

1. Derivujte funkciu  $f$ :

a)  $f : y = (\operatorname{tg}x)^{\frac{1}{\cos x}}$

b)  $f : y = (x^2 + 1)^{\operatorname{arctg}x}$

c)  $f : y = x^{\ln x}$

d)  $f : y = (\cos x)^{\sin x}$

e)  $f : y = x^{\frac{1}{x}}$

f)  $f : y = (\cos x)^{\cot g x}$

g)  $f : y = \sqrt[3]{x+1}$

i)  $f : y = (\sqrt{x})^{\ln x}$

h)  $f : y = (\sin x)^x$

j)  $f : y = x^{x^x}$

2. Vypočítajte vyššiu deriváciu  $f^{(n)}(x)$ :

a)  $f : y = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad n=2$

b)  $f : y = x^2 \cdot e^{-2x} \quad n=2$

c)  $f : y = 2^x \quad n=8$

d)  $f : y = x \cdot \sin x \quad n=3$

e)  $f : y = \operatorname{tg}x \quad n=3$

f)  $f : y = x^2 \cdot \ln x \quad n=4$

g)  $f : y = \ln x \quad n=5$

h)  $f : y = e^{5x+3} \quad n=3$

i)  $f : y = \frac{1-x}{1+x} \quad n=2$

j)  $f : y = \cos x \quad n=5$

k)  $f : y = x^2 \cdot \cos x \quad n=2$

l)  $f : y = \sin x \quad n=6$

m)  $f : y = \frac{\ln x}{x} \quad n=3$

n)  $f : y = e^{-x} \cdot \sin x \quad n=4$

o)  $f : y = e^{-x^2} \quad n=2$

p)  $f : y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} \quad n=2$

3. Vypočítajte limity l'Hospitalovým pravidlom.

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{(x+2)}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-x}{\sqrt[4]{x}-x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1+2x)}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2+x^5}$

h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{4x^2}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 10x}{e^{x^2}-1}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x \cdot \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$

k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^x+1)}{x}$

l)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5x}{2+3^x}$

m)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\ln(1-x)}{\cot g \pi x}$

n)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^x$

o)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln x$

p)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \cot gx$

r)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \operatorname{arc cot} gx$

s)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$

t)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right)$

u)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$

v)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^{2x}}$

y)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-2x+1}{x^4-2x+1}$

z)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x}$

x)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

A)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}$

B)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$

C)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^3-6x^2+12x-8)}{x^3-3x^2+4}$

D)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{1-\cos x}$

E)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 x}$

F)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-\operatorname{tg} x}{x-\sin x}$

G)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x}-5}{4x}$

H)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{e^{-x}+1}$

I)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 3x}$

J)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot e^{-x^2}$

K)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (1-\sin x) \operatorname{tg} x$

L)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \left( e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$

M)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} [(x-3) \cdot \cot g(x-3)]$

N)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

O)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1} \right)$

P)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \cdot \sin x}$

R)  $\lim_{x \rightarrow 0} \cot g^2 x \cdot (1-\cos x)$

S)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1-2 \cos x}{\pi-3x}$

T)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2+\pi x}$

U)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x}-5^{3x}}{\operatorname{arctg} x+x^3}$

V)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$

Y)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x-1}{x^2}$

Z)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+3x+2)^2}{x^3+2x^2-x-2}$

X)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-2x-1}{\sin^2 3x}$

a')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x+e^{-x}-2}{\sin^2 x}$

b')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{x \cdot \sin x}$

c')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin x}{\ln \operatorname{tg} x}$

d')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot gx}$

e')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cdot e^{\frac{1}{x}}}{\operatorname{tg} x}$

f')  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^{2x}}$

g')  $\lim_{x \rightarrow 0} \cot g^2 x \cdot (1-\cos x)$

h')  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{tg} \frac{1}{x}$

i')  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

j')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$

k')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{x^3+x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

l')  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+\cos x) \operatorname{cot} g^2 x$

m')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

n')  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-3x+3}-1}{\sin \pi x}$

o')  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x}$

p')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x}$

r')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg} x (2+x)}$

s')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

t')  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+3x^2-4}$

u')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-\operatorname{arctg} x}{x^3}$

v')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^x - x}{\ln(1-x^2)}$

y')  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{1-\cos 2x}$

z')  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x + 3x^2}{x^2-4}$

x')  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x}$

A')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{\ln x}$

B')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{tg} x \cdot \ln x)$

C')  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}$

D')  $\lim_{x \rightarrow 2} (4-x^2) \operatorname{tg} \frac{\pi}{x}$

E')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \operatorname{cot} g x - \frac{1}{\sin x} \right)$

F')  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left( \operatorname{tg} x - \frac{1}{\cos x} \right)$

G')  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{1}{\operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x} \right)$

H')  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^2-1}$

4. Vyjadrite Taylorov rad pre nasledujúce funkcie:

a)  $f : y = \ln(2+x)$   $a = 0$       c)  $f : y = \frac{1}{1-x}$   $a = 0$       e)  $f : y = x \cdot e^x$   $a = 0$       g)  $f : y = \arcsin x$   $a = 0$

b)  $f : y = x^3 \cdot \ln x$   $a = 1$       d)  $f : y = \frac{1}{x}$   $a = -1$       f)  $f : y = \frac{x}{x-1}$   $a = 2$       h)  $f : y = \ln^2 x$   $a = 1$