

PETROFYZIKA

SEIZMICKÉ VLASTNOSTI HORNÍN

rýchlostné - rýchlosti šírenia sa seizmických vln prostredím

- V_P , V_S , V_R , V_L

absorbčné - amplitúda seizmického vlnenia

- útlm (D), faktor kvality (Q), koeficient absorpcie (η , α),
dekrement (δ), uhol strát (φ)

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

rýchlosti seizmických vln

všeobecné vyjadrenie
vlnovej rovnice

$$\frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \nabla^2 \psi$$

ψ - porucha šíriaca sa prostredím = vlna, ktorá sa šíri prostredím od bodu k bodu rýchlosťou V

rôzne vyjadrenia vlnovej rovnice

$$\rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta$$

alebo

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Delta \quad \text{kde} \quad \alpha^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$



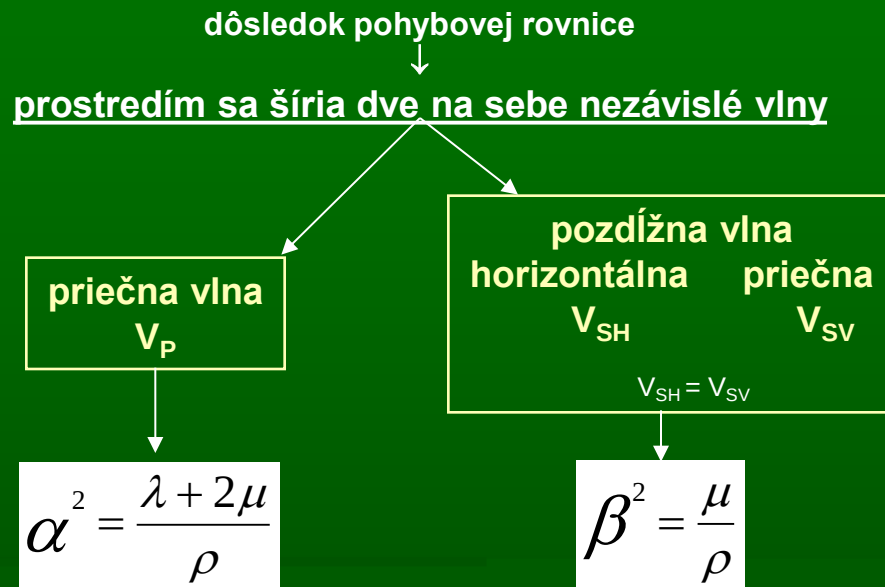
$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = \nabla^2 \theta_x \quad \text{kde} \quad \beta^2 = \frac{\mu}{\rho}$$

podobne dostaneme podobné vzťahy pre θ_y a θ_z

Δ - dilatácia ($\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$), θ_x – rotácia okolo osi x ($1/2(\partial w/\partial y - \partial v/\partial z)$); ε - deformácia (predĺženie s smere osi)

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

rýchlosti seizmických vln



$$V_P/V_S \geq \sqrt{2} \approx 1,4$$

$$V_P/V_S \approx \sqrt{3} \approx 1,7$$

λ, μ - Lamého konštanty

zovšeobecnený Hookov zákon

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

c_{ijkl} – pružné konštanty (moduly)

$$\sigma_{ii} = \lambda' \Delta + 2\mu \epsilon_{ii}$$

$i = x, y, z$ normálové napätie

$$\sigma_{ij} = \mu \epsilon_{ij}$$

$i, j = x, y, z$
 $i \neq j$

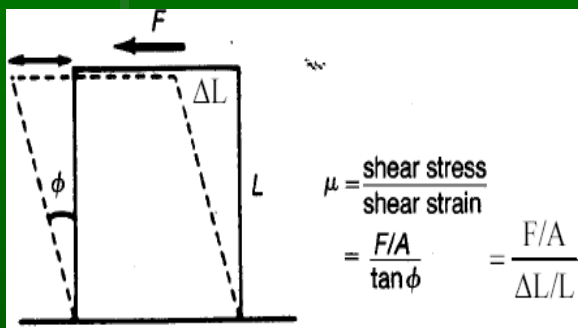
napätie v šmyku

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

rýchlosti seizmických vln

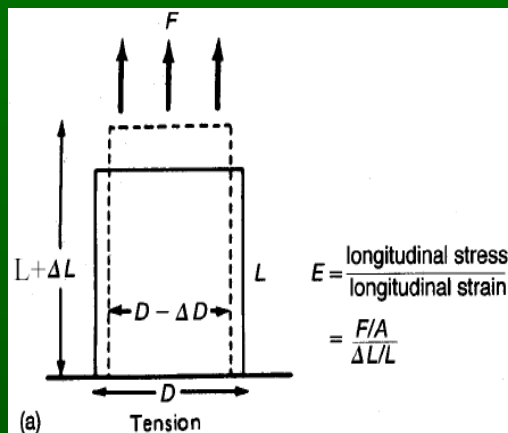
μ vyjadruje odolnosť voči šmyku

→ modul pevnosti (*modulus of rigidity*),
strižný modul (*shear modulus*) c



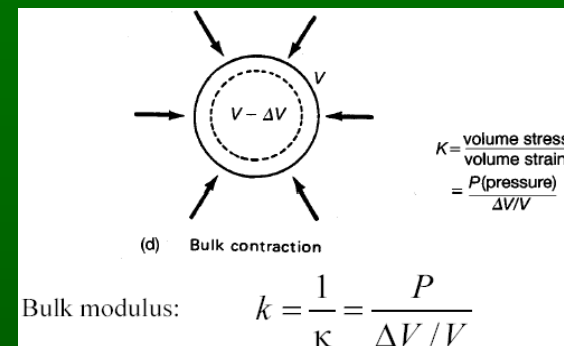
Yangov modul

napätie pripadajúce na jednotkové
relatívne predĺženie

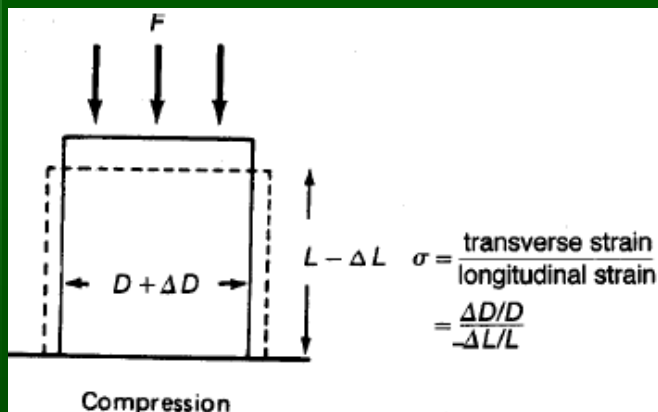


Bulkov modul

= objemový modul



Poissonovo číslo



relatívne skrátenie v priečnom reze ($D + \Delta D$)
ku relatívnemu predĺženiu v pozdĺžnom smere ($L + \Delta L$)

Pre σ platí:

$0 < \sigma < 0,5$ ak $\lambda = \mu$

a

$\sigma = 0,5$ ($\mu = 0$)

pre tekuté prostredie

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

pružné konštanty pre niektoré vybrané geologické prostredia

Rock	K $10^{12} \text{ dynes/cm}^2$	E $10^{12} \text{ dynes/cm}^2$	μ $10^{12} \text{ dynes/cm}^2$	σ
Limestone		0.621	0.248	0.251
Granite	0.132	0.416	0.197	0.055
Gabbro	0.659	1.08	0.438	0.219
Dunite		1.52	0.60	0.27

- σ - nadobúda hodnoty od 0,05 pre veľmi pevné rigidné horniny po 0,45 pre mäkké, málo spevnené materiály a 0,5 pre kvapaliny
- pre väčšinu hornín E , k a μ sú v rozpätí 10 – 200 GPa ($10 - 200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$)
- vo všeobecnosti je E najväčšie a μ najmenšie

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

rýchlosti seizmických vln

vzt'ah modulov pružnosti a rýchlostí seizmických vln

$$v_P = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}$$

$$v_S = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}$$

$$v_P \geq v_S \cdot \sqrt{2}$$

$$v_R = 0,92 v_S$$

vyjadrenie modulov pružnosti z rýchlostí seizmických vln

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

rýchlosti seizmických vln

skutočná rýchlosť

- charakterizuje prostredie v každom bode
- líši sa od miesta k miestu

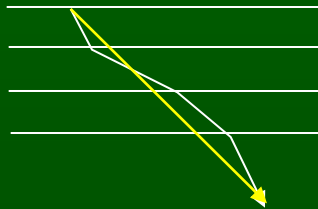
vrstevná rýchlosť (intervalová)

- charakteristická pre danú vrstvu
- predpokladám homogénne izotrópne prostredie

$$v_i = \frac{z_m - z_n}{t_m - t_n}$$

lúčová rýchlosť

- rýchlosť priameho lúča medzi zdrojom a prijímačom
- priamková dráha



v_i – intervalová rýchlosť v i-tej vrstve
 N – počet vrstiev
 $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$

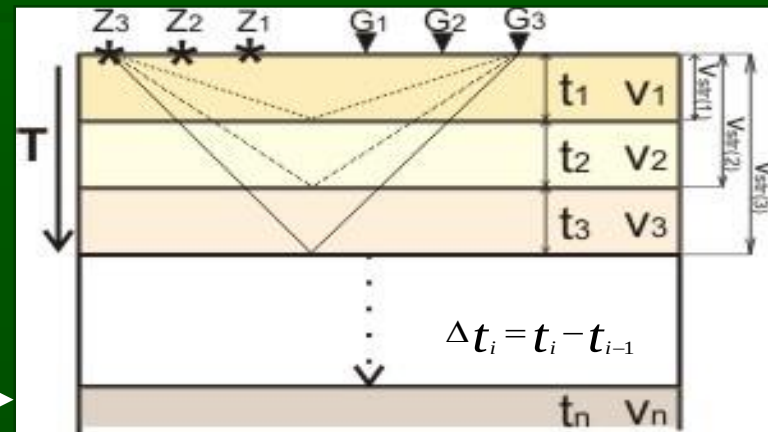
stredná rýchlosť

≠ priemerná rýchlosť

$$v_{str} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}$$

$$v_{av} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}$$

- zovšeobecňuje rýchlostné zmeny v jednotlivých sedimentárnych vrstvách
- charakterizuje sedimentárne horniny



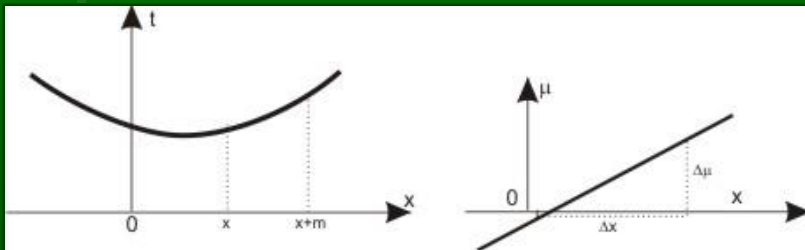
RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

rýchlosti seizmických vln

efektívna rýchlosť

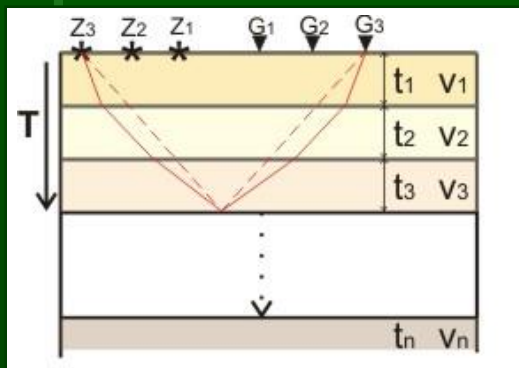
- určená (vypočítaná) z hodochron seizmických vln
- transformácia hodochrony na priamku
- v_{ef} – smernica priamky
- predpokladám homogénne prostredie
- $V_{efekt} \geq V_{stred}$

$$v_{ef} = \sqrt{\frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{v_i}}}$$



RMS rýchlosť

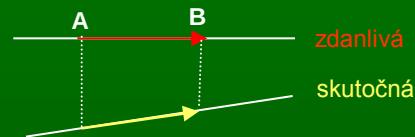
- tangenta ku skutočnej T^2-X^2 krivke
- priemerná rýchlosť pre hĺbkový interval $z_m - z_n$
- získaná z meraní dvoch odstrelov



$$v_{RMS}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}$$

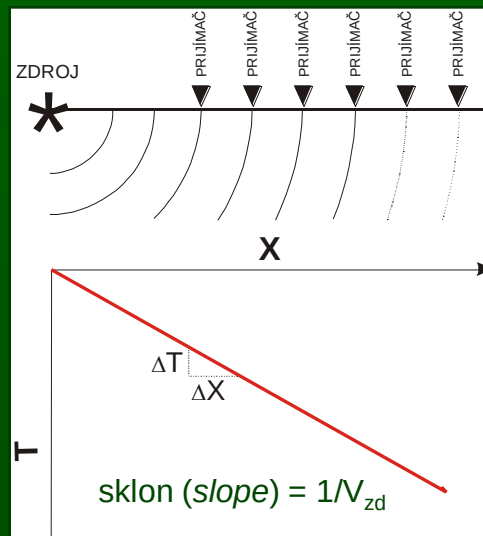
zdanlivá rýchlosť

- rýchlosť šírenia sa vlny pozdĺž rozhrania vzhľadom k povrchu



- určená zo sklonu hodochrony

$$v_{zd} = \frac{\Delta T}{\Delta X}$$



RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

rýchlosti seizmických vln

FÁZOVÁ RÝCHLOŠŤ

α, β, V

predstavuje vzdialenosť,
ktorú prejde bod v rovnakej fáze (ako *peak* alebo *trough*)
za jednotku času

V je daná tempom posunu konkrétnej fáze (napr. *trough*)

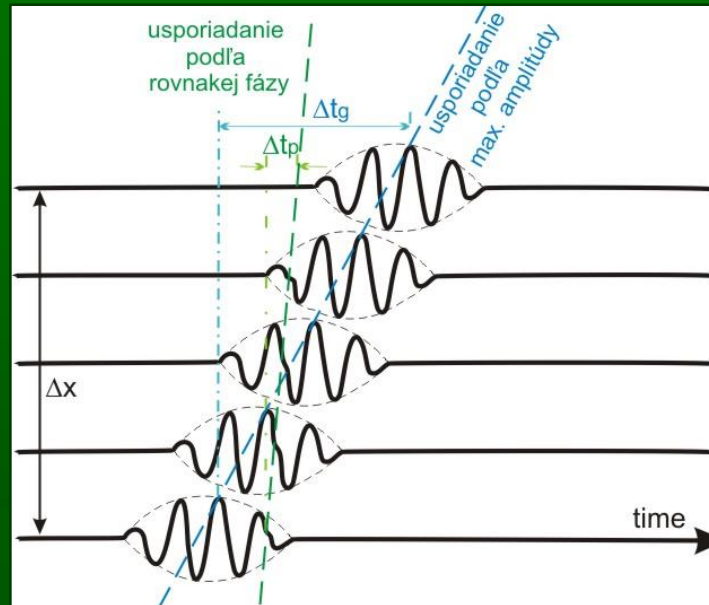
GROUP VELOCITY

U

rýchlosť, ktorou sa pohybuje impulz energie
nakreslím obálku impulzu a meriam vzdialenosť,
ktorú táto obálka prejde za jednotku času

U je meria rýchlosť maximálnej amplitúdy obálky

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t_p}$$



$$U = \frac{\Delta x}{\Delta t_g}$$

- ak sú rýchlosti pre všetky frekvencie rovnaké, tvar impulzu sa nemení a grupová a fázová rýchlosť sú rovnaké
- ak sa rýchlosti s frekvenciou menia, ako sa impulz šíri mení tvar a grupová rýchlosť sa líši od fázovej

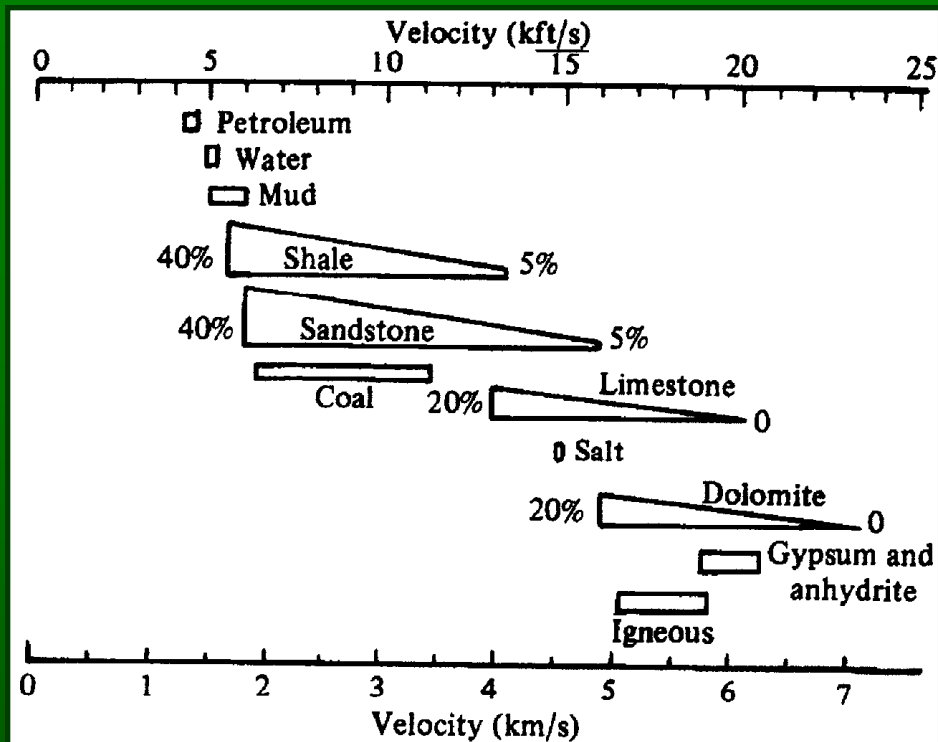
↓
prostredie je disperzné

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda} = V + v \frac{dV}{dv}$$

keď V narastá s frekvenciou, V je väčšie ako $U \Leftrightarrow$ normal dispersion

obálka sa pohybuje pomalšie ako jednotlivé jej časti (obr.)

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI



RÝCHLOSTI ŠÍRENIA POZDĹŽNYCH SEIZMICKÝCH VĽN V HORNINÁCH

skalné horniny

$$\sigma = 0,23 - 0,27$$

$$\rho = 2,61 - 3,35 \text{ g/cm}^3$$

$$V_p = 5900 \text{ m/s } (> 5000 \text{ m/s})$$

$$V_s > 3500 \text{ m/s}$$

V_p :

H₂O 1500 m/s (stupeň mineralizácie)

piesky 250 – 400 m/s (pod H₂O)
1500 – 1700 m/s (nad H₂O)

štrky 400 – 700 m/s (pod H₂O)

1500 – 1700 m/s (nad H₂O)

ily 1500 – 3000 m/s

Hornina nebo prostředí	Rychlost v_p (m s ⁻¹)
vzduch	310 až 360
rozvětralá půdní vrstva, štěrk, suchý písek	150 až 600
suchá jílovitá půda	300 až 900
vlhký písek	600 až 1 300
voda	1 430 až 1 590
pískovec, jílovec	1 500 až 4 500
vápenec, dolomit	2 600 až 6 500
anhydrit, kamenná sůl	4 500 až 6 000
metamorfované horniny	4 000 až 6 600
žula	4 000 až 6 000
gabro	6 000 až 6 500
peridotit	6 500 až 7 000

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

FAKTORY OVPLYVŇUJÚCE RÝCHLOST'

vplyv na rýchlosť šírenia seizmických vln v prostredí má:

- porozita
- hustota
- nasýtenosť pórov H_2O
- mineralizácia
- tlak nasýtenia plynu v póroch
- tlak nadložia (hĺbka)
- teplota
- vek hornín
- E (Youngov modul)

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

FAKTORY OVPLYVŇUJÚCE RÝCHLOST'

porozita ϕ

Gassmanova rovnica

$$1/V = \phi/V_f + (1 - \phi)/V_m$$

V – rýchlosť v prostredí

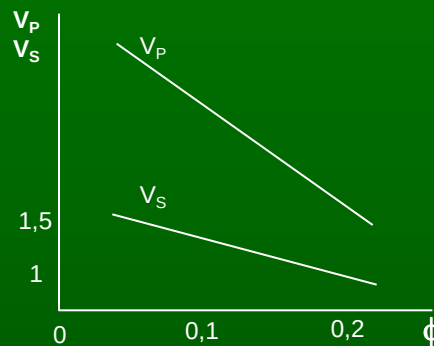
V_f – rýchlosť v kvapaline (fluid)

V_m – rýchlosť v skelete (matrix)

Morganove vzťahy

$$V_p = 1,917 - 0,566\phi$$

$$V_p = 2,380 - 2,197\phi - 1,333\phi^2$$



hustota ρ

Kuzirev (1959)

$$V_p = 6\rho - 11$$

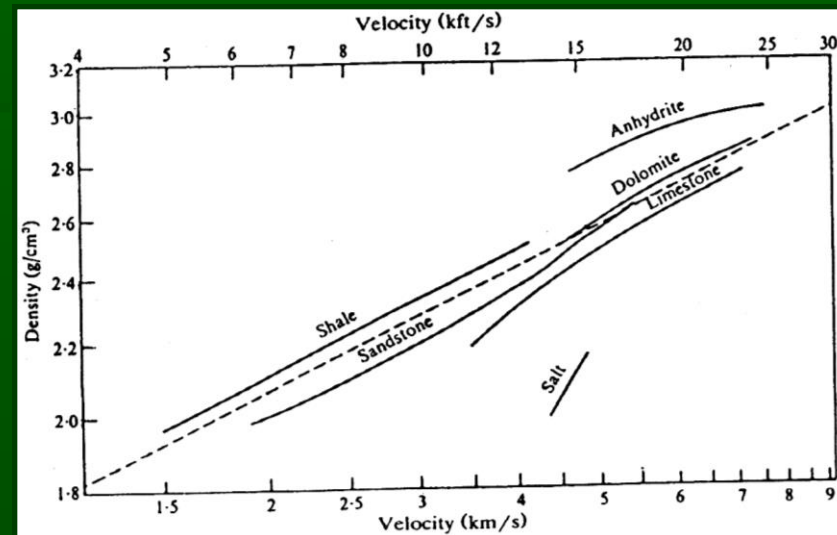
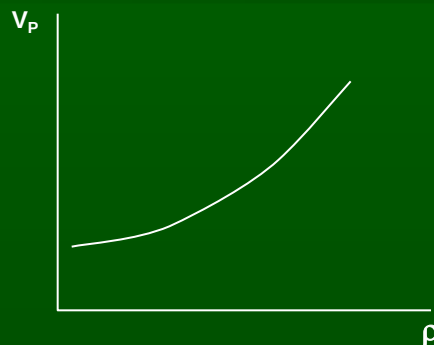
V_p km/s

ρ – g/cm³

Golisadra (1978)

pre skalné horniny

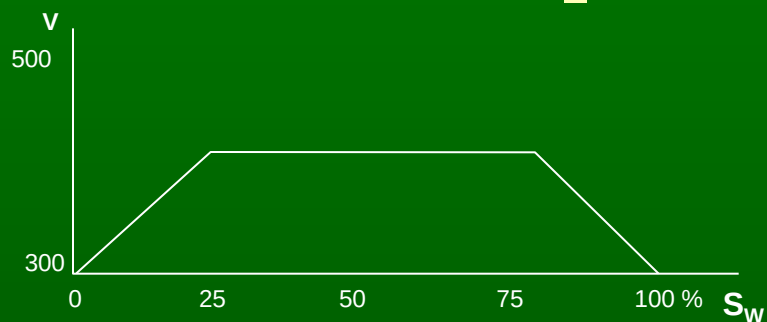
$$V_p = 5,49\rho - 10,08$$



RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

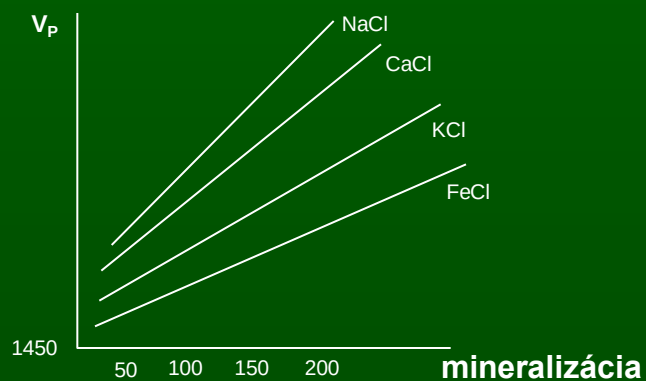
FAKTORY OVPLYVŇUJÚCE RÝCHLOST

stupeň nasýtenia pórov S_w



mineralizácia

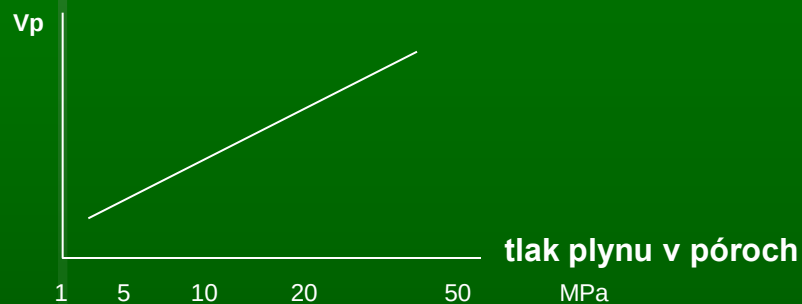
$$V_p = 1470 \text{ m/s} + M \text{ (g/l)}$$



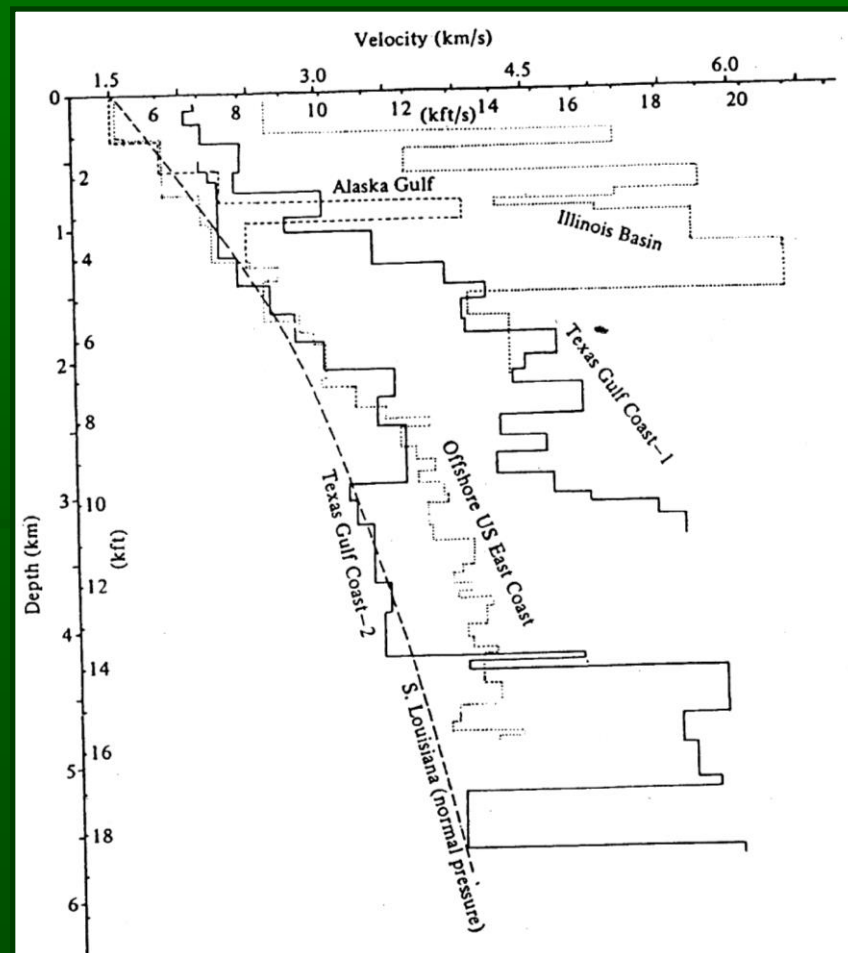
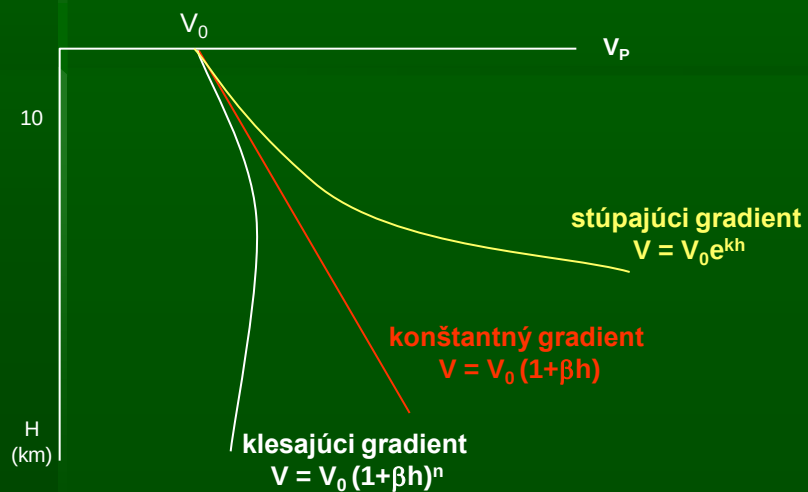
RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

FAKTORY OVPLYVŇUJÚCE RÝCHLOST

tlak nasýtenia plynu v póroch



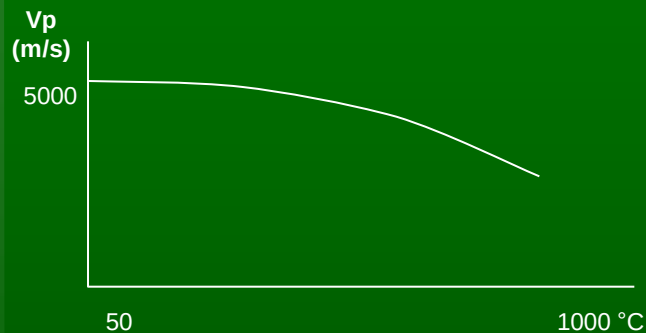
tlak nadložia (hĺbka)



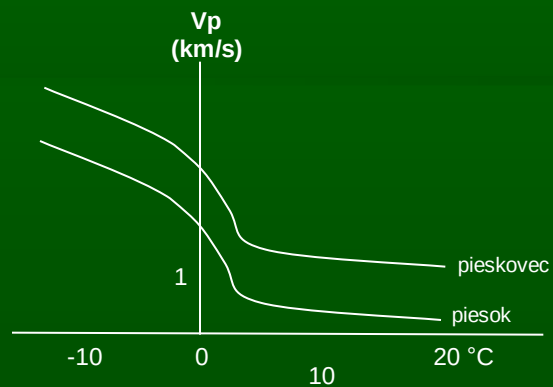
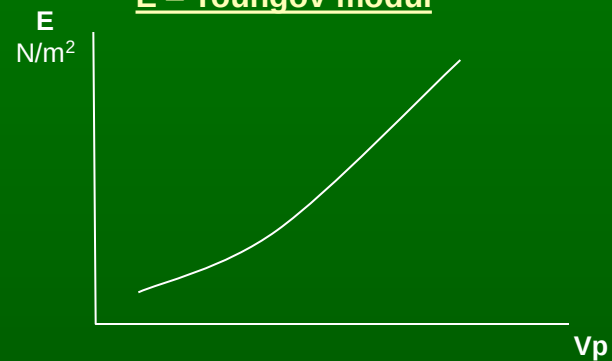
RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

FAKTORY OVPLYVŇUJÚCE RÝCHLOŠŤ

teplota



E – Youngov modul



vek hornín

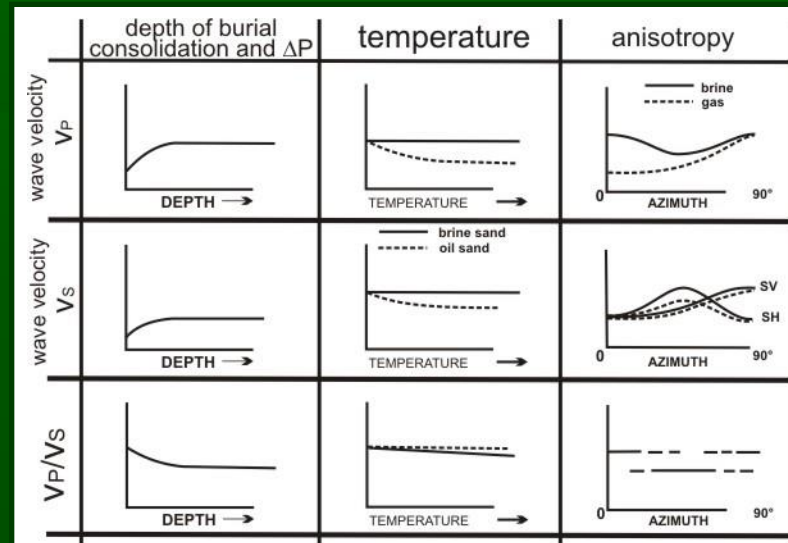
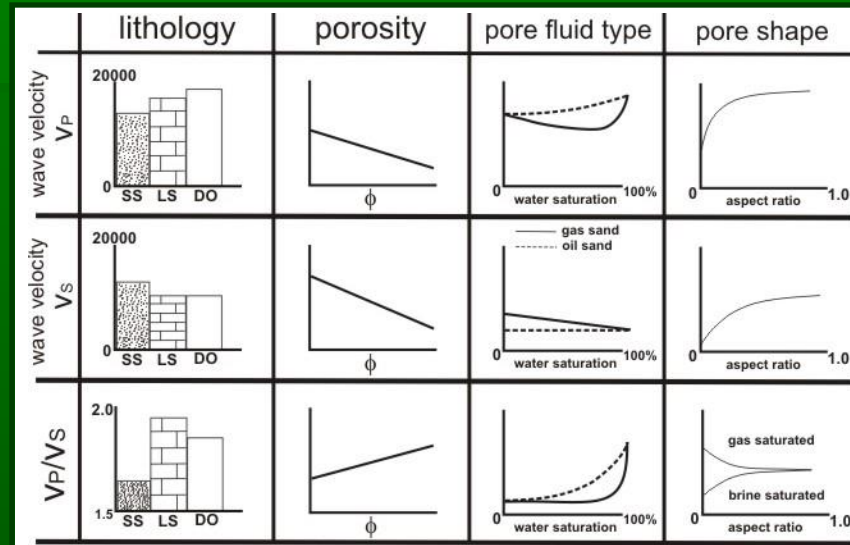
$$v_p = k \sqrt[6]{hT}$$

h – hĺbka
 T – roky (absolútny vek)
 k - litológia

RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

FAKTORY OVPLYVŇUJÚCE RÝCHLOŠŤ

zhrnutie



RÝCHLOSTNÉ VLASTNOSTI

metódy stanovenia rýchlosti

- funkcia fyzikálnych vlastností

$$v_p = \sqrt{\frac{k + \frac{4\mu}{3}}{\rho}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$$\frac{v_s}{v_p} = \sqrt{\frac{0.5 - \sigma}{1 - \sigma}}$$

$$\lambda = k - \frac{2}{3}\mu$$

$$E = \frac{9k\mu}{3k + \mu}$$

$$k = \frac{P}{\Delta V / V}$$

$$\sigma = \frac{3k - 2\mu}{2(3k + \mu)}$$

- laboratórne metódy
- vrtné meranie (*VSP, CHECK-SHOTT* seizmokarotáž, *AK, tomografia*)
- odrazené a čelné hodochrony (T^2 vs. x^2)
- analýza reflexných hyperbol (*NMO, stacking*)

Využitie rýchlostí v seizmike

- konverziu hodochróna – hĺbka
- migráciu
- overenie výsledkov modelovania
- klasifikáciu a filtráciu signálu a šumu
- predikciu litológie štruktúr
- pomoc pri geologickej interpretácii

ABSORBČNÉ VLASTNOSTI

amplitúda seizmického vlnenia

zmenšovanie amplitúd v dôsledku
straty energie vlnenia

absorbcia energie



geometrické rozširovanie
(sférická divergencia , spreading)

energia vlnenia je úmerná jeho intenzite
 $I = EV$

pre harmonické vlnenie:

$$I = 1/2 \rho V \omega^2 A^2$$

ρ - hustota prostredia, ω - frekvencia, A – amplitúda, V – rýchlosť

I a E sférickej vlny klesajú opačne
ako druhá mocnina vzdialenosti od zdroja

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

ABSORBČNÉ VLASTNOSTI

absorbcia

absorbcia (materiálom)

skutočný útlm (absorbcia materiálom)

pri prechode vlny prostredím je energia súvisiaca s jej šírením postupne prostredím pohlcovaná a znovu sa objaví vo forme tepla

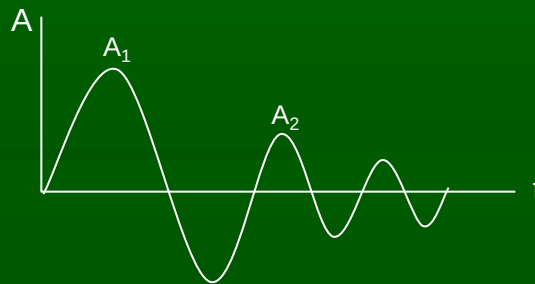
zdanlivý útlm (rozptyl v materiáli)

rozdelenie energie na rozhraní
rozptyl a disperzia

útlm h (súčiniteľ útlmu)

úbytok energie pri prechode horninou

$$h = \left(-\frac{1}{t} \right) \ln \frac{A}{A_0}$$



hodnoty útlmu v zeminách

0,03 – 0,07 suchý piesok a štrk
0,01 – 0,03 suchý a nasýtený piesok
0,05 – 0,06 suchý a nasýtený štrk
0,02 – 0,05 íly
0,03 – 0,1 silt

$$h_{\text{štrk}} < h_{\text{piesok}}$$

časová konštanta τ

doba poklesu amplitúdy na hodnotu $A = A_0/e = 0,368A_0$

$$\tau = 1/h$$

log. dekrement útlmu δ

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_{i+n}}{A_i}$$

A_i – amplitúda i-tej oscilácie

ABSORBČNÉ VLASTNOSTI

absorbcia

koeficient absorbcie η (súčiniteľ zoslabenia) [1/m]

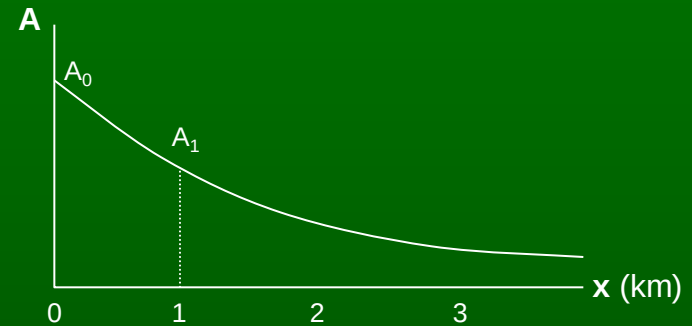
$$\eta = (-1/x) \ln (A_1/A_0)$$

úbytok amplitúdy so vzdialenosťou od zdroja

- v dôsledku trenia častíc (vznik tepla $\Rightarrow$ vyrovnávanie teplôt)
a vyrovnávania teplôt

$$A = \frac{A_0}{x^n} e^{-\alpha x}$$

n – exponent vzdialenosti
 x - vzdialenosť



dekrement absorbcie ν

$$\nu = \eta \lambda \quad \lambda - \text{vlnová dĺžka}$$

experimentálne údaje ukazujú, že

- η je úmerný frekvencii
- Q je konštantný pre konkrétne horniny

absorbcia sa mení v závislosti od frekvencie

nárast absorbcie s frekvenciou $\Leftrightarrow$ strata vysokých frekvencií so vzdialenosťou

ABSORBČNÉ VLASTNOSTI

absorbcia

koeficient kvality Q (faktor kvality)

vyjadruje - útlm energie v dôsledku pohlcovania a rozširovania

- **stratu energie za jeden kmit**

- vysoké frekvencie – viac oscilácií – väčšie oslabenie
- nízka frekvencia – menej oscilácií – menšie oslabenie

$$Q = \pi / \eta \lambda$$

λ - vlnová dĺžka
 η - koef. absorpcie

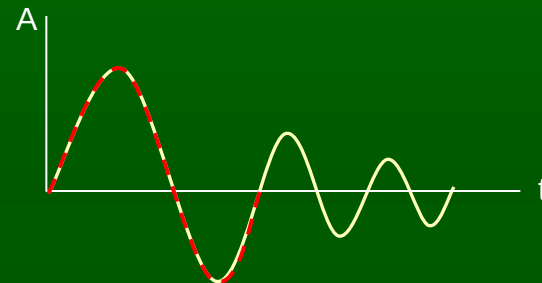
$$Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}$$

E – špičková energia vlny (celková)

- **všetky cykly**

ΔE – rozptýlená energia počas jedného cyklu

- **jeden cyklus**



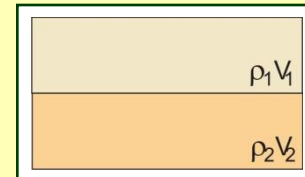
hĺbka	V_P	V_S	Q_P	Q_S
0	3,8	1,98	100	30
1,5	5,5	3,15	600	300
4	6,2	3,52	600	300
26	6,8	3,83	600	300
32	8	4,64	600	300

ABSORBČNÉ VLASTNOSTI

REFLEXNÝ KOEFICIENT

od RC rozhrania závisí koľko energie sa odrazí od daného rozhrania

$$RC = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_2 V_2 + \rho_1 V_1}$$



kde ρV je akustická impedancia (AI)

RC je určený impedančným kontrastom medzi vrstvami

od veľkosti RC závisí veľkosť amplitúdy odrazenej vlny, ktorá je daná ako súčin amplitúdy prichádzajúcej vlny a RC

hodnoty RC pre rôzne rozhrania

rock – rock RC	< 0,3
rock – soil RC	~ 0,7
rock – water RC	~ 0,7
rock – air RC	~ 1,0
water – deep-sea sediments RC	~ 0,7
water – air RC	~ 0,9

ABSORBČNÉ VLASTNOSTI

absorbcia

Energia

energia rovinnej vlny jekonštantná
 energia cylindrickej vlny je úmerná $1/r$
 energia sférickej vlny je úmerná..... $1/r^2$

Amplitúda $A \sim E^{1/2}$

amplitúda rovinnej vlny jekonštantná
 amplitúda cylindrickej vlny je úmerná $1/\sqrt{r}$
 amplitúda sférickej vlny je úmerná..... $1/r$

A_0 – amplitúda vlnenia v zdroji

A_x – amplitúda vlnenia vo vzdialenosti x od zdroja

amplitúda klesá: so vzdialenosťou od zdroja

$$A(x) = A_0 e^{-\eta x}$$

i s časom

$$A(t) = A_0 e^{-ht}$$

T – perióda [s]

f – frekvencia [Hz]

$$f = 1/T$$

λ - vlnová dĺžka [m]

$$\lambda = v \cdot T = v/f = 1/\mu f$$

v – rýchlosť [m/s]

μ - spomalenie [s/m]

$$\mu = 1/v$$

h – útlm [s^{-1}]

η - koeficient absorpcie [m^{-1}]

$$\eta = h \cdot \mu = h/v = \frac{hT}{\lambda} = \frac{\delta}{\lambda}$$

$$\delta = \eta \cdot \lambda = h/f = \frac{\eta}{\mu} = \frac{\pi}{Q}$$

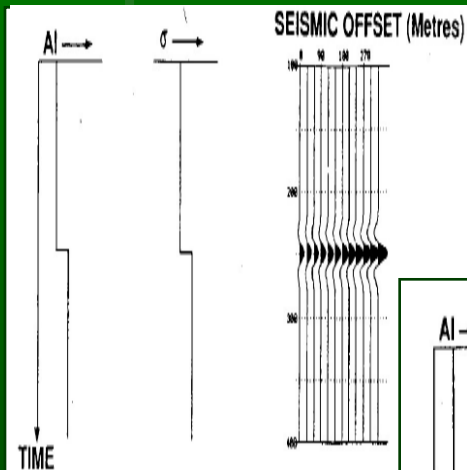
$$Q = \frac{\pi}{\eta \lambda} = \frac{\pi f}{h} = \frac{\pi}{\delta}$$

$$h = \frac{\pi f}{Q} = \frac{\eta \lambda}{T} = \delta \cdot f$$

ZMENY AMPLITÚD

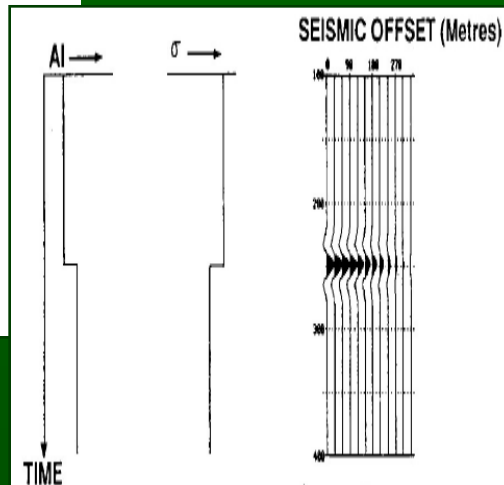
- amplitúdy odrazenej a prechádzajúcej vlny sa menia v závislosti od uhla dopadu
- z amplitúdy odrazenej P vlny možno odvodiť zmeny v Poissonových konštantách

vplyv zmien impedancie a Poissonovej konštanty na amplitúdu



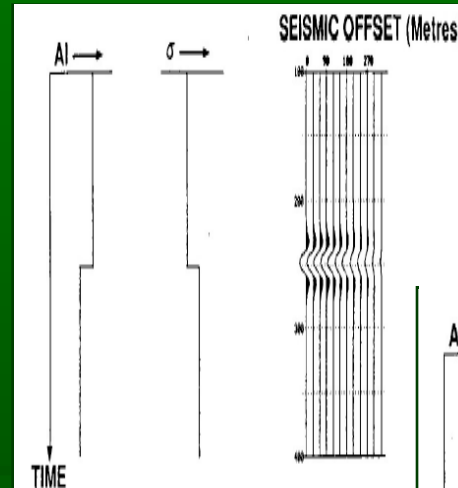
$AI \uparrow$
 $\sigma \uparrow$

} relativna A $\uparrow$
 } absolútna A $\uparrow$



$AI \uparrow$
 $\sigma \downarrow$

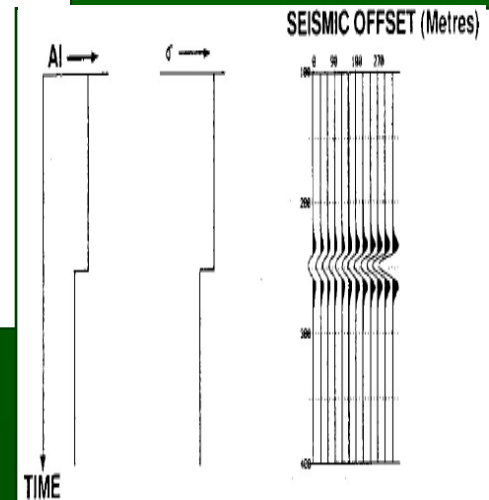
} relativna A $\downarrow$
 } absolútna A $\downarrow$



$AI \downarrow$
 $\sigma \uparrow$

} relativna A $\uparrow$
 } absolútna A $\downarrow$

AI - akustická impedancia
 σ - poissonova konštantu

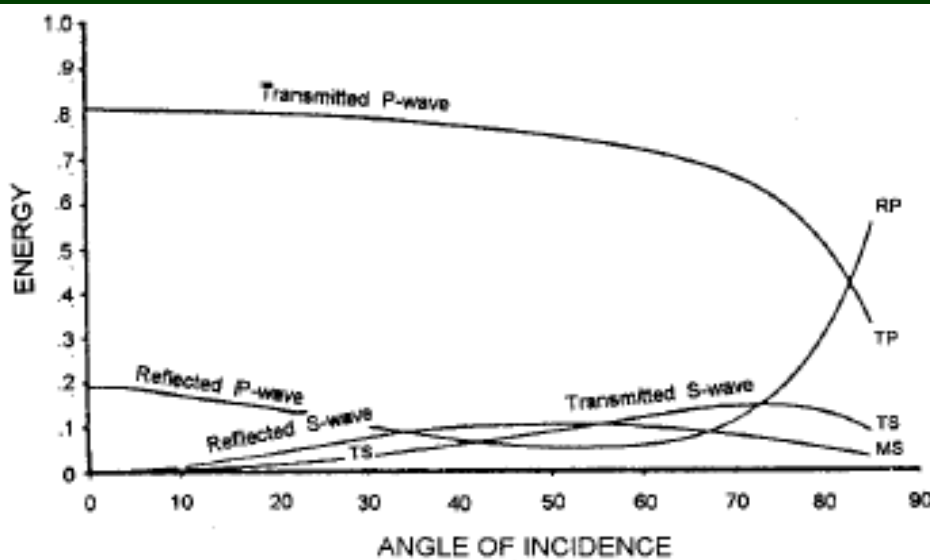


$AI \downarrow$
 $\sigma \downarrow$

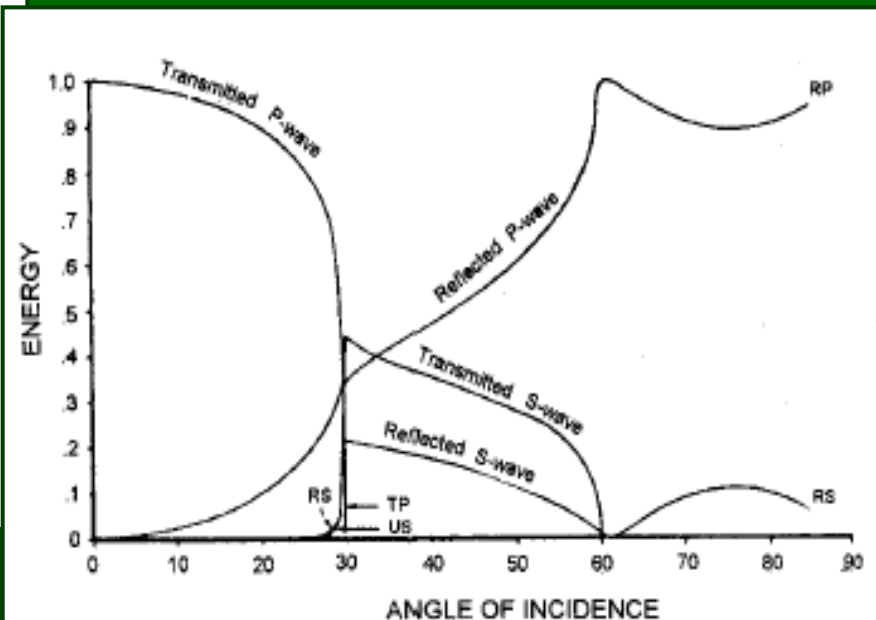
} relativna A $\downarrow$
 } absolútna A $\uparrow$

ZMENY AMPLITÚD

Rozdelenie energie medzi vlnu
prechádzajúcu (*transmitted*) a odrazenú (*reflected*)
ako funkcia uhla dopadu (*angle of incidence*) pre prípad dopadajúcej P vlny



rýchlosť v prostredí kam dopadla P vlna je väčšia:
 $\alpha_2/\alpha_1 = 0,5$; $\rho_2/\rho_1 = 0,8$; $\sigma_1 = 0,3$; $\sigma_2 = 0,25$



rýchlosť v prostredí kam dopadla P vlna je menšia:
 $\alpha_2/\alpha_1 = 2$; $\rho_2/\rho_1 = 0,5$; $\sigma_1 = 0,3$; $\sigma_2 = 0,25$

POROVNANIE STRÁT

straty energie (intenzity) spôsobené

spreading I.

absorbcia II.

$$\begin{aligned} \text{strata v dB} &= 10 \log(I_0/I) \\ &= 20 \log(x_s/200) \end{aligned}$$

----- výpočet -----
 x_s – vzdialenosť od zdroja (shotpoint-u)

$$\begin{aligned} \text{strata v dB} &= 10 \log(I_0/I) \\ &= 4,3 \ln(e^{0,10x/\lambda}) \\ &= 0,43 (x_s - 200)/\lambda \\ &= 0,43v (x_s - 200)/2000 \end{aligned}$$

	frequenc y v	distance from sourcepoint			
		1 200 m	2 200 m	4 200 m	8 200 m
	Hz	dB	dB	dB	dB
absorption	1	0.22	0.43	0.86	1.7
	3	0.64	1.3	2.6	5.2
	10	2.2	4.3	8.6	17
	30	6.4	13	26	52
	100	22	43	86	170
spreading	all	16	21	26	32

- pre nízke frekvencie a krátke vzdialenosti
 straty intenzity spôsobené divergenciou sú dôležitejšie ako straty zapríčinené absorpciou
- pri zvyšovaní frekvencie a vzdialenosti
 straty absorpciou narastajú rýchlejšie ako pri divergencii, až sa stanú dominantnými