Fyzika

- Úvodný kurz pre poslucháčov prvého ročníka bakalárskych programov v rámci odboru geológie
- 3. prednáška – energia, práca, výkon

Energia, práca, výkon:

Rôzne druhy energie:

mechanická energia

- pohybová (kinematická) energia
- polohová (potenciálna) energia
- energia pružnosti
- rotačná energia

chemická energia (energia chemickej väzby)

tepelná energia

elektrická energia (elektromagnetická energia)

jadrová energia (atómová energia)

tmavá energia (teoretická energia, ktorá objasňuje expanziu vesmíru a jeho pozorované vlastnosti)

Väčšinou hovoríme o druhu energie podľa fyzikálneho poľa (elektromagnetická, energia gravitačného poľa, svetelná energia, energia žiarenia, atď.)

Energia, práca, výkon:

V súvislosti s gravitačným poľom (minulá prednáška) môžeme uvažovať napr. aj týmto smerom:

Teleso premiestnené za pomoci určitej práce v smere proti pôsobeniu gravitačnej (tiažovej) sily Zeme nadobúda určitú polohovú energiu (**potenciálnu**), ktorú vie neskôr premeniť/uvoľniť na energiu pohybu (**kinetickú**) - keď sa začne pohybovať opäť smerom nadol k miestu, kde má polohovú energiu nulovú (napr. povrch Zeme).

Energia, práca, výkon:

Mechanická energia - kinetická

Kinetickú energiu telesa s hmotnosťou *m*, pohybujúceho sa rýchlosťou *v*, určuje vzťah:

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} m v^2}$$

vzťah pre kinetickú energiu

Túto energiu vynaložíme, ak teleso s hmotnosťou *m* urýchlime z kľudu na rýchlosť *v*.
Energia sa môže uvoľniť a prejsť do iných foriem – napr. ak teleso pohybujúce sa touto rýchlosťou zastavíme.

Energia, práca, výkon:

Mechanická energia - potenciálna

V gravitačnom poli Zeme (v blízkosti jej povrchu) je potenciálna energia telesa s hmotnosťou m vo výške h nad jej povrchom daná vzťahom:

$$\boxed{E_p = m\,g\,h}$$

kde m je hmotnosť, h je výška a g je gravitačné (tiažové) zrýchlenie.

vzťah pre potenciálnu energiu

Vo fyzike rozlišujeme také silové polia, v ktorých sa pohybom telesa po **uzavretej dráhe nijaká práca nevykoná ani nespotrebuje** – napr. pole **gravitačné** alebo **elektrické (elektrostatické).** Takéto polia sa nazývajú tiež ako **tzv. konzervatívne.**
Ale napr. **pole magnetické nie je konzervatívne** – *„našťastie“, ináč by nefungovali elektrické motory ani generátory*. V nich je premena energie spojená s obehom elektrických nábojov (vo vodičoch) po uzavretých krivkách.

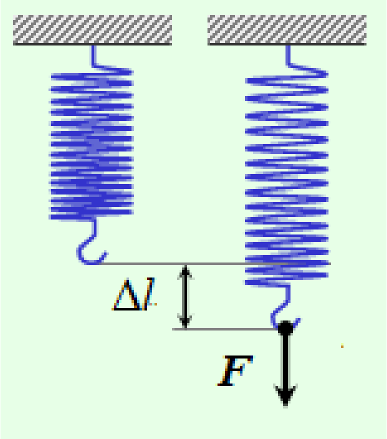
Energia, práca, výkon:

Mechanická energia – pružného telesa

V mechanike okrem kinetickej a potenciálne energie hrá dôležitú rolu aj **tzv. energia pružného telesa (pružiny).**
Pri predĺžení pružiny jej dodávame určitú energiu, ktorú vie potom zo seba vydať (vrátiť).

$$\boxed{E_{pruz} = \frac{1}{2} k \Delta l^2}$$

kde k tuhosť pružiny a
Δl je predĺženie pružiny.



vzťah energiu pružného telesa

Využíva sa v geológii (geofyzike) pri seizmografoch, ktoré registrujú otrasy vznikajúce v dôsledku mechanických vĺn od zemetrasení alebo umelo budených výbuchov.

Energia, práca, výkon:

Mechanická energia – rotujúceho telesa

V mechanike okrem kinetickej a potenciálne energie hrá dôležitú rolu aj **tzv. energia rotujúcejo telesa (využívajúc moment zotrvačnosti).**
Ak sústava bodov s hmotnosťami m_i rotuje uhlovou rýchlosťou ω [jednotka: $rad \cdot s^{-1}$] okolo pevnej osi, a vzdialenosť každého bodu od osi je r_i, potom *kinetická energia rotácie* sústavy je:

$$\boxed{E_r = \frac{1}{2} I \omega^2}$$

kde I je moment zotrvačnosti sústavy bodov vzhľadom k určitej rotačnej osi a ω je uhlová rýchlosť.

vzťah pre energiu rotujúceho telesa

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$$

kde N je celkový počet bodov sústavy, m_i je hmotnosť i-teho bodu a r_i je jeho vzdialenosť od rotačnej osi

Dôležité ale je, že moment zotrvačnosti telesa **závisí na polohe rotačnej osi**.

Výraz pre kinetickú energiu rotácie (hore) je analogický výrazu pre kinetickú energiu posuvnéhopohybu ► iba namiesto rýchlosti v tu vystupuje uhlová rýchlosť ω a úlohu hmotnosti m hrá moment zotrvačnosti I.

poznámka – moment zotrvačnosti:
čo sa deje pri piruete v krasokorčulovaní?

$$E_r = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$$

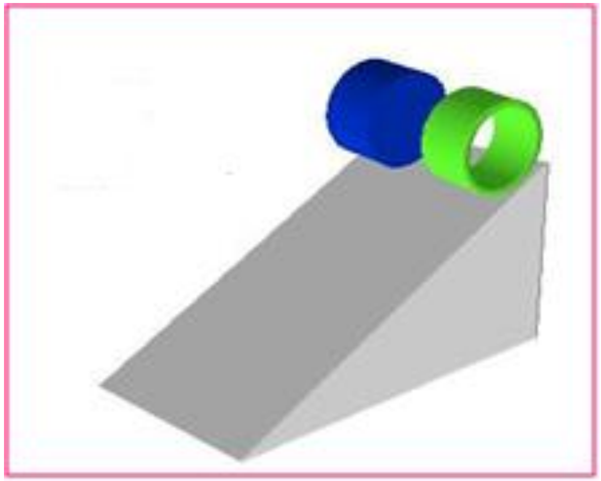
Krasokorčuliarka **pripažením zníži svoj moment zotrvačnosti (okolo zvislej osi)**. Keďže *kinetická energia rotácie* sa ***zachováva*** – **zvýši sa uhlová rýchlosť.**

Moment zotrvačnosti sa zníži, lebo **väčší podiel hmotnosti** jej tela sa presunie **bližšie k osi rotácie**.

moment zotrvačnosti – test pozornosti (pokus)

Na obrázku vpravo dolu máme ďalší zaujímavý príklad: ▼

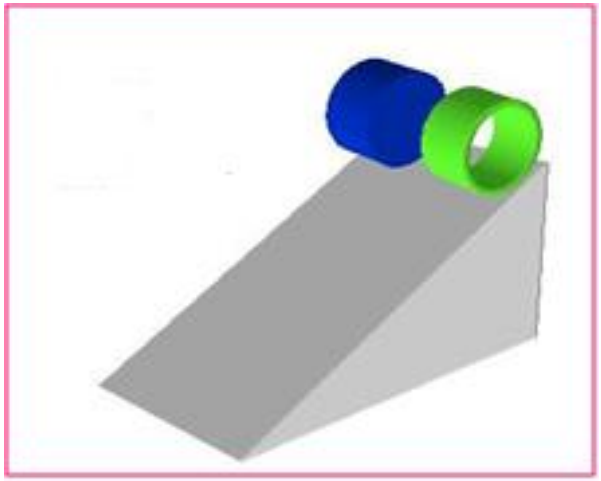
Dve telesá na obrázku majú rovnakú hmotnosť – pohybujú sa po naklonenej rovine, trenie a odpor vzduchu zanedbajme.
Ktoré sa bude pohybovať rýchlejšie?



moment zotrvačnosti – test pozornosti (pokus)

Na obrázku vpravo dolu máme ďalší zaujímavý príklad: ▼

Dve telesá na obrázku majú rovnakú hmotnosť – pohybujú sa po naklonenej rovine, trenie a odpor vzduchu zanedbajme.
Ktoré sa bude pohybovať rýchlejšie?



Prstenec má – oproti valcu – dvojnásobný moment zotrvačnosti (väčší podiel hmotnosti je ďalej od osi!). Keďže obdive telesá transformujú (rovnakú) potenciálnu energiu na kinetickú, bude sa *prstenec pohybovať pomalšie a valec rýchlejšie.*

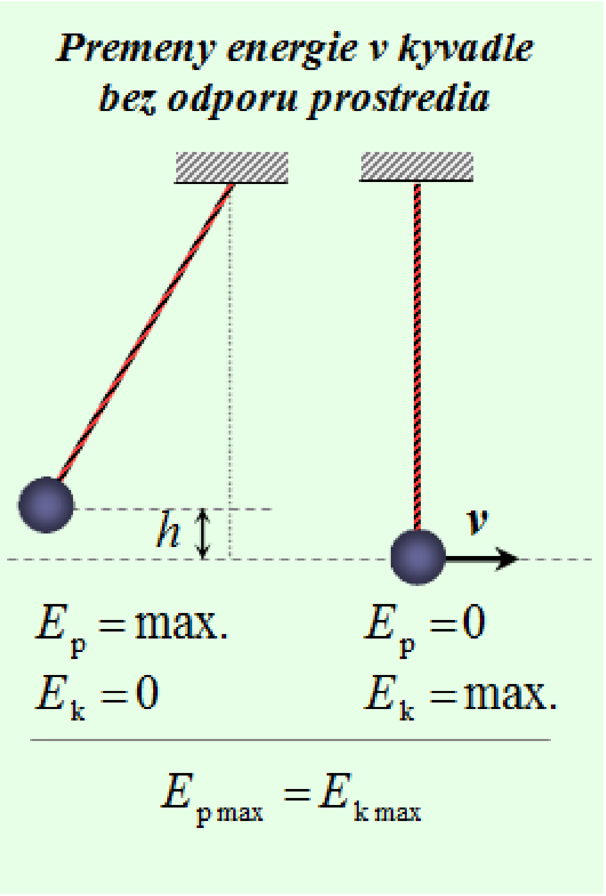
Energia, práca, výkon:

Zákon zachovania energie:

Zákon zachovania energie vo fyzike hovorí, že v izolovanej fyzikálnej sústave je celková energia nemenná.

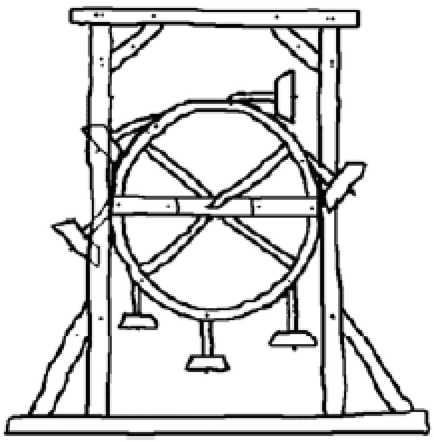
Pomocou matematického kyvadla sa dá Veľmi pekne ukázať premenu kinetickej energie E_k na potenciálnu E_p a naopak

Ďalším dôsledkom zákona o zachovaní energie je skutočnosť, že kyvadlo sa nemôže bez vonkajšieho zásahu vychýliť viac ako je jeho počiatočná poloha



Energia, práca, výkon:

Zákon zachovania energie:



Zákon zachovania energie vo fyzike hovorí, že v izolovanej fyzikálnej sústave je celková energia nemenná.
Inak vyjadrené: energia nevzniká a nezaniká, ale sa len premieňa z jednej formy energie na druhú formu energie či na iné formy energií.
Alebo ešte inakšie: zmena energie sústavy sa rovná práci touto sústavou vykonanou alebo spotrebovanou.

Dôsledkom je skutočnosť, že nemožno skonštruovať perpetuum mobile prvého druhu (stroj, ktorý vydá viac energie ako prijme).

Energia, práca, výkon:

Práca

Dôležitá veličina vo fyzike je mechanická práca.

Ak **sila** pôsobí na teleso po určitej **dráhe**, koná **prácu**. Uplatňuje sa iba *zložka sily v smere dráhy* - sila pôsobiaca *kolmo* na smer dráhy telesa *prácu nekoná*.

Pre mechanickú prácu A platí zjednodušený vzorec:

$$\boxed{A = F s}$$

(rovnaký smer pôsobenia sily po dráhe)

(F je sila [N], s je dráha [m])

Energia, práca, výkon:

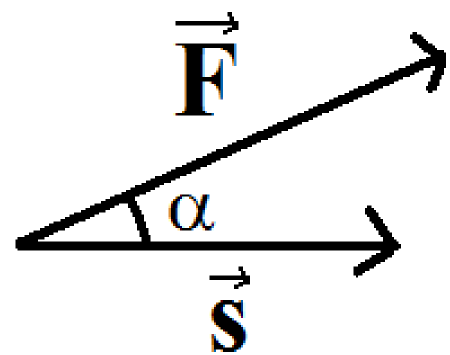
Práca

Treba si však uvedomiť, že vo vzorci pre prácu vystupujú vektorové veličiny a vyskytuje sa tam tzv. skalárny súčin

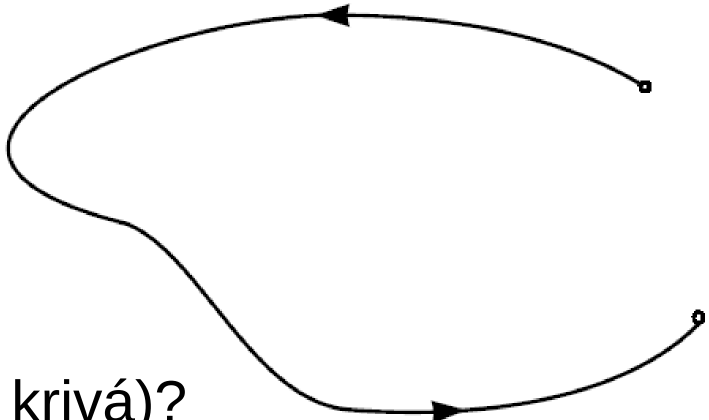
$$\boxed{A = \vec{F} \cdot \vec{s}}$$

pre veľkosť ktorého platí:

$$A = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{s}\right| \cos\alpha = F\, s \cos\alpha$$

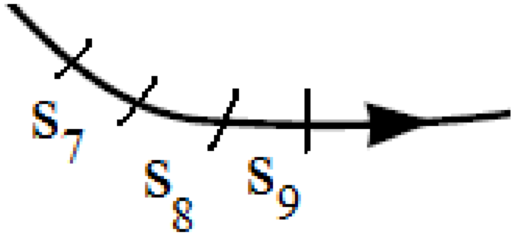


Energia, práca, výkon:



Práca

Čo však spravíme v prípade,
kedy je tvar dráhy nepravidelný (dráha je krivá)?



Musíme túto dráhu rozdeliť na viacej malých úsekov s_i, vypočítať prácu na každom z nich a na záver zosumovať

$$A = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \cdot \vec{s}_i$$

kde N je počet malých úsekov dráhy.

Keď členenie dráhy na jednotlivé úseky urobíme veľmi jemné (použijeme veľmi malé úseky s_i), môžeme prejsť na integrál:

$$A = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

kde S celková dráha a ds je jej veľmi malý (nekonečne malý, infinitezimálny) krok.

Energia, práca, výkon:

Práca

Jednotka práce – Joule (J):

[J] = N · m

[J] = N · m = kg · m^2 · s^{-2}

alebo zodpovedá násobku jednotiek výkonu a času

[J] = W · s (tzv. wattsekunda)

Poznámka:
Zastaraná jednotka: kalória (Cal), 1 J = 0.239006 Cal

Energia sa premieňa na prácu a naopak.

Ak sústava prechádza z pokoja do pohybu alebo naopak, pričom sa jej nedodáva ani neodoberá mechanická práca, ostáva súčet polohovej a kinetickej energie nemenný.

Energia aj práca majú rovnaký fyzikálny rozmer.

Späť ku kinetickej energii – odvodenie:

Energia má vzťah s prácou: $\Delta E = F\Delta s$

pre: $F = ma$ a $\Delta s \approx v\Delta t$

platí : $\Delta E \approx mav\Delta t$

a pre: $a\Delta t = \Delta v$

platí : $\Delta E \approx mv\Delta v$

Ale kde sa vo výsledku berie tá ½ ?:

$$\Delta(v^2) = (v + \Delta v)^2 - v^2 = 2v\Delta v + \cancel{(\Delta v)}^2 \approx 2v\Delta v \quad \Longrightarrow \quad v\Delta v = \frac{1}{2}\Delta(v^2)$$

Tu sme zanedbali člen $(\Delta v)^2$, nakoľko to je veľmi malé číslo.
(desatinné číslo na druhú je ešte menšie číslo, napr.: $0.01^2 = 0.0001$)

A tak získavame výsledný vzťah:

$$\boxed{\Delta E \approx \frac{1}{2} m\Delta(v^2) = \Delta(\frac{1}{2}mv^2)}$$

Energia, práca, výkon:

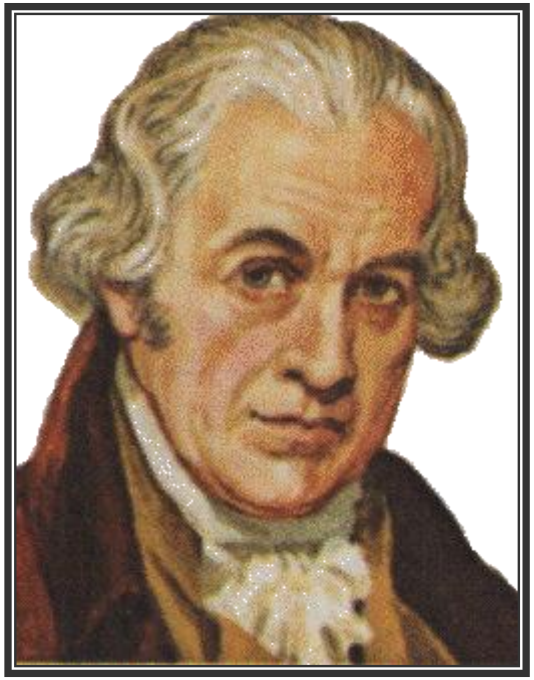
Výkon

V prípade práce (zmeny energie) je tiež dôležité, ***za aký čas*** bola práca vykonaná alebo spotrebovaná.
To vyjadruje fyzikálna veličina ***výkon = práca za jednotku času***.

$$P = \frac{A}{t} \quad [W]$$

Jednotkou výkonu je:

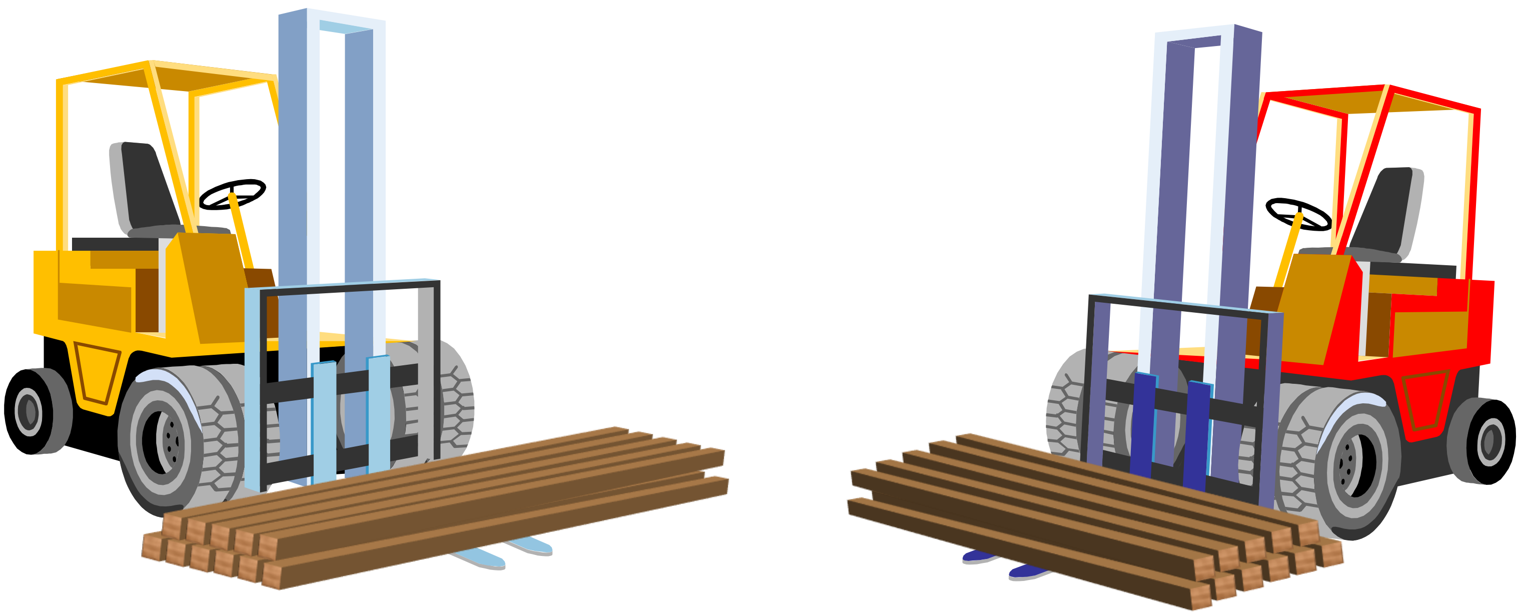
$[W] = [J \cdot s^{-1}] = [kg \cdot m^{2} \cdot s^{-3}]$



James Watt,
škótsky fyzik (1736-1819)

Riešte úlohu:

Novší vysokozdvižný vozík zdvihne drevené hranoly s celkovou hmotnosťou *m* = 900 kg do výšky *h* = 130 cm.

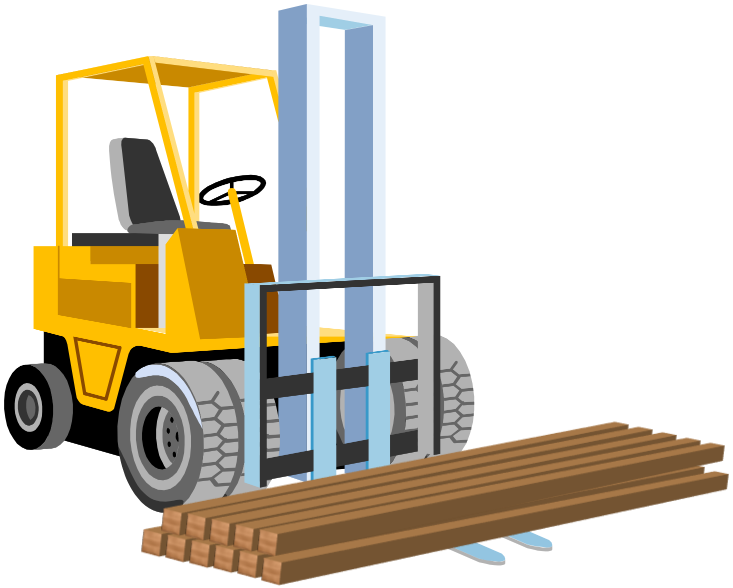


$$A_{\text{starší}} = A_{\text{novší}} = 1170 \text{ J}$$

Práca je rovnaká. Ale aká je ich výkonnosť (výkon)?

Porovnajte prácu vozíkov pri zdvíhaní hranolov.

$$A_{\text{starší}} = A_{\text{nověí}} = 1170\ \text{J}$$

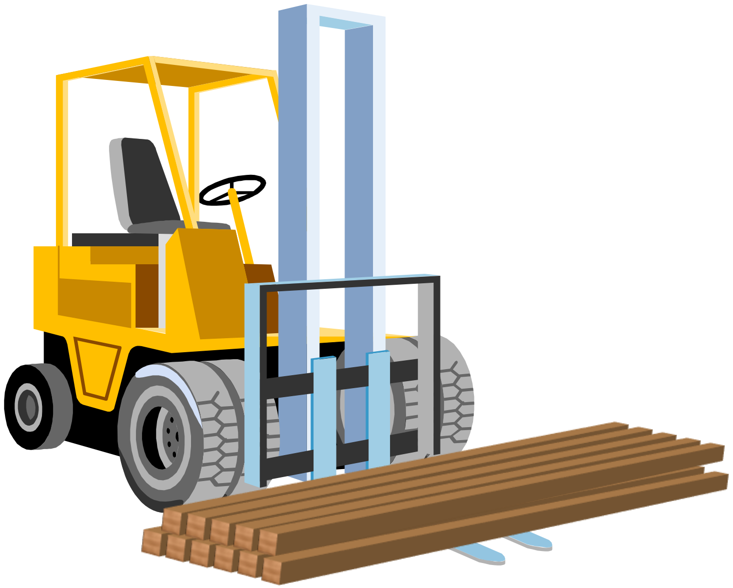


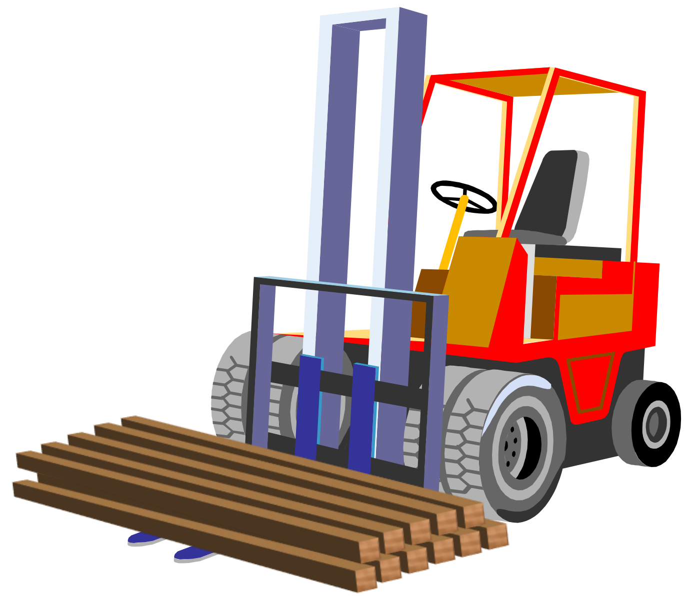
$t_{\text{starší}} = 10\ \text{s}$ $t_{\text{novší}} = 5\ \text{s}$

Vozíky vykonajú rovnakú prácu, ale za rôzny čas.

Vozíky pracujú s rozdielným výkonom.

$$P = \frac{A}{t} \quad [W]$$





$P_{starší} = 117\ W$

$P_{novší} = 234\ W$

Výkon novšieho vozíka je $P_{novší} = 2P_{starší.}$.

Energia, práca, výkon:

Výkon - poznámka

Pri niektorých krátkotrvajúcich procesoch (zväčša explozívneho charakteru) môže byť **výkon** obrovský, ale **uvoľnená energia** až tak nie – napríklad bleskový výboj: výkon až 10^{11} W (čo je výkon niekoľkých stovák priemerných elektrární dokopy), ale vzhľadom na trvanie výboja – desiatky μsec – je uvoľnená energia rádu 10^{7} J, čo zodpovedá približne celodennému svieteniu jedinej 100 W žiarovky – teda nič mimoriadne.

Poznámka: pohyb telies po naklonenej rovine

Odvodenie vzťahu pre rýchlosť kotúľajúcej sa gule po naklonenej rovine:

h – výška hornej hrany nakl. roviny
m – hmotnosť gule
g – tiažové zrýchlenie na Zemi
v – rýchlosť gule (posuvná)
ω – uhlová rýchlosť rotácie gule
I – moment zotrvačnosti

$$E_p = E_k$$

$$m.g.h = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}I.\omega^2$$

$$m.g.h = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}m.r^2.\left(\frac{v}{r}\right)^2 \quad / : m$$

$$g.h = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}r^2.\frac{v^2}{r^2}$$

$$g.h = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2$$

$$g.h = \frac{7v^2}{10}$$

$$10.g.h = 7v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{10.g.h}{7}}$$

Pozn.: využili sme pri tom vzťah pre moment zotrvačnosti gule: $\frac{2}{5}m.r^2$

(jeho odvodenie je trošku náročnejšie
- vyžaduje integráciu v tzv. sférickom súradnicovom systéme – toto riešenie uvádzam úplne na konci prednášky)

Výsledný vzťah nie je závislý ani od hmotnosti, ani od polomeru gule.

Poznámka:

Detailné odvodenie momentu zotrvačnosti pre guľu:

Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénnej gule s hmotnosťou m a polomerom R vzhľadom na os, ktorá prechádza jej stredom.

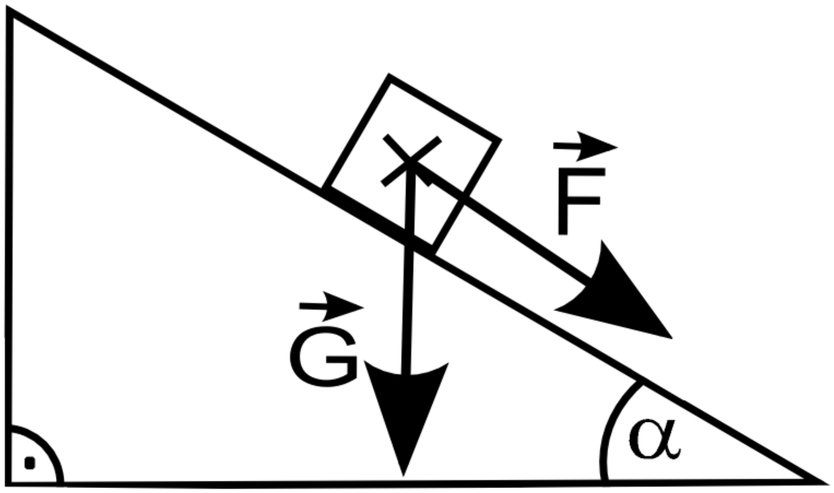
Riešenie

Zvoľme sférickú sústavu súradníc tak, že stred gule leží v počiatku sústavy. Vypočítame moment zotrvačnosti gule vzhľadom na os z. Hmotný element potom možno vyjadriť nasledovne $\mathrm{d}m = \rho \mathrm{d}V = \rho \mathrm{d}r . r\mathrm{d}\zeta (r\cos\zeta)\mathrm{d}\varphi$, pričom vzdialenosť elementu od osi z je $a = r.cos\,\phi$. Dosadíme do vzorca pre výpočet momentu zotrvačnosti a vykonáme integráciu cez celý objem gule

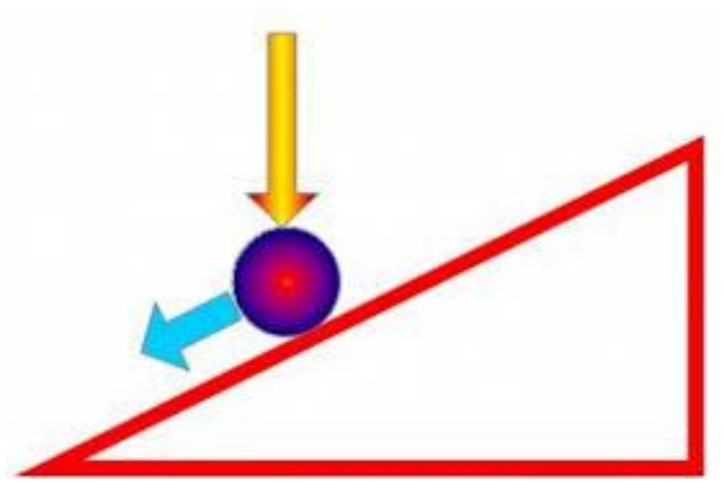
$$I = \int a^2 \mathrm{d}m = \int (r\cos\zeta)^2 \rho \mathrm{d}V = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_0^R r^4 \cos^3\zeta \,\mathrm{d}r\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\varphi =$$

$$= \frac{3m}{4\pi R^3}\left[\frac{r^5}{5}\right]_0^R \cdot \left[\sin\zeta - \frac{1}{3}\sin^3\zeta\right]_{-\pi/2}^{\pi/2} \cdot [\varphi]_0^{2\pi} = \frac{3m}{4\pi R^3}\frac{R^5}{5}\frac{4}{3}2\pi = \frac{3m}{2}\frac{R^2}{5}\frac{4}{3} = \frac{2}{5}mR^2.$$

Poznámka: pohyb telies po naklonenej rovine



posuvný



valivý

Pri zanedbaní trenia tu opäť platí, že rýchlosť toho typu pohybu nezávisí od hmotnosti telesa (oko to bolo pri voľnom páde).

Video: http://hockicko.uniza.sk/Priklady/videopriklady.htm