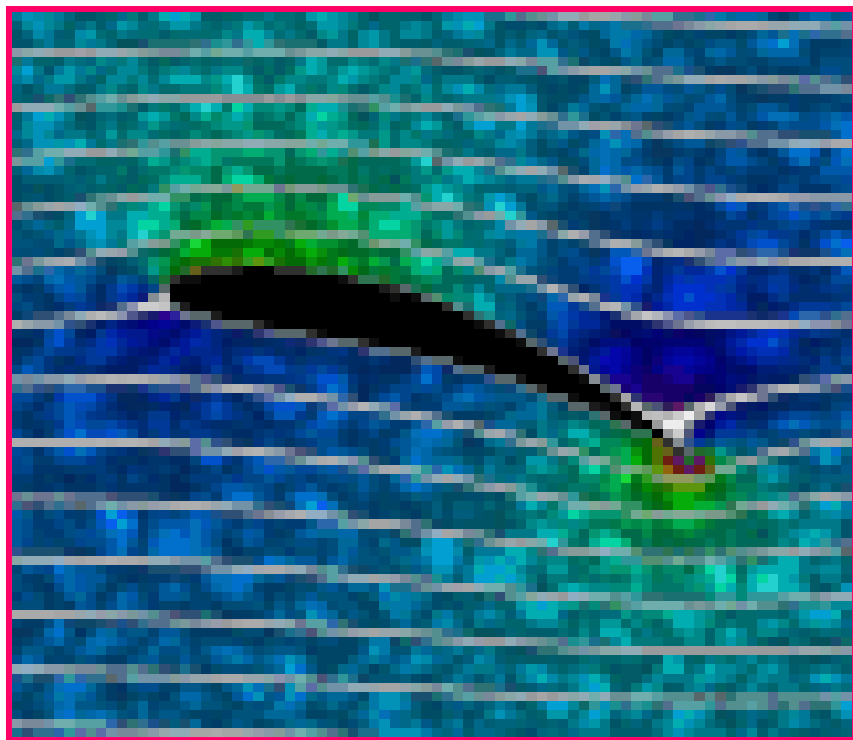
◀ u moderného dopravného lietadla (*Boeing 747*) „nesie“ 1 m^2 plochy krídla **viac ako 800 kg !**

Obtekanie profilu (schematicky) : podľa starších predstav – a),
 ▼ cirkulačná zložka rýchlostného poľa – b), správna predstava – c)



◀ Ak by rýchlostné (prúdové) pole **nemalo cirkulačnú zložku**, musel by na vrchnej strane profilu existovať tzv. „**stagnation point**“, čiže bod s nulovou tangenciálnou zložkou rýchlosti (bod **S**). Časť vrchnej strany profilu by musela byť obtekaná „protismerne“ – na ostrej odtokovej hrane by lokálna rýchlosť prúdu musela byť **nekonečne veľká**.

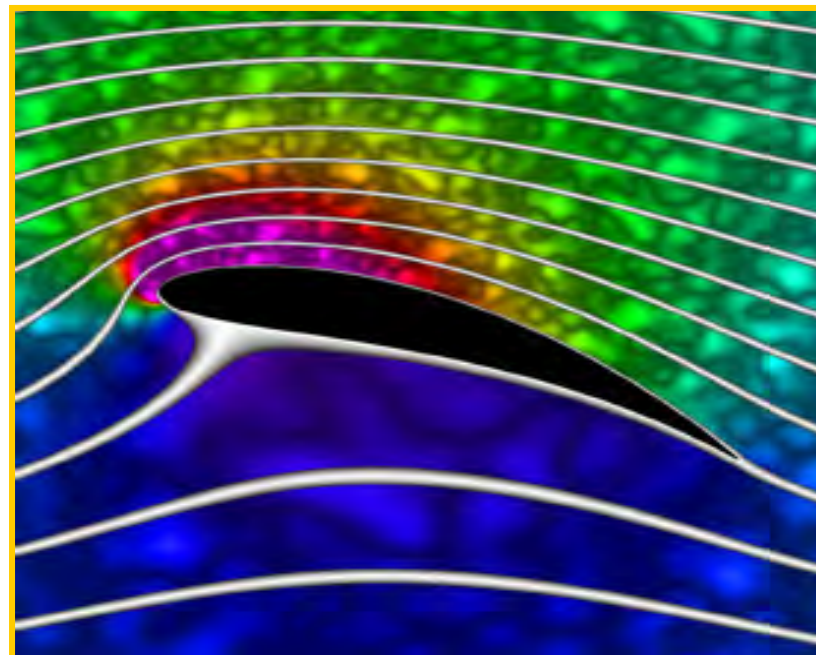
◀ vďaka **cirkulačnej zložke** prúdu je **rýchlostné pole na ostrej odtokovej hrane spojité** – pri prechode od vrchnej na spodnú stranu profilu (cez hranu) sa lokálne rýchlosť prúdu **nemení**. Cirkulačná zložka „**má na svedomí**“ **vyššiu rýchlosť** na **vrchnej strane profilu**
 → podľa Bernoulliho rovnice **nížší tlak**
 → vzniká **vztlaková sila**.



- ◀ Znázornenie cirkulačného obtekania profilu krídla pri určitom uhla nábehu:
 farebne sú vyznačené hodnoty miestnej rýchlosti prúdu - od **zelenej (najvyššia)** po **modrú** (rýchlosť nabiehajúceho prúdu).

Rozloženie **tlaku** pozdĺž obtekaného profilu ▶
 pre rovnakú situáciu ako na obrázku hore –
červená (najnižší tlak) až k **modrej (miestny tlak najvyšší)**.

Animácia znázorňuje polia pri **zmenách uhla nábehu**.



Kavitačné javy



Kavitácia –vytvorenie a náhle splasnutie „bublín vysoko zahriatej pary“ v tekutine ako dôsledok síl pôsobiacich na tekutinu.
Obyčajne vzniká ako dôsledok rýchlych zmien tlaku

Príklady výskytu: potrubia, čerpadlá, lodné skrutky. Ale aj prirodzene v prírode okolo kameňov na dne rieky, obzvlášť v oblasti pred vodopádom



Kavitácia spôsobuje:

- nadmerný hluk
- poškodenie súčiastok
- vibrácie
- stratu účinnosti

Kavitácia v prírode

Okrem spomínanej dnovej erózie riek aj:

Geológia

Niektoré teórie vzniku diamantov poukazujú na možnú úlohu kavitácie- konkrétne kavitácie v kimberlitových kanáloch, kedy „splasnutím bublín“ sú generované vysoké tlaky umožňujúce premenu čistého uhlíka na jeho alotropickú formu - diamant

Príbrežná erózia

V poslednej dekáde bola inerčná kavitácia akceptovaná ako faktor príbrežnej erózie. Kapsy pary v prichádzajúcej morskej vlne sú tlačené do puklín v masíve, kde v dôsledku tlaku vlny sú stlačené až bubliny splasnú generujúc rôzne formy energie, ktoré rozrušujú horninu.

