

1. Vypočítajte deriváciu, ak:

- | | | | | | |
|----------------------|-------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $dx = 9, dy = 5$ | e) $dx = dy = 2$ | i) $\alpha = \pi$ | m) $\alpha = \frac{\pi}{4}$ | r) $\alpha = 0^\circ$ | v) $\alpha = 45^\circ$ |
| b) $dx = -1, dy = 3$ | f) $dx = dy = -6$ | j) $\alpha = \frac{\pi}{3}$ | n) $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ | s) $\alpha = 90^\circ$ | y) $\alpha = 150^\circ$ |
| c) $dx = 2, dy = -1$ | g) $dx = dy = 3$ | k) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ | o) $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ | t) $\alpha = 60^\circ$ | z) $\alpha = 120^\circ$ |
| d) $dx = 3, dy = -2$ | h) $dx = dy = -8$ | l) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ | p) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$ | u) $\alpha = 30^\circ$ | x) $\alpha = 135^\circ$ |

2. Na základe definície vypočítajte deriváciu funkcie f v bode x_0 .

- | | | | |
|---|--|---|---|
| a) $f: y = \frac{1}{x-1} \quad (x_0 = 2)$ | d) $f: y = \sqrt{4x+1} \quad (x_0 = 0)$ | g) $f: y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x \quad (x_0 = 1)$ | j) $f: y = 3x^2 - 4x + 2 \quad (x_0 = 2)$ |
| b) $f: y = \frac{x}{1+x} \quad (x_0 = 0)$ | e) $f: y = x^2 - 2x \quad (x_0 = 2)$ | h) $f: y = \frac{1+x+x^2}{x} \quad (x_0 = -1)$ | k) $f: y = \sqrt{x^2-1} \quad (x_0 = \sqrt{5})$ |
| c) $f: y = \frac{1+x}{1-x} \quad (x_0 = 0)$ | f) $f: y = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (x_0 = 4)$ | i) $f: y = \frac{1}{1+x} \quad (x_0 = 1)$ | l) $f: y = x^3 + \frac{2}{x} \quad (x_0 = -2)$ |

3. Dané sú funkcie $u: y = x^2 + 1$ a $v: y = 5 - \arctg x$. Vypočítajte:

- | | | | | | |
|----------------------|----------------------|-------------------|-------------------|------------------|--------------------------------------|
| a) $u'(x)$ a $u'(3)$ | b) $v'(x)$ a $v'(1)$ | c) $[u(x)+v(x)]'$ | d) $[u(x)-v(x)]'$ | e) $[u(x)v(x)]'$ | f) $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]'$ |
|----------------------|----------------------|-------------------|-------------------|------------------|--------------------------------------|

4. Vypočítajte deriváciu funkcie:

- | | | | | |
|-----------------------------|--|--|---|--|
| a) $f: y = \frac{1}{x-1}$ | g) $f: y = \sqrt{4x+1}$ | m) $f: y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ | t) $f: y = 3x^2 - 4x + 2$ | A) $f: y = \frac{1+x}{1-x}$ |
| b) $f: y = \frac{x}{1+x}$ | h) $f: y = \sin x$ | n) $f: y = \frac{1+x+x^2}{x}$ | u) $f: y = \sqrt{x^2-1}$ | B) $f: y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ |
| c) $f: y = \frac{1}{1+x}$ | i) $f: y = x^3 + \frac{2}{x}$ | o) $f: y = \operatorname{tg} x$ | v) $f: y = x^5 - 3x^2 + 2$ | C) $f: y = x^2 - \frac{1}{2x^2}$ |
| d) $f: y = \cos x$ | j) $f: y = 4e^x + \cot gx - 1$ | p) $f: y = e^x \cdot \cos x$ | y) $f: y = \operatorname{tg} x \cdot \log_5 x$ | D) $f: y = \frac{\sin x}{\arctg x}$ |
| e) $f: y = \frac{2^x}{x^n}$ | k) $f: y = (1 + \cos x)(1 - \sin x)$ | r) $f: y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ | z) $f: y = \frac{\operatorname{tg} x + 1}{\operatorname{tg} x - 1}$ | E) $f: y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + \operatorname{tg} x$ |
| f) $f: y = \cot gx$ | l) $f: y = (e^x - \sin x)(x^2 + \sin x)$ | s) $f: y = x^3 \cdot e^x + \frac{\sin x}{x^2}$ | x) $f: y = e^x \cdot \ln x - \frac{\arctg x}{x^2}$ | F) $f: y = \frac{x \cdot e^x}{x - e^x}$ |

5. Derivujte zloženú funkciu:

- | | | | |
|---|--|---|---|
| a) $f: y = (x^4 - 2x + 1)^{10}$ | g) $f: y = \arctg \frac{2x}{1-x^2}$ | m) $f: y = 2^{3x^4 \cdot \sin x}$ | t) $f: y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}$ |
| b) $f: y = 2^{3^x}$ | h) $f: y = \cos(4x^2 - x + 1)$ | n) $f: y = \sqrt{\ln(1+x^2)}$ | u) $f: y = \arctg \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1})$ |
| c) $f: y = \arccos(\cos^2 x)$ | i) $f: y = \sqrt{\sin x}$ | o) $f: y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ | v) $f: y = \frac{1}{6} \ln \frac{(x+1)^2}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2x-1}{\sqrt{3}}$ |
| d) $f: y = \operatorname{tg}^4 \log^2(x^5 \cdot \sin 2x)$ | j) $f: y = e^{\frac{x}{1+x}}$ | p) $f: y = \ln \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$ | y) $f: y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ |
| e) $f: y = \ln \sqrt{\frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}}$ | k) $f: y = \sin^3(\cos^3 \sqrt{x})$ | r) $f: y = \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ | z) $f: y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} + \arcsin \frac{1}{x}$ |
| f) $f: y = \operatorname{tg}(x^2 + 1)e^{-x^2}$ | l) $f: y = (x^2 - 1)e^{-x^2} + \sin x^3$ | s) $f: y = \sqrt{1-e^{2x}} + \arcsin e^x - \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ | |

6. Vypočítajte deriváciu funkcie f v bode x_0 :

- | | | |
|---|--|---|
| a) $f: y = \arctg \frac{x}{2} \quad (x_0 = 2)$ | c) $f: y = \ln \sin x \quad \left(x_0 = \frac{\pi}{2}\right)$ | e) $f: y = x \cdot e^{\frac{1}{x}} \quad (x_0 = 2)$ |
| b) $f: y = \sqrt{1 + \cos^2 x^2} \quad \left(x_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$ | d) $f: y = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x} \quad \left(x_0 = \frac{\pi}{4}\right)$ | f) $f: y = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x+x^2}{1-x+x^2} + \frac{\sqrt{3}}{6} \arctg \frac{x\sqrt{3}}{1-x^2} \quad (x_0 = 0)$ |

7. Napište rovnici dotyčnice ku grafu funkcie f v bode T .

- | | | |
|--|--|--|
| a) $f: y = \frac{12}{x}$ $T = [3; ?]$ | f) $f: y = 2\sqrt{2} \sin x$ $T = \left[\frac{\pi}{4}; ?\right]$ | k) $f: y = \frac{3x-2}{2x-3}$ $T = [1; ?]$ |
| b) $f: y = \frac{3}{x-1}$ $T = [2; ?]$ | g) $f: y = \frac{8}{4+x^2}$ $T = [?; 1]$ | l) $f: y = \frac{\ln x}{x}$ $T = [e; ?]$ |
| c) $f: y = e^x (\sin x - \cos x)$ $T = [0; ?]$ | h) $f: y = x + \sqrt{1-x}$ $T = [0; ?]$ | m) $f: y = 2 + tg^2 x$ $T = [0; ?]$ |
| d) $f: y = x^2 + 4x + 1$ $T = [0; ?]$ | i) $f: y = e^{-x} \cdot \cos 2x$ $T = [0; ?]$ | n) $f: y = 2x - \ln x$ $T = [1; ?]$ |
| e) $f: y = x^2 e^x + x$ $T = [0; ?]$ | j) $f: y = \sqrt{x^3 - 2}$ $T = [3; ?]$ | o) $f: y = \ln(x+1)$ $T = [0; ?]$ |

8. Vypočítajte deriváciu funkcie:

- | | | | |
|-----------------------------------|---|--|--|
| a) $f: y = x^3 - 11x$ | s) $f: y = \sqrt{x^3 - 3x}$ | K) $f: y = \frac{3x+4}{2x+3}$ | d') $f: y = \frac{\ln x}{x}$ |
| b) $f: y = x e^{-x}$ | t) $f: y = \sin x \cdot \cos^3 x$ | L) $f: y = x^2 + x + 3$ | e') $f: y = \ln x$ |
| c) $f: y = e^{\frac{x}{2}} + 1$ | u) $f: y = \frac{x^3}{12}$ | M) $f: y = 3x^2 - 5x + 2$ | f') $f: y = \sqrt{1-x^2}$ |
| d) $f: y = \arctg 2x$ | v) $f: y = x^3$ | N) $f: y = x^2 \cdot \ln x$ | g') $f: y = \ln \sqrt{x^2 - 2x}$ |
| e) $f: y = x^3 - 3x^2 + \sqrt{x}$ | y) $f: y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ | O) $f: y = x^2 \cdot \sin 3x$ | h') $f: y = 2 \frac{\ln x}{x}$ |
| f) $f: y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ | z) $f: y = \arctg \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ | P) $f: y = x^2 \cdot e^{-x}$ | i') $f: y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ |
| g) $f: y = \arctg^2 3x$ | x) $f: y = \ln \arccos \frac{x}{5}$ | R) $f: y = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ | j') $f: y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 6$ |
| h) $f: y = x^3 - 3x$ | A) $f: y = x^2 - 4x + 1$ | S) $f: y = -x^4 + 4x^3 + 1$ | k') $f: y = \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1$ |
| i) $f: y = \frac{5}{x^3}$ | B) $f: y = x^5 - 15x^3 + 3$ | T) $f: y = 10x^3 - 6x^5$ | l') $f: y = (1-x)^3 \cdot (1+x)^4$ |
| j) $f: y = \frac{x}{1+x^2}$ | C) $f: y = x + \frac{x}{x^2 - 1}$ | U) $f: y = \frac{x-3}{\sqrt{1+x^2}}$ | m') $f: y = x\sqrt{4-x^2}$ |
| k) $f: y = \frac{e^x}{x}$ | D) $f: y = x \cdot \ln x$ | V) $f: y = 2x^2 - \ln x$ | n') $f: y = \frac{1}{x} + \ln x^2$ |
| l) $f: y = -\arctg x^2$ | E) $f: y = \ln(1-2x)$ | Y) $f: y = \ln(1-x^2)$ | o') $f: y = 4 \arccot \cot \frac{2}{x} - x$ |
| m) $f: y = 3 \ln(x+2)$ | F) $f: y = x^2 \cdot e^{\frac{1}{x}}$ | Z) $f: y = x^4 \cdot e^{-x}$ | p') $f: y = \log \frac{x^2 + 4x + 2}{x+2}$ |
| n) $f: y = \cot gx + 2 \cos x$ | G) $f: y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$ | X) $f: y = 2^{\sin x}$ | r') $f: y = \sqrt{6-x^2}$ |
| o) $f: y = 100e^{-x}$ | H) $f: y = -3 \ln \frac{x-1}{10}$ | a') $f: y = \ln \left(\frac{10}{x-2} \right)^2$ | s') $f: y = 5 + \frac{1}{2}e^x + \ln(x+1)$ |
| p) $f: y = \frac{12x}{5+x}$ | I) $f: y = x e^{\frac{-1}{x}}$ | b') $f: y = 8x e^{\frac{x}{4}}$ | t') $f: y = \frac{2}{x} + \arctg \frac{x}{2}$ |
| r) $f: y = \frac{1}{\cos x}$ | J) $f: y = \frac{3x-2}{2x-3}$ | c') $f: y = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ | u') $f: y = e^x (\sin x - \cos x)$ |

vzorcie:

$(c)' = 0$	$(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$	$(e^x)' = e^x$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$
$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\cot gx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}$	$(\text{arc cot } gx)' = -\frac{1}{1+x^2}$		