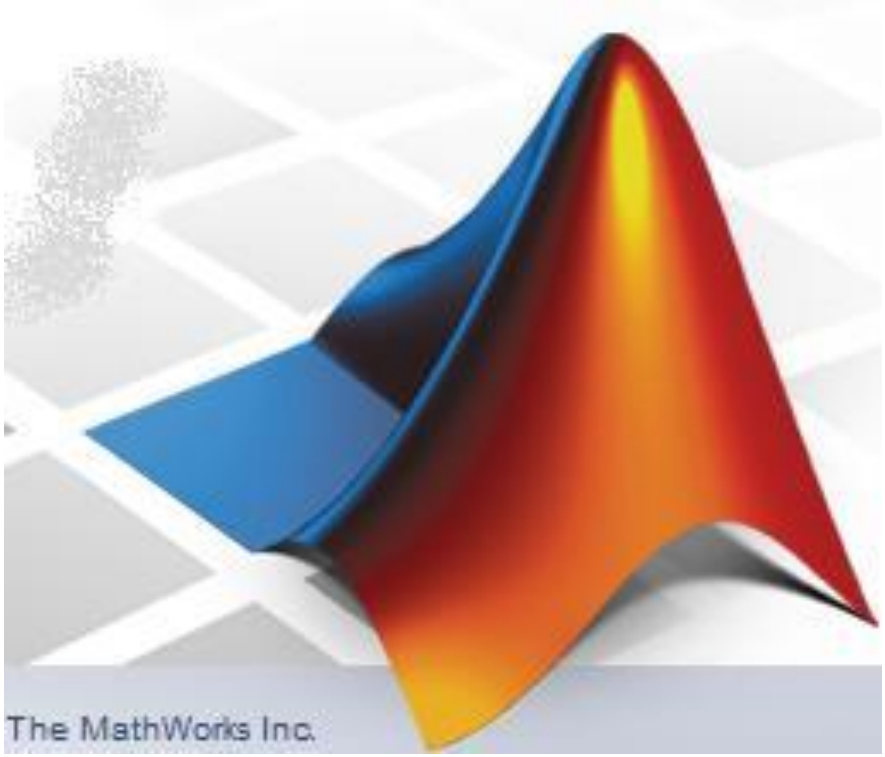
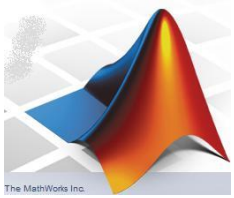
Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB



LS 2020, 8.predn.

Obsah

- Blakelyho metóda v gravimetrii
- načítanie a ukladanie Surfer ASCII grid súboru - funkcie
- riešenie systémov lineárnych rovníc v Matlabe
  aplikácie v mnohých geof. aplikáciách, príklady:
  a) Wernerova dekonvolúcia
  b) 2D hustotná inverzia (metóda Last-Kubik)



Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB

tzv. Blakelyho metóda lineárnych prvkov v gravimetrii

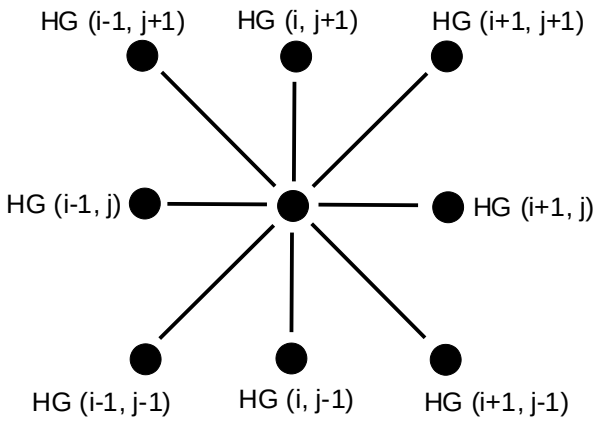
1. spočítajú sa horizontálne gradienty $\partial\Delta g_B/\partial x$ a $\partial\Delta g_B/\partial y$

2. vypočíta sa totálny horizontálny gradient:

$$HG = \sqrt{\left(\partial\Delta g_B/\partial x\right)^2 + \left(\partial\Delta g_B/\partial y\right)^2}$$

3. zistia sa polohy lokálnych maxím HG v okne 3 x 3 body podľa schémy:

overujú sa podmienky v N-S, E-W a diagonálnom smere (či je stredná hodnota väčšia, ako krajné) a pre každú polohu okna sa registruje počet splnených podmienok; vynášajú sa iba tie body, ktoré splňujú 3 a 4 tieto podmienky



Pozn.: Δg_B znamená ÚBA.

Načítanie (a uloženie) gridu formátu GS Surfer ASCII

Lister - [d:\Roman\skola\prednasky\Matlab\3_predn\bram.grd]

Súbor Upraviť Možnosti Kódovanie Pomocník

```
DSAA
64 64
3370306.5 3520576.2
5698489.5 5851003.1
-21.024914883207 33.638097572244
8.7836697219637 8.719231835240 8.7511441782683 8.90671
8.9483941143178 8.2594140698399 7.3300588225985 6.02358
0.15894268117O9 0.34874959558678 0.83678387206162 1.941
7.6525150833535 7.7559344882513 7.4875566401002 6.73974
0.7138343459749 0.1543416795245 -0.9783205084755 -1.
4.5424592210783 2.8101533328325 1.3524793313003 -0.4938
-9.4783774989215 -8.7722879076653 -7.8780315215616 -7.
8.5086991873055 8.4025308748885 8.2507723392527 7.99085
8.6995031113981 8.3614847609599 7.5086311226 6.3692309
0.2480656905315 0.2382640787838 0.1141534704341 1.308
7.7669441394O8 7.9698232042287 7.8898679642282 7.27437
1.4715298111948 0.7753189170137 0.4736199865086 -0.41
4.6077301993764 3.2696236482341 1.6594513707813 -0.3059
-9.4314336045015 -8.6152398390269 -7.6141310885153 -6.7
```

Surfer Help

Skryť | Naspäť | Dopredu | Zastaviť | Obnoviť | Domov | Tlačiť | Možnosti | Forum

Obsah | Register | Hľadať

Zadajte hľadané slová:

grid format

Zobraziť témy | Zobraziť

Výber témy: Nájdené: 58

Názov	Umi...	Hodnoter
Grid Data	Surf...	1
Surfer 7 Grid File For...	Surf...	2
Grid Convert	Surf...	3
Volumes and Areas	Surf...	4
ASCII Grid File Format	Surf...	5
Grid Blank	Surf...	6
Breaklines and Faults	Surf...	7
Surfer 6 Grid File For...	Surf...	8
Producing a Grid Fil...	Surf...	9
Grid Menu Commands	Surf...	10
Grid Files	Surf...	11
GridData	Surf...	12
GridMosaic	Surf...	13
New Features	Surf...	14
Triangulation with Li...	Surf...	15
GridMath	Surf...	16
File Format Chart	Surf...	17
Error	Surf...	18
Save As	Surf...	19
Natural Neighbor	Surf...	20
GridTransform	Surf...	21
GridConvert	Surf...	22
SrfGridFormat Values	Surf...	23
SaveFile [Grid]	Surf...	24
Error	Surf...	25
Menu Commands	Surf...	26
List of All Methods a...	Surf...	27
Import	Surf...	28
GridExtract	Surf...	29
Vector Length Lege...	Surf...	30
Color Spectrum File ...	Surf...	31

☐ Prehľadať predchádzajúce výsledky

☑ Zahmúť aj podobné slová

ASCII Grid File Format

ASCII grid files [.GRD] contain five header lines that provide information about the size and limits of the grid, followed by a list of Z values. The fields within ASCII grid files must be space delimited.

The listing of Z values follows the header information in the file. The Z values are stored in row-major order starting with the minimum Y coordinate. The first Z value in the grid file corresponds to the lower left corner of the map. This can also be thought of as the southwest corner of the map, or, more specifically, the grid node of minimum X and minimum Y. The second Z value is the next adjacent grid node in the same row (the same Y coordinate but the next higher X coordinate). When the maximum X value is reached in the row, the list of Z values continues with the next higher row, until all the rows of Z values have been included.

The general format of an ASCII grid file is:

id	The identification string DSAA that identifies the file as an ASCII grid file.
nx ny	nx is the integer number of grid lines along the X axis (columns) ny is the integer number of grid lines along the Y axis (rows)
xlo xhi	xlo is the minimum X value of the grid xhi is the maximum X value of the grid
ylo yhi	ylo is the minimum Y value of the grid yhi is the maximum Y value of the grid
zlo zhi	zlo is the minimum Z value of the grid zhi is the maximum Z value of the grid

grid row 1

grid row 2

grid row 3

Načítanie (a uloženie) gridu formátu GS Surfer ASCII

Funkcie:
`grid_read_SRF_ASCII.m`
a
`grid_write_SRF_ASCII.m`

Hlavičky:
function [matrix, xmin, xmax, ymin, ymax] = grd_read_v2(namefile)

function grd_write(matrix,xmin,xmax,ymin,ymax,namefile)

Testovací skript:
`test_grid_read_write_SRF_ASCII.m`

ďalšie dôležité príkazy:

riešenie systému lineárnych rovníc:

$$Ax = b$$

kde *A* je tzv. matica systému *(N*-riadkov × *M*-stĺpcov*)* ,
x je vektor hľadaných neznámych – jednostĺpcová matica *(M*-riadkov × *1*-stĺpec*)*
a *b* tzv. pravá strana systému - jednostĺpcová matica *(N*-riadkov × *1*-stĺpec*)*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots\ldots & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots\ldots & a_{2M} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ a_{N1} & a_{N2} & \ldots\ldots & a_{NM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots\ldots \\ x_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots\ldots \\ b_N \end{pmatrix}$$

systém je riešiteľný, keď N = M (počet rovníc = počet neznámych),
prípadne keď N > M, kde ide o tzv. preurčený systém (rieši sa metódou LSQ)

ďalšie dôležité príkazy:

riešenie systému lineárnych rovníc: $Ax = b$

kde *A* je tzv. matica systému *(m*-riadkov × *n*-stĺpcov*)* ,
x je vektor hľadaných neznámych – jednostĺpcová matica *(n*-riadkov × *1*-stĺpec*)*
a *b* tzv. pravá strana systému - jednostĺpcová matica *(m*-riadkov × *1*-stĺpec*)*

- poznáme veľké množstvo metód – Matlab ich poskytuje v značnom množstve

- hlavný príkaz v Matlabe: *x = A\b;*

(\-‘backslash‘ na rozdiel od /-‘slash‘)
(*x=A/b* by riešil tzv. delenie sprava
t.j. súčin inv. matice z b krát matica A)

Tento príkaz \ je však „čiernou skrinkou = black box“ – nevieme, že pre akú metódu sa Matlab pri konečnej realizácii presne rozhodne.

príklad:

```
clear all; close all; clc;
A=magic(3)
b=[3; 1; 4]
x = A\b   % použitie „black-box“ metódy
```

Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB

riešenie systému lineárnych rovníc: $Ax = b$

- hlavný príkaz v Matlabe: *x = A\b;*

- ďalšie možnosti:

  - LU-rozklad (LU-decomposition),

  - Choleského-rozklad (Cholesky-decomposition),

  - SVD-rozklad (SVD-decomposition),

  - QR-rozklad (QR-factorization),

  - použitie pseudo-inverznej matice (v prípade, že matica systému A je singulárna)

Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB

riešenie systému lineárnych rovníc: Ax = b

príklady:

clear all;
A=magic(3)
b=[3; 1; 4]

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 0 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ 0 & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ 0 & 0 & \beta_{33} & \beta_{34} \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

[L,U] = lu(A) % použitie LU-rozkladu
y = L\b % rieši spodný trojuholníkový systém
x = U\y % rieši horný trojuholníkový systém

clear all;
A=magic(3)
b=[3; 1; 4]

Instead of seeking arbitrary lower and upper triangular factors **L** and **U**, Cholesky decomposition constructs a lower triangular matrix **L** whose transpose $\mathbf{L}^T$ can itself serve as the upper triangular part. In other words we replace equation (2.3.1) by

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T = \mathbf{A} \qquad (2.9.2)$$

R = chol(A) % použitie Choleského-rozkladu; pozor matica A musí spĺňať
y = R'\b % určité podmienky (tzv. pozitívne definitná, t.j. $x^T Ax > 0$)
x = R\y

clear all;
A=magic(3)
b=[3; 1; 4]
*x = pinv(A)*b %*použitie pseudo-inverznej matice

Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB

riešenie systému lin. rovníc:

$$\begin{pmatrix} & \mathbf{A} & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \mathbf{U} & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \cdots & \\ & & \cdots & \\ & & & w_N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} & \mathbf{V}^T & \end{pmatrix} \qquad (2.6.1)$$

príklady:

clear all;
A=magic(3)
b=[3; 1; 4]
x1 = A\b
[U,S,V] = svd(A) % použitie SVD-rozkladu (Singular Value Decomposition)
for i=1: sqrt(numel(A)) % preklopenie diagonálnych prvkov matice S
SD(i,i) = 1/S(i,i);
end;
*x = V*SD*(U'*b)*
c = cond(A) % tzv. condition number (hovorí o miere nestability systému)

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{V} \cdot [\mathrm{diag}\,(1/w_j)] \cdot \mathbf{U}^T$$

clear all;
A=magic(3)
b=[3; 1; 4]
x1 = A\b
[Q,R] = qr(A) % použitie QR-rozkladu
y = Q\b
x = R\y

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{R}$$

Here $\mathbf{R}$ is upper triangular, while $\mathbf{Q}$ is orthogonal, that is,

$$\mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{1}$$

riešenie systémov lineárnych rovníc:

príklady použitia z geofyziky:

- LSQ; v metóde najmenších štvorcov sa vždy rieši systém tzv. normálnych rovníc, ktoré majú toľko neznámych, koľko je rovníc (získaných deriváciou sumy štvorcov odchýliek podľa hľadaných neznámych koeficientov),
- fitovanie rôznych lineárnych a nelineárnych funkcií,
- riešenia pre tzv. semi-automatické interpretačné metódy (Wernerova a Eulerova dekonvolúcia),
- riešenie obrátenej úlohy pre mnohé metódy (mnohé gravimetrické a magnetometrické riešenia; ERT – „Locke“), ***tzv. inversions***
  väčšinou systém rovníc popisuje vzťah medzi výpočt. bodmi a bunkami modelu (napr. pravouhlé hranoly),
- atď., atď, atď., ...

Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB

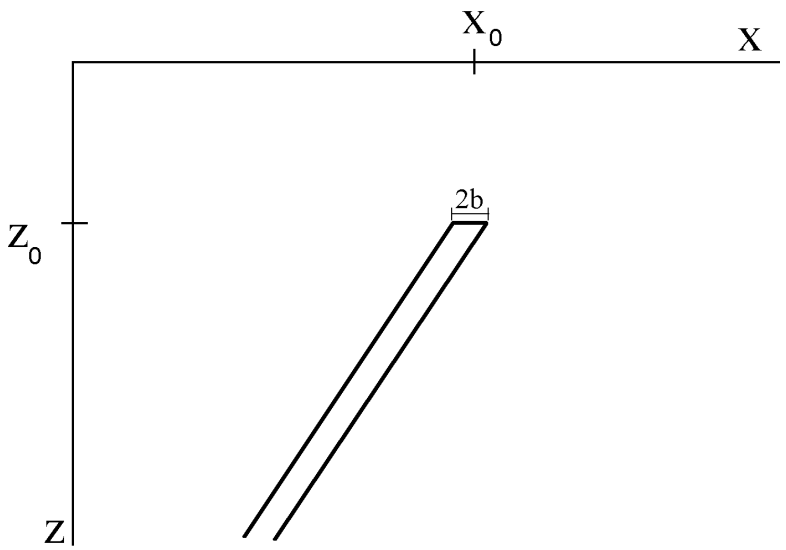
riešenie systému lineárnych rovníc:

príklad použitia z geofyziky – Wernerova dekonvolúcia v magnetometrii:

Werner (1953) postavil základnú myšlienku svojej interpretačnej techniky na „vyhľadávaní“, „rozpoznávaní“ účinku 2D-dajky (dosky) v profilových hodnotách ΔT. Táto idea je založená na využití základného vzťahu pre účinok $\Delta T(x)$ 2D-dajky (ako racionálnej funkcie) (napr. Grant-West, 1965, s. 325):

$$\Delta T = \frac{A(x - x_0) + Bz_0}{(x - x_0)^2 + z_0^{\,2}} \qquad (1)$$

kde x je súradnica bodu pozdĺž profilu (profil sa uvažuje na úrovni z=0), x_0 a z_0 sú súradnice stredu horného okraju dajky, hodnoty A a B sú funkcie magnetizácie a geometrie dajky



Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB

riešenie systému lineárnych rovníc:

príklad použitia z geofyziky – Wernerova dekonvolúcia v magnetometrii:

rovnica (1) je upravená na tvar:

$$x^2\Delta T = a_0 + a_1 x + b_0 \Delta T + b_1 x \Delta T, \qquad (2)$$

kde Werner (1953) zaviedol nové konštanty a_0, a_1, b_0 a b_1:

$$a_0 = -Ax_0 + Bz_0 \,, \; a_1 = A,$$
$$b_0 = -x_0^2 - z_0^2 \,, \; b_1 = 2x_0 \,. \qquad (3)$$

a ich vzťah ku hľadaným neznámym x_0, z_0, A a B je daný:

$$x_0 = b_1/2 \,, \qquad (4)$$
$$z_0 = \sqrt{-b_0 - b_1^{\,2}/4} \qquad (5)$$
$$A = a_1 \,, \qquad (6)$$
$$B = (a_0 + 0.5\, a_1 b_1)/z_0 \,, \qquad (7)$$

Programovanie geofyzikálnych úloh v prostredí MATLAB

riešenie systému lineárnych rovníc:

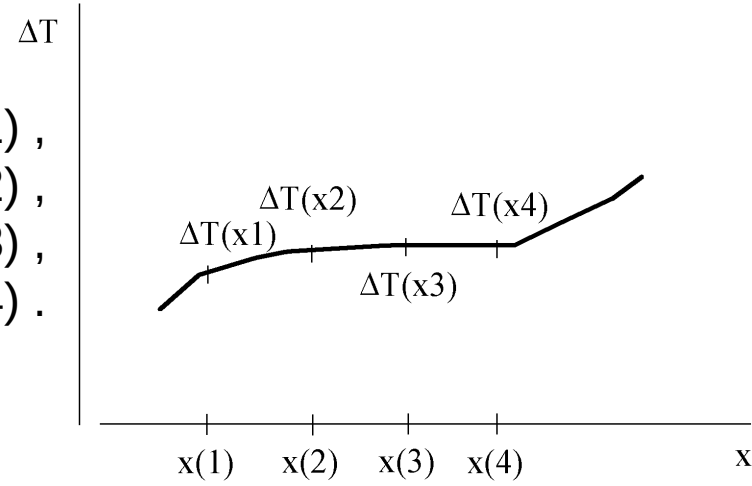
príklad použitia z geofyziky – Wernerova dekonvolúcia v magnetometrii:

rovnicu (2), ktorá obsahuje 4 neznáme a_0, a_1, b_0 a b_1
(ktoré majú jednoznačne definovaný vzťah k hľadaným x_0, z_0, A a B):

$$x^2\Delta T = a_0 + a_1 x + b_0\Delta T + b_1 x\Delta T, \qquad (2)$$

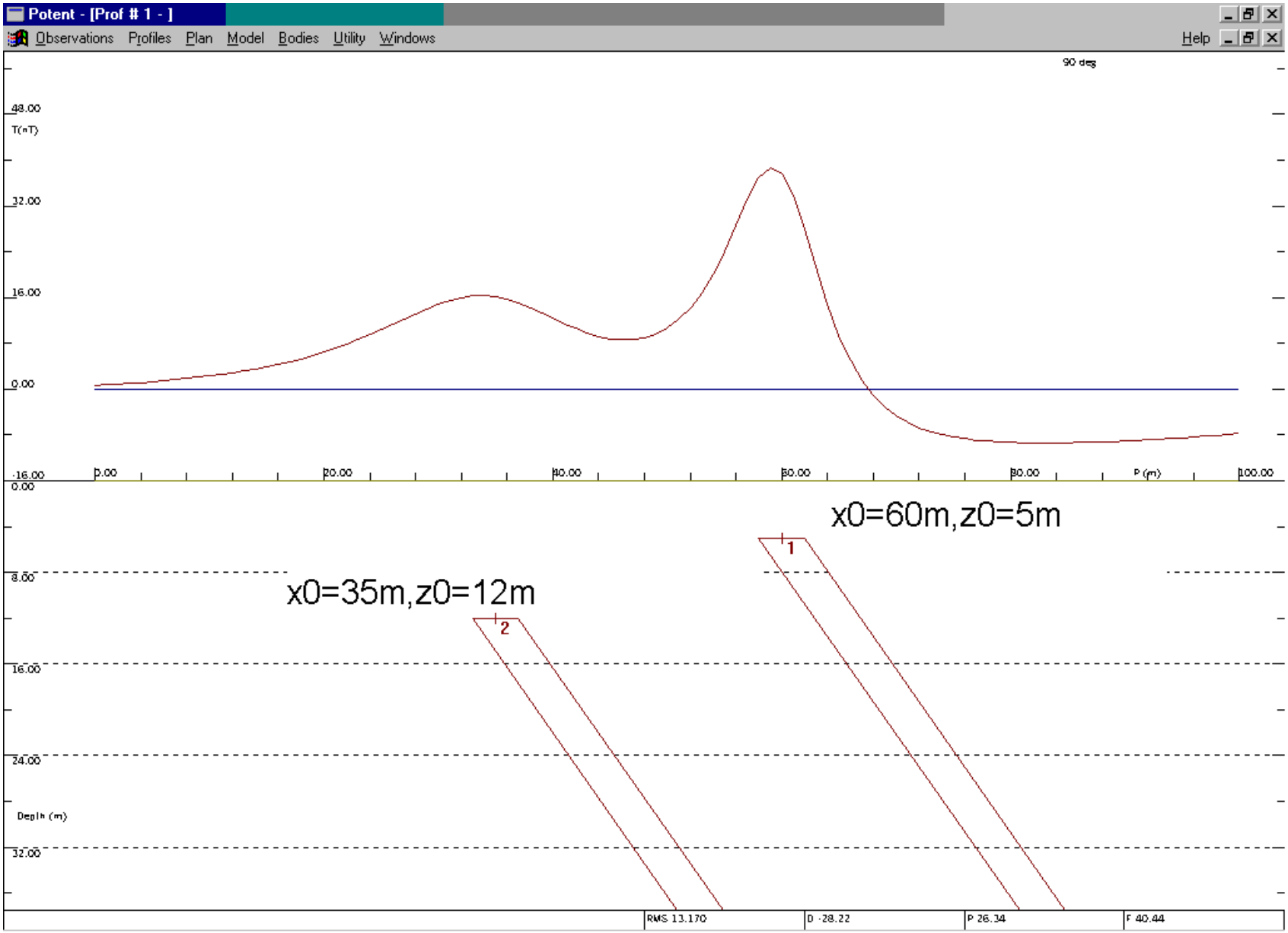
vieme napísať pre štyri rôzne polohy okna na profile
x1=x(1), x2=x(2), x3=x(3), x4=x(4) štyri krát:

$$a_0 + a_1 x(1) + b_0\Delta T(x1) + b_1 x(1)\Delta T(x1) = x(1)^2\Delta T(x1) ,$$
$$a_0 + a_1 x(2) + b_0\Delta T(x2) + b_1 x(2)\Delta T(x2) = x(2)^2\Delta T(x2) ,$$
$$a_0 + a_1 x(3) + b_0\Delta T(x3) + b_1 x(3)\Delta T(x3) = x(3)^2\Delta T(x3) ,$$
$$a_0 + a_1 x(4) + b_0\Delta T(x4) + b_1 x(4)\Delta T(x4) = x(4)^2\Delta T(x4) .$$



čo predstavuje systém 4 rovníc o 4 neznámych
typu **Ax** = **b**
a vieme ho riešiť pre každú polohu posúvajúceho
sa okna pozdĺž interpretovaného profilu

Werner deconvolution – test model



Inverzie

Priama úloha sa prepíše z integrálenho do diskrétneho tvaru:
(pole g je zistené v N diskrétnych bodoch):

$$|g| = \kappa \iiint_{\tau} \rho(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\tau \rightarrow g_i \approx \kappa \sum_{j=1}^{M} \rho_j \, \psi_{ij} \Delta\tau$$

i = 1…N (počet bodov poľa),
j = 1…M (počet hranolov),

celý modelový priestor sa rozdelí na M malých telies (buniek).
To vedie ku vzniku systému lineárnych rovníc (s M neznámymi):

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

A je tzv. hlavná matica systému (vzťah medzi bodmi a bunkami),
x sú hľadané hustoty a **b** je tzv. pravá strana systému (merané hodnoty g).

V podstate by stačilo vyriešiť tento systém rovníc a problém obrátenej úlohy by bol vyriešený...

Ale také jednoduché to nie je – prejavujú sa tu všetky zdedené vlastnosti od integrálnych rovníc. Naplno sa prejavuje nestabilita (prispieva ku nej veľmi šum v nameraných údajoch). A aj mnohoznačnosť – tendencia ku vzniku ekvivalentných (hlavne plytkých) riešení.
V oblasti numerickej matematiky sa to prejavuje tak, že tieto systémy rovníc sú blízke singulárnym (determinant matice systému je blízky nule).

metóda najmenších štvorcov (LSQ) pri riešení inverzie (1/2):

Často neriešime základný systém rovníc **A**·**x** = **b** priamo, ale ako minimizačný problém (lepšie pri pridávaní ďalších vlastností):

$$S = \left\| \mathbf{b} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \right\|_{L_2} \rightarrow \min$$

napísané po prvkoch:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left(g_i - \sum_{j=1}^{M} a_{ij} x_j \right)^2 \rightarrow \min$$

Metóda najmenších štvorcov (LSQ) je postavená na vlastnosti hľadania minima funkcie:

$$\frac{\partial S}{\partial x_k} = 0, \quad k = 1, 2, \ldots M$$

čo vedie ku systému rovníc (k môže byť maximálne rovné M):

$$\frac{\partial S}{\partial x_k} = \sum_{i=1}^{N} 2 \left(g_i - \sum_{j=1}^{M} a_{ij} x_j \right) a_{ik} = 0, \quad k = 1, 2, \ldots M$$

metóda najmenších štvorcov (LSQ) pri riešení inverzie (2/2):

$$\frac{\partial S}{\partial x_k} = \sum_{i=1}^{N} 2\left(g_i - \sum_{j=1}^{M} a_{ij} x_j \right) a_{ik} = 0, \quad k = 1, 2, \ldots M$$

Po úprave získavame:

$$\sum_{i=1}^{N} a_{ik} g_i = \sum_{i=1}^{N} a_{ik} \left(\sum_{j=1}^{M} a_{ij} x_j \right), \quad k = 1, 2, \ldots M$$

Toto sa dá vyjadriť v tvare maticovej notifikácie:

$$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b} = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \right) \cdot \mathbf{x}$$

Napokon z tohto vyjadríme riešenie pre hľadanú maticu **x**:

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A} \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{b}$$

Toto riešenie sa niekedy nazýva ako Gauss-Newtonove.

dôležité:

$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$

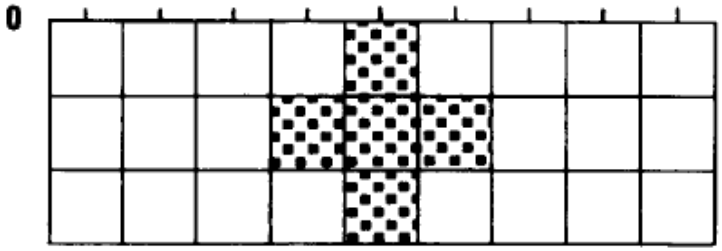
výsledkom tohto súčinu je štvorcová symetrická matica, ktorá má svoj inverzný ekvivalent

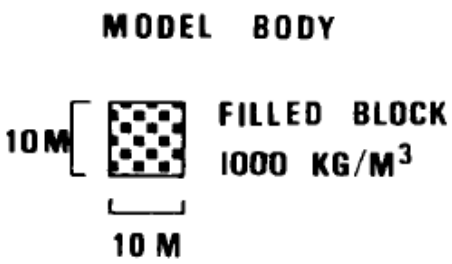
Často neriešime základný systém rovníc **A**·**x** = **b** priamo, ale ako minimizačný problém (lepšie pri pridávaní ďalších vlastností):

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{b}$$

$$\left\|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\right\|_{\mathrm{L}_2} = \min$$

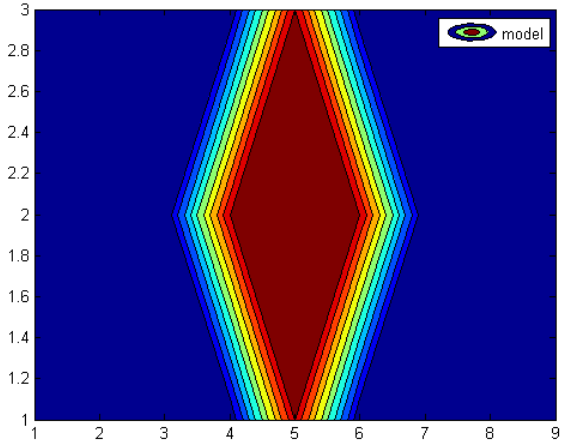
Takéto jednoduché riešenie systému lineárnych rovníc však nevedie ku skutočnému riešeniu problému, výsledky sú väčšinou veľmi plytké (hneď pod povrchom – dôvodom sú vlastnosti hlavnej matice **A**).



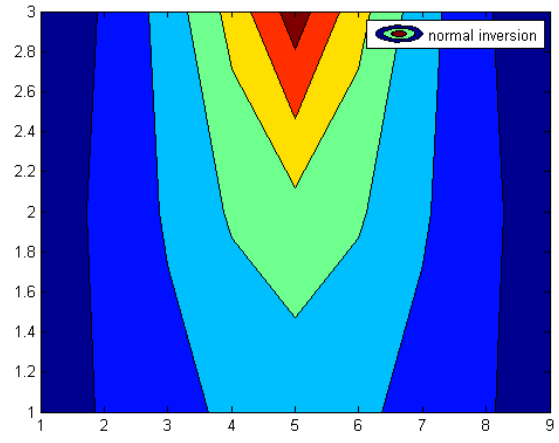


model z článku Last and Kubik (1983)

zobrazenie modelu v Matlabe



LSQ riešenie v Matlabe



Často neriešime základný systém rovníc **A**·**x** = **b** priamo, ale ako minimizačný problém (lepšie pri pridávaní ďalších vlastností): $\|\mathbf{Ax}-\mathbf{b}\|_{L_2} = \min$

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{b}$$

Do tohto relatívne jednoduchého zápisu je možné pridávať určité špeciálne matice, ktoré svojimi vlastnosťami vylepšujú riešenie a potláčajú:

1. nestabilitu (regularizácia) a
2. mnohoznačnosť (váhové matice).

1. REGULARIZÁCIA

V hlavnej rovnici LSQ riešenia „vylepšíme“ štvorcovú maticu ($\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\cdot\mathbf{A}$) tým, že ku nej pridáme jednotkovú maticu **I**:

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A} + \lambda\mathbf{I}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{b}$$

vplyv tej jednotkovej matice je riadený regularizačným parametrom λ, ktorý sa určuje buď metódou pokusu a omylu alebo pomocou trošku sofistikovanejších metód.

Výsledné riešenia sú mierne hodnotovo posunuté (biased) oproti správnym.

Táto metóda sa tiež nazýva Tichonov-Philipsova (Marquardt-Levembergova).

Často neriešime základný systém rovníc **A**·**x** = **b** priamo, ale ako minimizačný problém (lepšie pri pridávaní ďalších vlastností): $\|\mathbf{Ax}-\mathbf{b}\|_{L_2} = \min$

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{b}$$

Do tohto relatívne jednoduchého zápisu je možné pridávať určité špeciálne matice, ktoré svojimi vlastnosťami vylepšujú riešenie a potláčajú:

1. nestabilitu (regularizácia) a
2. mnohoznačnosť (váhové matice).

2. VÁHOVÉ MATICE

Vyjadrujú prídavnú vlastnosť, ktorú by malo mať výsledné riešenie a je možné ich rozdeliť na 2 hlavné skupiny:

a) matice vyjadrujúce kompaktnosť (hutnosť) riešení,
b) matice ošetrujúce korektným spôsobom hĺbkovú závislosť riešenia.

2. VÁHOVÉ MATICE

a) matice vyjadrujúce kompaktnosť (hutnosť) riešení (Last and Kubik, 1983),

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{T} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{T} \cdot \mathbf{b}$$

kde **W** je diagonálna matica s prvkami: $w_j = (\sigma_j^2 + \varepsilon)^{-1}$,

(σ_j je hustota j-teho modelového bloku, ε je malé číslo, napr. 10^{-6}, aby nenastalo delenie nulou v prípade, že hustota bude nulová).

Využíva sa pri tom nasledujúca vlastnosť:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \left(\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \varepsilon} \right) = \begin{array}{l} 0 \quad \text{pre } \sigma = 0 \left(\text{element modelu mimo spravneho riesenia}\right) \\ 1 \quad \text{pre } \sigma \neq 0 \left(\text{element modelu v ramci spravneho riesenia}\right) \end{array}$$

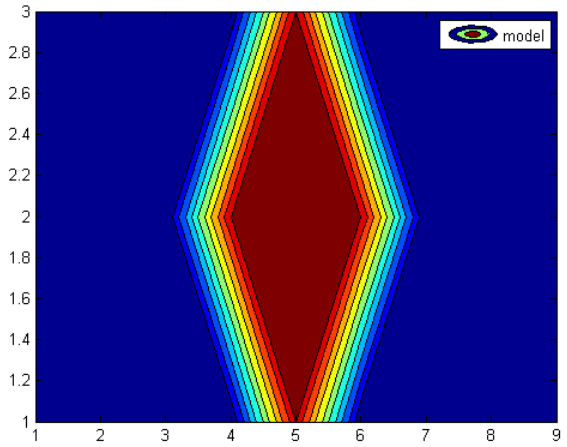
pozn.: limita pre ε idúce do nuly je samozrejme hypotetická, neráta sa.

Táto vlastnosť zabezpečuje to, že sa namiesto rozmazaných riešení získavajú ostrejšie obrysy anomálnych telies.

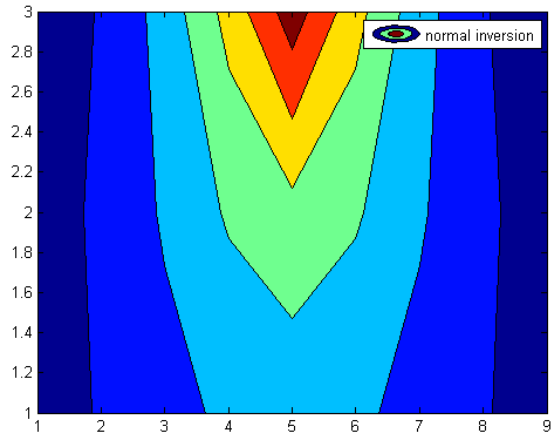
Účinok matice W sa nedosiahne hneď na prvý pokus – je potrebné tento krok „liečenia“ opakovať po sebe niekoľko krát (iteratívny prístup).

Porovnanie – klasické LSQ riešenie VS Last-Kubik (1983)

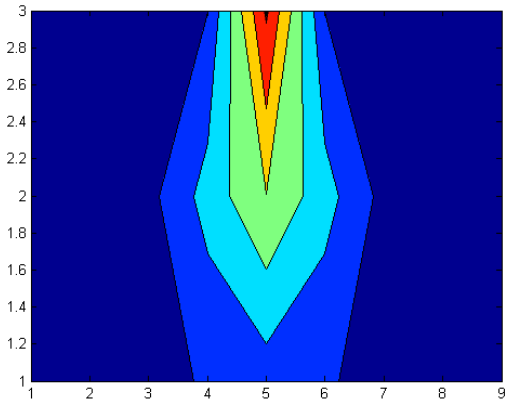
zobrazenie modelu v Matlabe



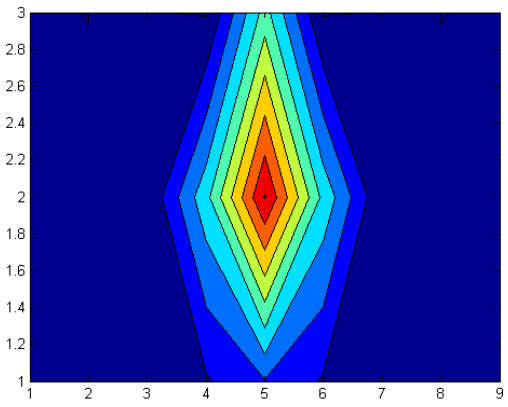
LSQ riešenie v Matlabe



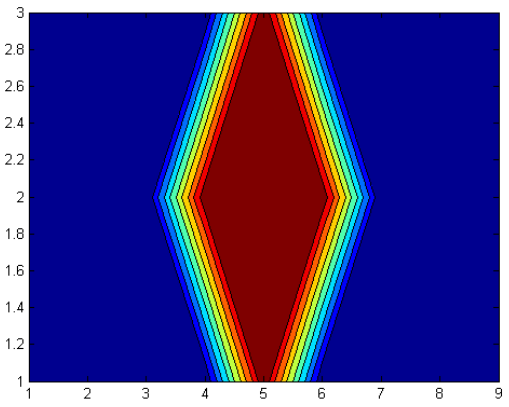
riešenie podľa Last and Kubik (1983), 2. iterácia



riešenie podľa Last and Kubik (1983), 4. iterácia



riešenie podľa Last and Kubik (1983), 10. iterácia



Algoritmus metódy Last-Kubik (1983):

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{b}$$ základná rovnica (v maticovom tvare)

N – počet meraní, M – počet elementov modelu

- **A** je hlavná matica systému rovníc (N x M),
- matica **W** je váhová štvorcová štvorcová matica (M x M)
- jednostĺpcová matica **b** je tzv. pravá matica systému (N x 1)
- jednostĺpcová matica **x** je matica riešení = hustôt (M x 1)

Algoritmus metódy Last-Kubik (1983):

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{b}$$ základná rovnica (v maticovom tvare)

Pri konkrétnom riešení (Last a Kubik, 1983) zavádzajú autori okrem váhovej (kompaktnej) $\mathbf{W}_v$ aj ďalšiu tzv. maticu chýb $\mathbf{W}_e$ (N x N):

In previous work w_v and w_e have generally been stated to be independent of v and e, respectively. The procedure (5) then reduces to the classical least-squares problem, whose solution is, in matrix notation,

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{W}_v^{-1}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{W}_v^{-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{W}_e^{-1})^{-1}\mathbf{G}. \qquad (9)$$

In particular if we set $\mathbf{W}_v = \mathbf{I}$ (the identity matrix) and assign all noise to the blocks (geologic noise), which amounts to removing

Ktorej inverzná verzia je daná vzťahom :

$$\mathbf{W}_e^{-1} = \ell_0^2 \operatorname{diag}(\mathbf{A}\mathbf{W}_v^{-1}\mathbf{A}^T), \qquad (11)$$

Algoritmus metódy Last-Kubik (1983):

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{W}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{b}$$ základná rovnica (v maticovom tvare)

Hlavný vzťah pre riešenie (pre k-tý krok iterácie) je daný vzťahom:

COMPUTATIONAL PROCEDURE

As we have already seen, $\mathbf{W}_v$ and $\mathbf{W}_e$ are not constant weighting matrices. Thus the computational procedure is an iterative one, with the application of equation (9) at each step. The kth step in the process can be written

$$\hat{\mathbf{V}}^{(k)} = [\mathbf{W}_v^{(k-1)}]^{-1}\mathbf{A}^T\{\mathbf{A}[\mathbf{W}_v^{(k-1)}]^{-1}\mathbf{A}^T + [\mathbf{W}_e^{(k-1)}]^{-1}\}^{-1}\mathbf{G}. \qquad (15)$$

Pozn.: Váhová matica $\mathbf{W}_v$ začína pri prvej iterácii ako jednotková matica **I**, neskôr je už upravovaná cez vzorec $w_j = (\sigma_j^2 + \varepsilon)^{-1}$.
(ε je malé číslo, napr. 10^{-6}, σ_j sú hustoty s predchádzajúcej iterácie)