

## Zadanie – výpočet a zobrazenie zložiek tenzora vyšších gradientov gravitačného zrýchlenia pre jednoduché teleso (guľa)

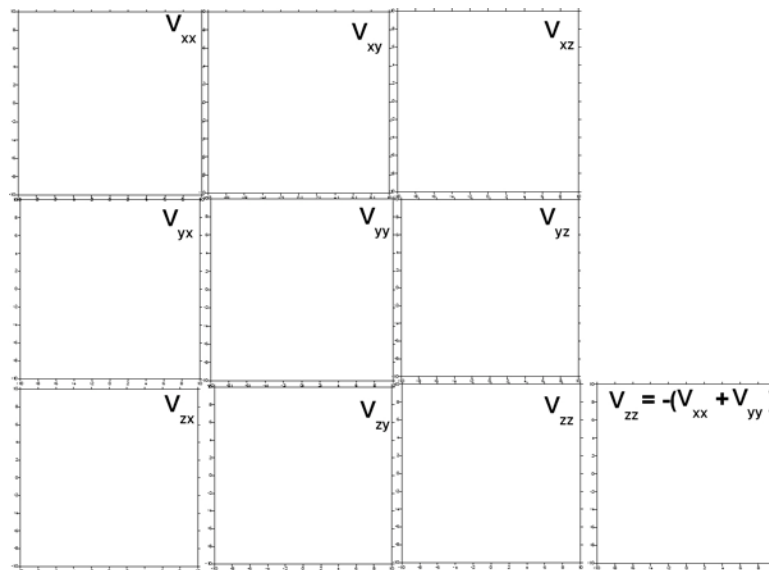
1. V prostredí GS Surfer (alebo Matlab) vypočítajte a zobrazte vyššie gradienty  $V_{xx}$ ,  $V_{yy}$ ,  $V_{zz}$ ,  $V_{xz}$ ,  $V_{yz}$ ,  $V_{xy}$ ,  $V_{zx}$ ,  $V_{zy}$  a  $V_{xx}$  pre guľu s polomerom  $R = 0.5$  m a hustotou  $\sigma = 19270 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  (zlato) a hĺbkou uloženia jej stredu rovnou  $\zeta = 2$  m ( $\xi = 0$  m,  $\eta = 0$  m). Hodnoty vypočítajte na úrovni  $z = 0$  m pre  $x \in \langle -10 \text{ m}, 10 \text{ m} \rangle$  a  $y \in \langle -10 \text{ m}, 10 \text{ m} \rangle$  podľa nasledujúcich vzťahov:

$$\begin{aligned}
 V_{xx} &= \kappa M \frac{2(\xi - x)^2 - (\eta - y)^2 - (\zeta - z)^2}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} & V_{xy} &= 3\kappa M \frac{(\xi - x)(\eta - y)}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} & V_{xz} &= 3\kappa M \frac{(\xi - x)(\zeta - z)}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} \\
 V_{yx} &= 3\kappa M \frac{(\eta - y)(\xi - x)}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} & V_{yy} &= \kappa M \frac{2(\eta - y)^2 - (\xi - x)^2 - (\zeta - z)^2}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} & V_{yz} &= 3\kappa M \frac{(\eta - y)(\zeta - z)}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} \\
 V_{zx} &= 3\kappa M \frac{(\zeta - z)(\xi - x)}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} & V_{zy} &= 3\kappa M \frac{(\zeta - z)(\eta - y)}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}} & V_{zz} &= \kappa M \frac{2(\zeta - z)^2 - (\xi - x)^2 - (\eta - y)^2}{\left[ (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{5/2}}
 \end{aligned}$$

### pomoc:

V prostredí Surfer môžete využiť funkciu Grid/Function, pričom uvádzam návod na výpočet  $V_{xx}$ :  
 $z = 6.67E-11 * 4/3 * 3.1415 * 0.5 * 0.5 * 0.5 * 19270 * ((2 * x * x - y * y - 2 * 2) / \text{pow}((x * x + y * y + 2 * 2), 5/2))$

Výsledné polia zobrazte v nasledujúcej štruktúre:



2. Koľko zložiek tenzora je nezávislých?

Numericky overte, či sú  $V_{yx}$ ,  $V_{zx}$  a  $V_{zy}$  symetrické okolo diagonály (t.j.  $V_{xy} = V_{yx}$ ,  $V_{xz} = V_{zx}$ ,  $V_{yz} = V_{zy}$ ) a či pre zložky na diagonále platí Laplaceova rovnica  $V_{xx} + V_{yy} + V_{zz} = 0$ , z čoho vyplýva:  $V_{zz} = -(V_{xx} + V_{yy})$ . Tiež by mohlo platiť aj:  $V_{xx} = -(V_{zz} + V_{yy})$  alebo  $V_{yy} = -(V_{xx} + V_{zz})$ .