

# Fyzika Zeme

Úvodný kurz pre poslucháčov  
prvého ročníka bakalárskych  
programov v rámci štúdia geológie

Úvodná prednáška

## kontaktné osoby:

*prednášky a cvičenia:*

Prof. Roman Pašteka ([roman.pasteka@uniba.sk](mailto:roman.pasteka@uniba.sk)),

Katedra inžinierskej geológie, hydrogeológie a aplikovanej geofyziky

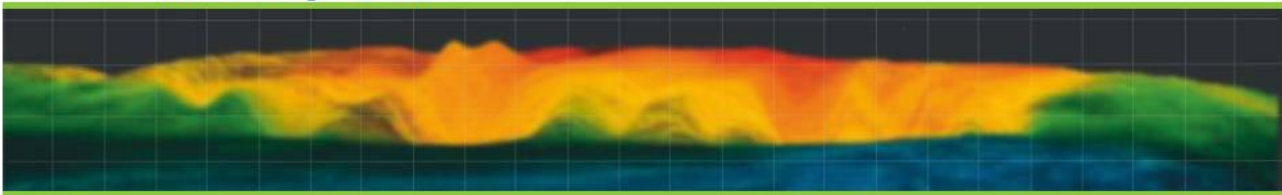

## hodnotenie na konci semestra:

písomná skúška (odpovede na 20 otázok, nie výberový test)

Pripustenie ku skúške len po odovzdaní všetkých úloh z cvičení!

Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave

Katedra inžinierskej geológie, hydrogeológie a aplikovanej geofyziky  
Oddelenie aplikovanej geofyziky



O nás   Novinky   Zaujímavosti   Výskum   Zamestnanci   Súbory   Fotogaléria

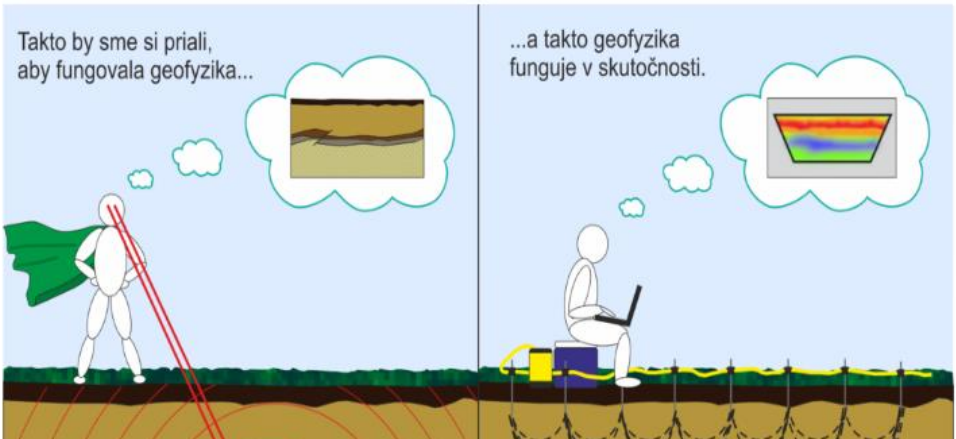
## Návod na štúdium: Ako sa stať aplikovaným geofyzikom

Napísal Kaeg-Doktorand, 12. septembra 2023 v Štúdium

Milí študenti,

ak máte pocit, že je pre vás nová akreditácia chaotická – netrápte sa. Pripravili sme pre vás návod, ako a čo treba robiť počas bakalárskeho štúdia, ak sa chcete stať aplikovanými geofyzikmi:

ako\_byt\_geofyzikom   [Stiahnuť](#)



Takto by sme si priali, aby fungovala geofyzika...

...a takto geofyzika funguje v skutočnosti.

Rýchla navigácia

- Fotogaléria
- Novinky
- O nás
- Súbory
  - o Iné
  - o Učebné texty**
- Výskum
  - o Projekty APW
    - Project APW-

PDF z prednášok: webstránka oddelenia: [www.kaeg.sk](http://www.kaeg.sk)

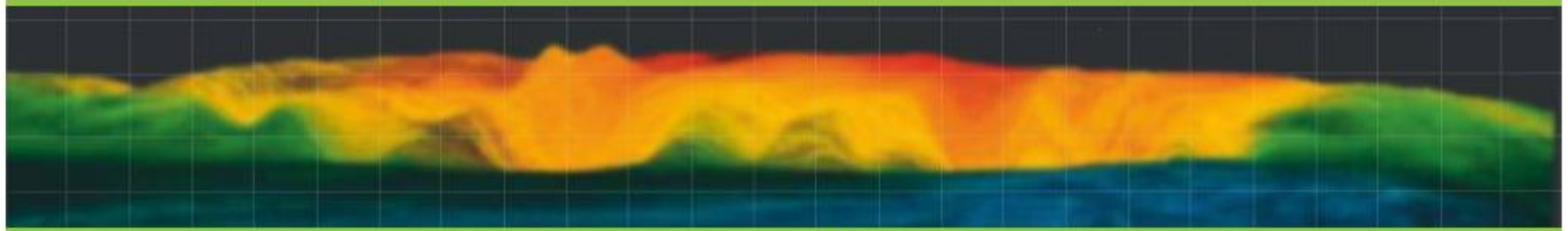
<http://www.kaeg.sk>

→ hneď na začiatku: Fyzika Zeme

Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského v Bratislave



Katedra inžinierskej geológie, hydrogeológie a aplikovanej geofyziky  
Oddelenie aplikovanej geofyziky



[O nás](#)

[Novinky](#)

[Zaujímavosti](#)

[Výskum](#)

[Zamestnanci](#)

[Súbory](#)

[Fotogaléria](#)

## Učebné texty

**Predmet: Fyzika Zeme, 1. ročník, bakalársky program Geológia**

Prednášky:

1. Fyzika 1 uvod
2. Fyzika 2 mechanika a grav zakon
3. Fyzika 3 mechanika energie
4. Fyzika 4 termodynamika
5. Fyzika 5 kvapaliny
6. Fyzika 6 pevne latky

 [Slovenčina](#)

Hľadať

Rýchla navigácia

[Fotogaléria](#)

[Novinky](#)

## doplňující literatura + studijné podklady:

Veis Š., Maďar J., Martišovitš V.: Všeobecná fyzika 1 – Mechanika a molekulová fyzika,

Čičmanec P.: Všeobecná fyzika 2 – Elektrina a magnetismus.

Ilkovič D.: Fyzika 1.

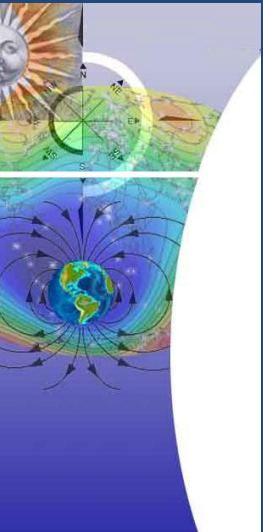
Hajko V. a kol.: Fyzika v příkladoch.

Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M.: Feynmanovy přednášky z fyziky. *Nakladatelství Fragment (2013)*

## Tematická náplň semestra:

- Úvod, základné pojmy a nástroje fyziky
- Základy mechaniky, gravitačné pole
- Energia, výkon, práca
- Základy termodynamiky
- Zmeny skupenstiev a fázové prechody
- Stavba a vlastnosti pevných látok
- Prúdenie kvapalín a plynov
- Základy elektrickej interakcie
- Základy magnetizmu,
- Základy optiky
- Základy atómovej fyziky, rádioaktivita

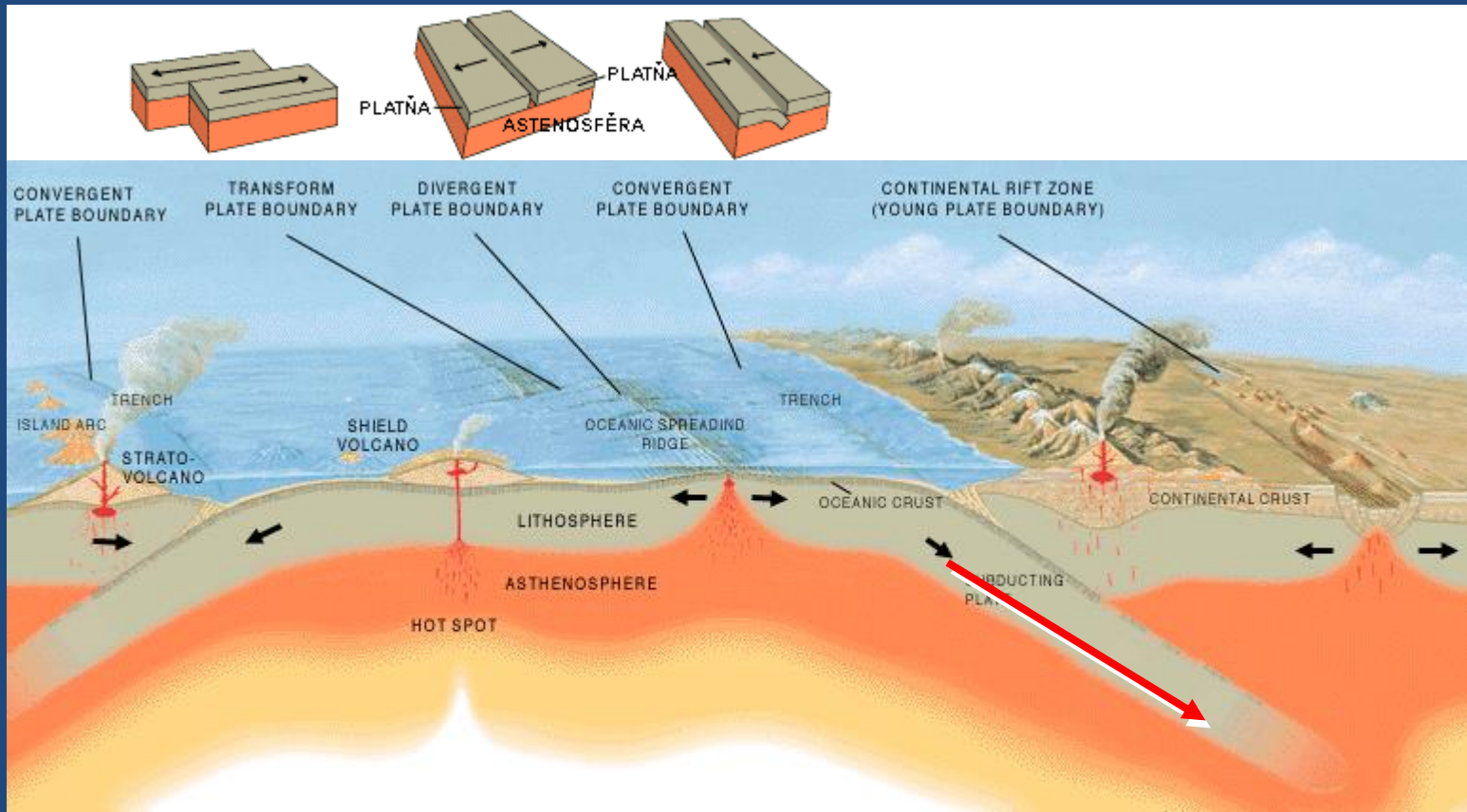
# Úloha fyziky v geológii



- pri štúdiu mechanizmov rôznych geologických procesov (platňová tektonika, príkrovy, zosuvy, stavba minerálov, teplotno-tlakové podmienky zmien fáz minerálov, prúdenie podzemnej vody, mechanické vlastnosti hornín, atď.)
- pri meraní a interpretácii fyzikálnych polí Zeme za účelom štúdia jej stavby (geofyzikálne metódy, využívajúce gravitačné, magnetické, elektrické, tepelné, vlnové polia)

# úloha fyziky v geológii – platňová tektonika

príklad: pri prvých predstavách o „hnacích motoroch“ platňovej tektoniky prevládal názor, že to je rozpínanie morského dna, avšak mineralogicko-fyzikálne modely ukázali, že to je naopak „ťah“ dosky nadol pri jej subdukcii

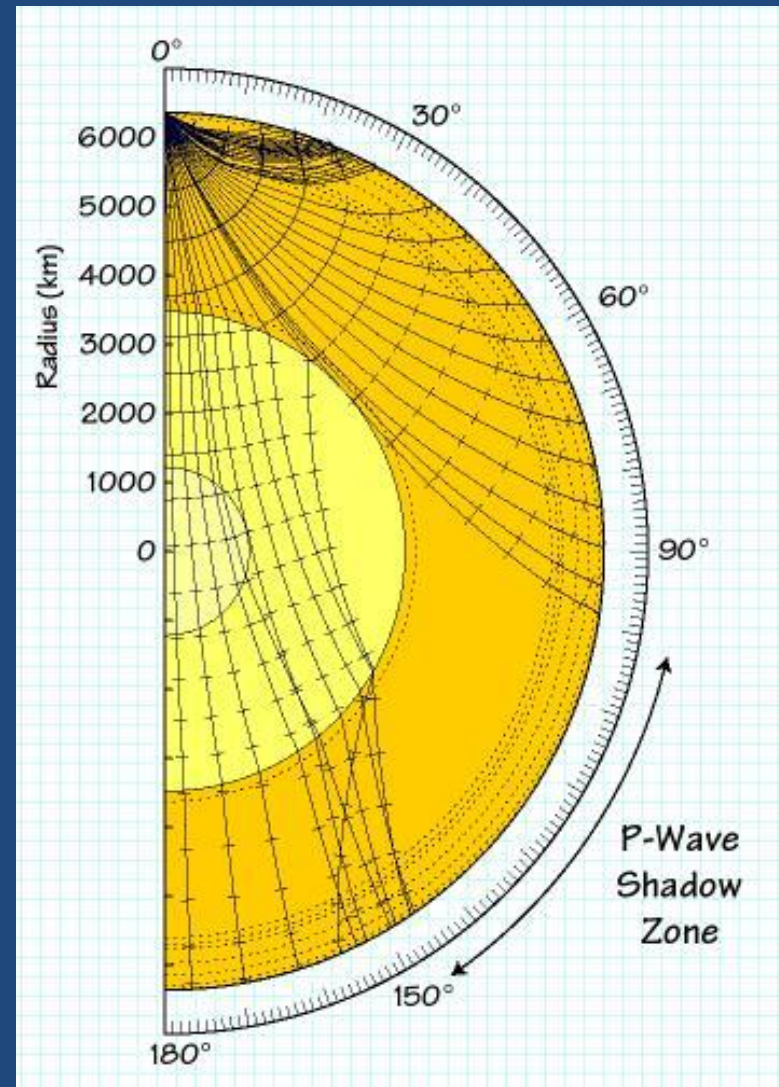
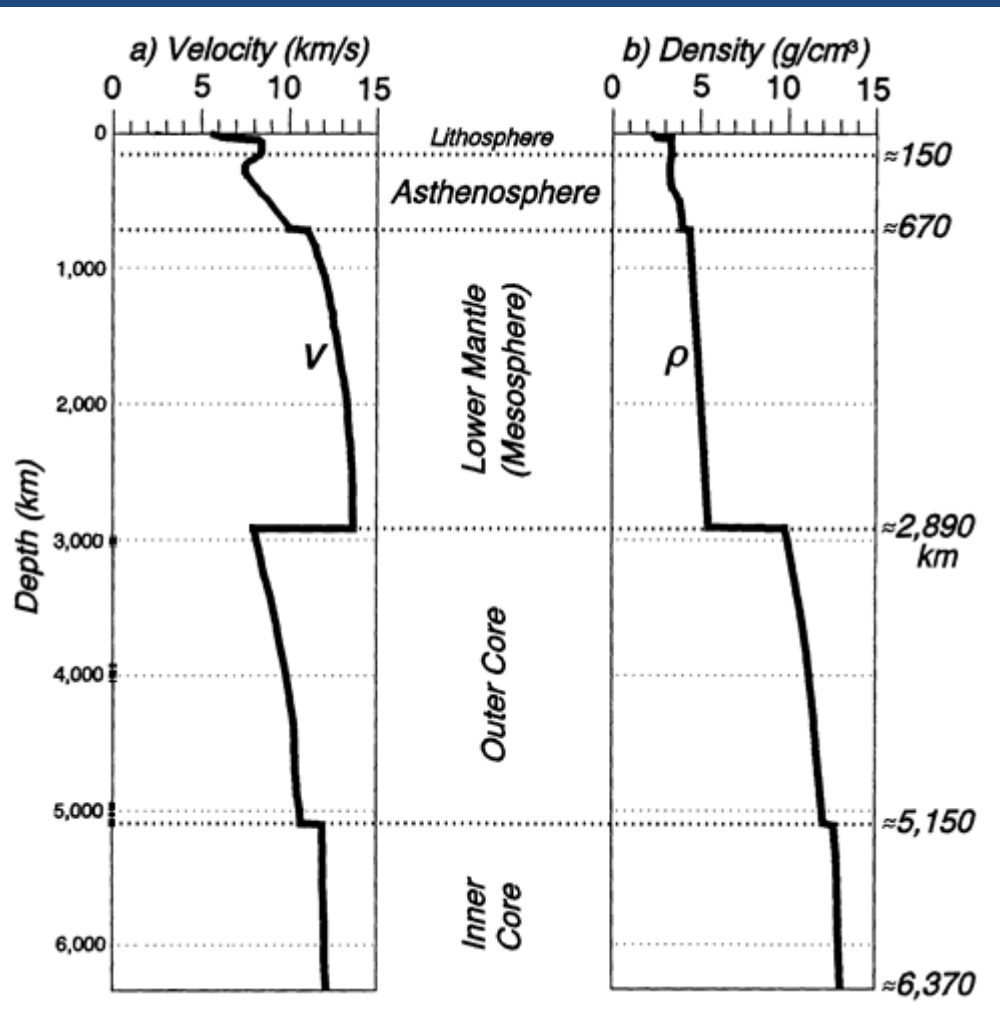




# úloha fyziky v geológii – vnútorná stavba Zeme

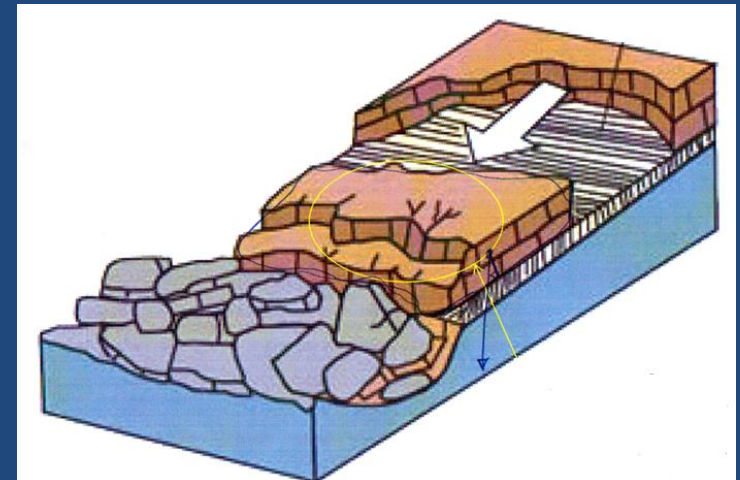
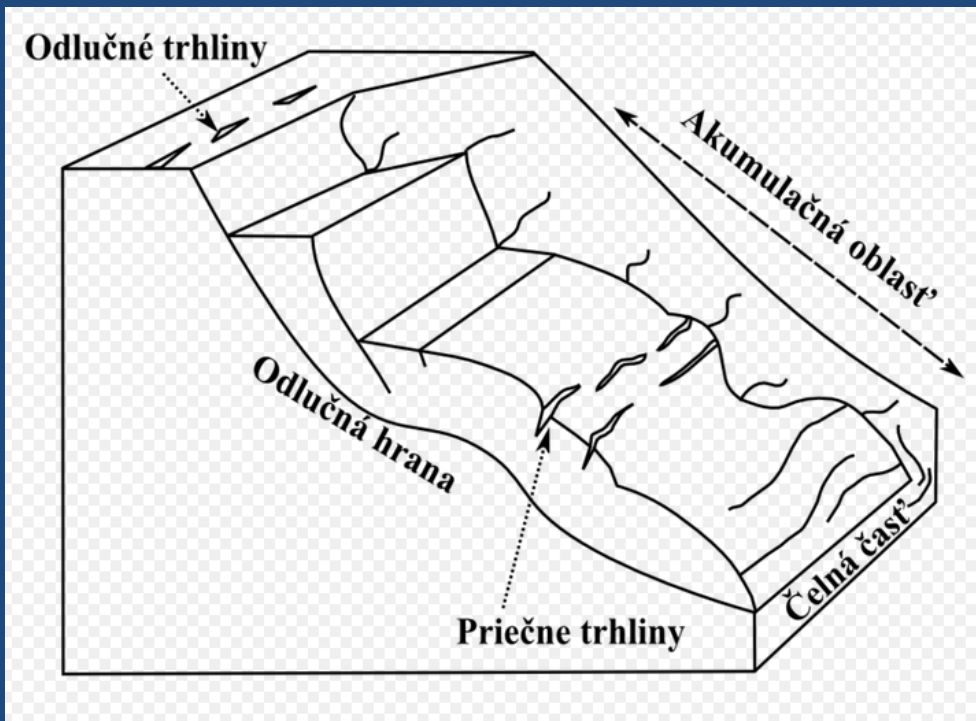
rýchlosť

hustota



# úloha fyziky v geológii

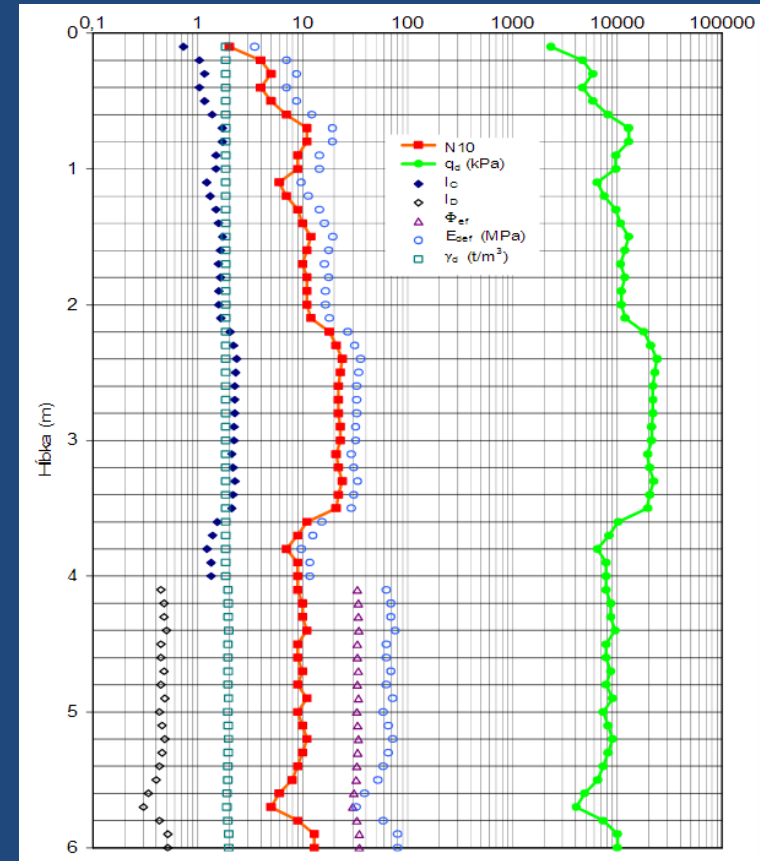
mechanika vzniku a pohybu zosuvov



# úloha fyziky v geológii

geomechanické vlastnosti hornín:

(napr. tzv. penetračné skúšky)



modelovanie a objasnenie horotvorných procesov:

zaujímavý link:

<https://www.youtube.com/watch?v=CPqANwaB0Gw>

úloha fyziky

v geológii

elektrické  
(odporové)

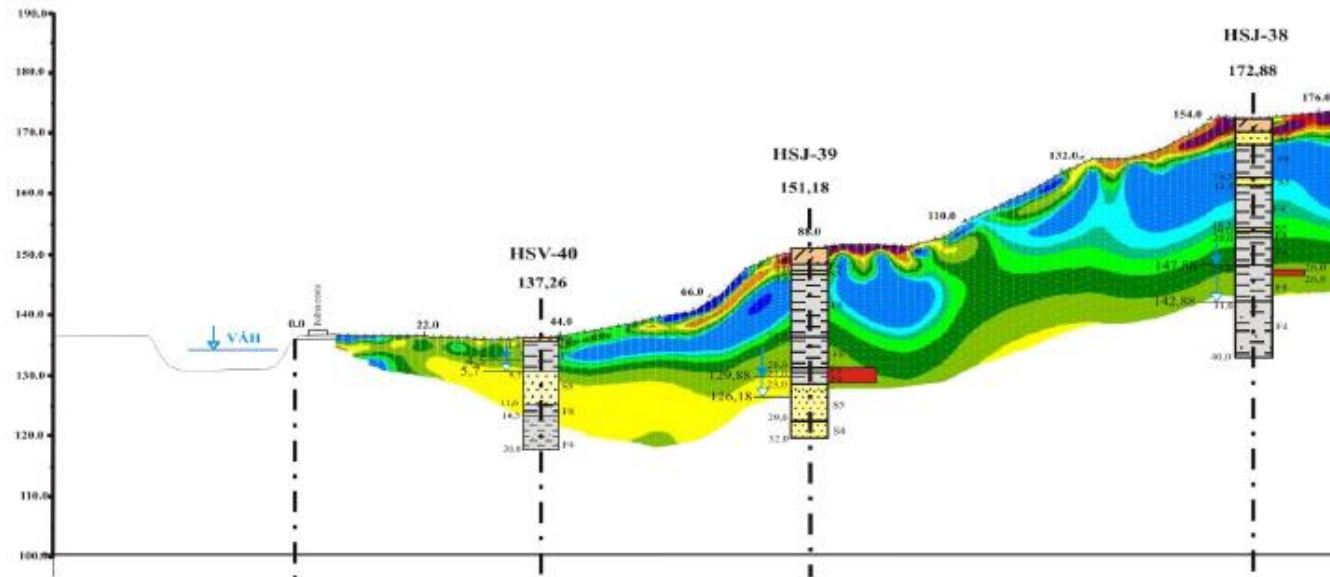
vlastnosti

hornín

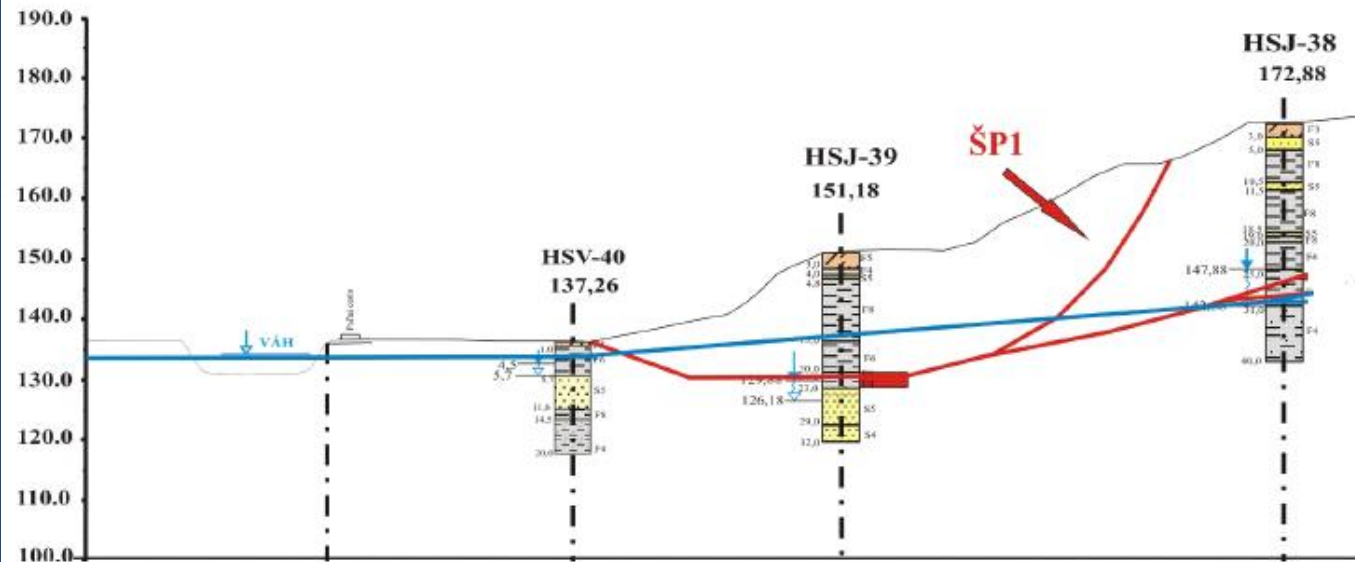
v telese

zoslavu

## Izohmický rez (inverzný model)



## Interpretovaný rez s určením šmykových plôch



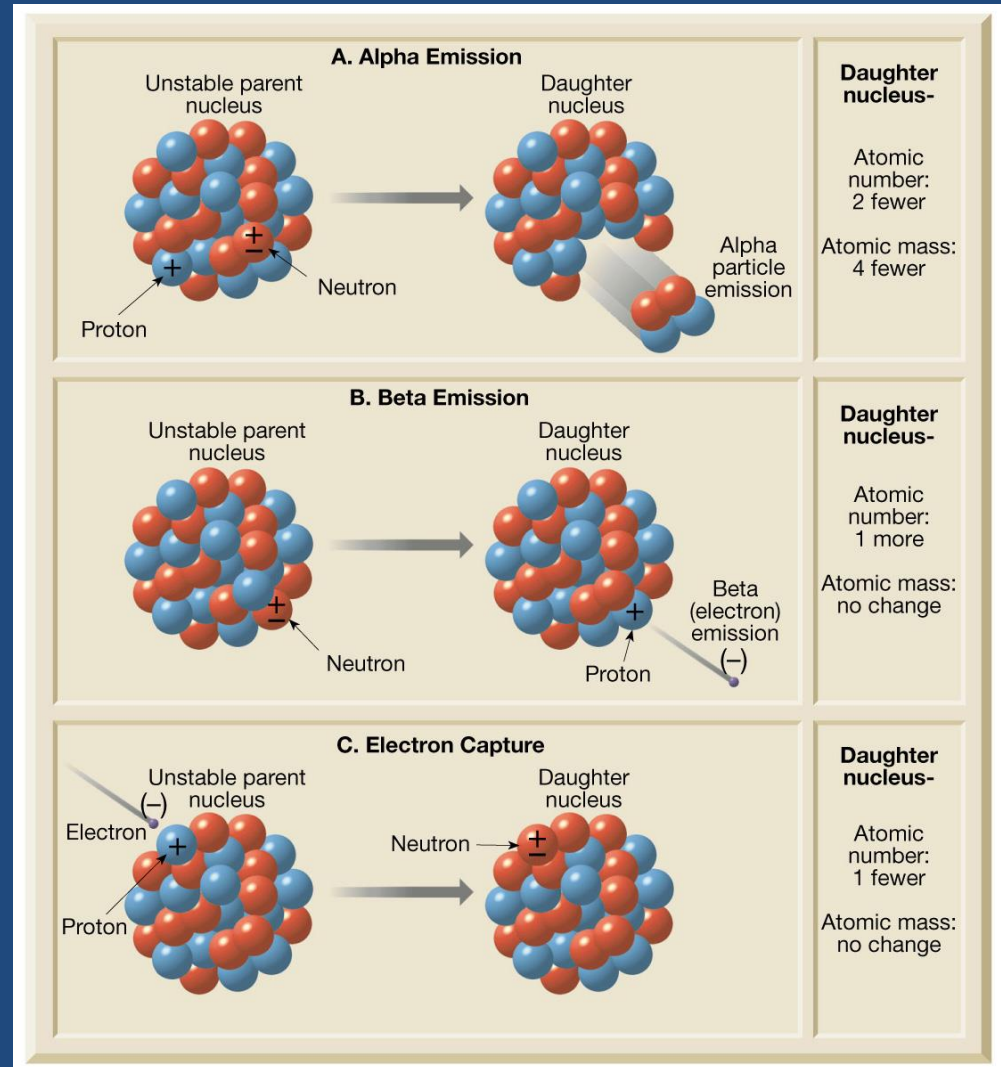
# úloha fyziky v geológii - rádioaktívne datovanie

Vek sa určuje meraním pomeru množstva izotopu a jeho rozpadového produktu.

uránovo-olovená  
metóda  
( $^{238}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$ )

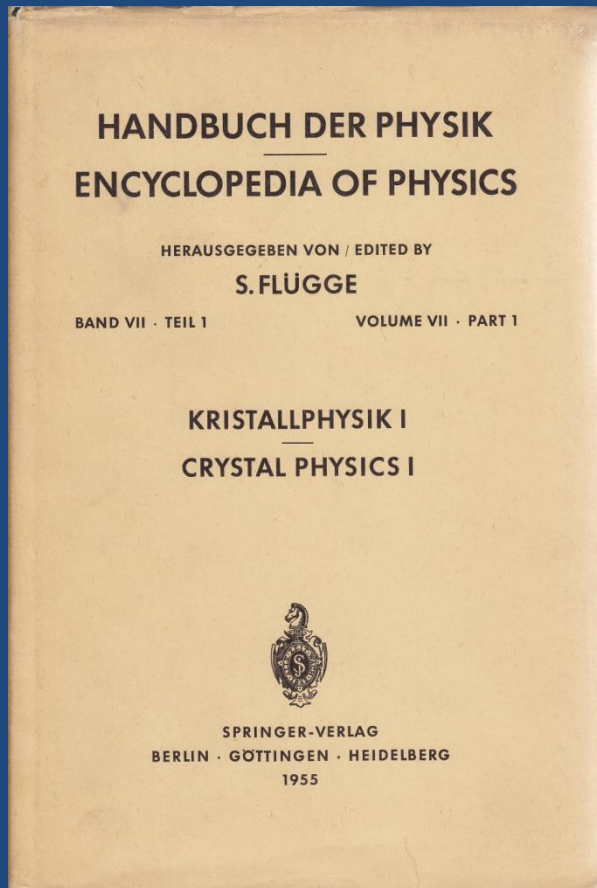
tóriovo-olovená  
metóda  
( $^{232}\text{Th} \rightarrow ^{208}\text{Pb}$ )

atď.



# úloha fyziky v geológii

## Klasické učebnice kryštalografie a optiky minerálov



90 H. JAGODZINSKI: Kristallographie. Ziff. 31.

der Kationen etwa die gleichen Verhältnisse wie beim NaCl-Typ vor ( $R_A/R_B$  der Ionen  $> 0,41$ ).

Ein wichtiges Gitter mit den Koordinationszahlen 4 und 2 ist das Cristobalitgitter (Fig. 64). Es läßt sich unmittelbar aus dem Diamantgitter (Fig. 48) ableiten, wenn man die C-Atome durch  $\text{SiO}_2$ -Tetraeder ersetzt und diese Tetraeder

Fig. 61.  $\text{CdCl}_2$ -Gitter (aus EASST).

Fig. 62.  $\text{CdI}_2$ -Gitter (aus EASST).

Fig. 63.  $\text{TiO}_2$ -Gitter (aus EASST).

Fig. 64. Cristobalitgitter (idealisiert), ( $\text{SiO}_2$ ).

so verknüpft, daß jedes O je zwei Tetraedern gemeinsam angehört. Es gibt noch einige andere Modifikationen des  $\text{SiO}_2$ , die sich jedoch bezüglich der ersten Koordinationen vom Cristobalit kaum unterscheiden. Die Bindungen Si—O—Si der gemeinsamen Tetraeder sind in diesen Typen nicht gerade, sondern gewinkelt (homöopolare Bindung?); dadurch werden relativ komplizierte Strukturverhältnisse geschaffen. Die Ableitbarkeit aus dem Diamantgitter beweist eine relativ



[← Back to the course list](#)

## Physics with Geology - University of Aberdeen

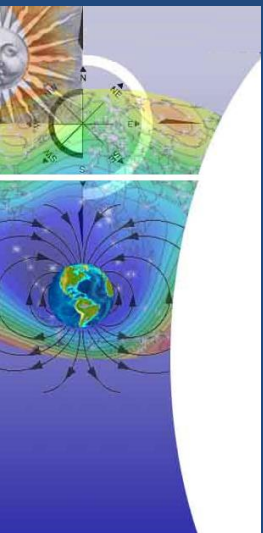
University of Aberdeen

[United Kingdom](#)

[Apply now](#)

This programme brings two hugely popular subjects together to help develop in-demand Geophysicists. Geology is the study of the Earth and how it works: its minerals, rocks, their structure and interactions above and below Earth's surface. It is also concerned with unraveling Earth history, including the history of life, and predicting future geologic events. Geophysics applies mathematics, the principles of physics, and modeling to study the Earth's interior and investigates the Earth's electromagnetic and gravitational fields. At first sight, these two subjects, may appear very different however they are not. A Geophysicist explores the same problems as a Geologist but by application of physical, numerical, and computer technology methods and particularly physics based techniques to the study of Earth's interior and for the exploration of natural resources. If you have ever wondered how volcanoes or earthquakes happen, why Tyrannosaurus is extinct, why mountains form, how oil and gas forms and how to find and produce it, or how climate changes over time, ask a Geophysicist.

# Úvodné poznámky





# Silové interakcie definované v súčasnej fyzike

1. Gravitačná interakcia: pôsobenie hmotných telies navzájom
2. Elektro-magnetická interakcia: pôsobenie elektricky nabitých a zmagnetizovaných častíc (telies)
3. Silná interakcia: vzájomné pôsobenie medzi nukleónmi (protóny, neutróny)
4. Slabá interakcia: sily, ktorými pôsobia ľahké elementárne častice (leptóny) medzi sebou

Ktorá z týchto silových interakcií je najdominantnejšia?

silná  
inter.  
1

el-mag.  
inter.  
 $10^{-4}$

slabá  
inter.  
 $10^{-13}$

gravitačná  
inter.  
 $10^{-40}$

# medzinárodná sústava jednotiek SI

## Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	<b>m</b>	dĺžka
kilogram	<b>kg</b>	hmotnosť
sekunda	<b>s</b>	čas
ampér	<b>A</b>	elektrický prúd
kelvin	<b>K</b>	termodynamická teplota
mól	<b>mol</b>	látkové množstvo
kandela	<b>cd</b>	svietivosť

## poznáme 7 základných jednotiek:

**Meter** je dĺžka dráhy, ktorú prejde svetlo vo vákuu za  $1/299792458$  sekundy

**Kilogram** sa rovná hmotnosti medzinárodného prototypu kilogramu (platino - irídiový valec), ktorý je umiestnený v Medzinárodnom úrade pre miery a váhy (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM) v Paríži. Kilogram je základná jednotka SI (nie gram).

**Je to jediná jednotka doteraz definovaná prototypom namiesto merateľného prírodného úkazu.**

# medzinárodná sústava jednotiek SI

## Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	<b>m</b>	dĺžka
kilogram	<b>kg</b>	hmotnosť
sekunda	<b>s</b>	čas
ampér	<b>A</b>	elektrický prúd
kelvin	<b>K</b>	termodynamická teplota
mól	<b>mol</b>	látkové množstvo
kandela	<b>cd</b>	svietivosť

**Sekunda** je trvanie presne 9 192 631 770 periód žiarenia, ktoré zodpovedá prechodu medzi dvoma hladinami veľmi jemnej štruktúry základného stavu cézia ( $^{133}\text{Cs}$ ) pri teplote 0 kelvinov.

**Ampér** je stály elektrický prúd, ktorý pri prechode dvoma priamymi rovnobežnými nekonečne dlhými vodičmi zanedbateľného kruhového prierezu, umiestnenými vo vákuu vo vzdialenosti 1m od seba, vyvolá silu  $2 \times 10^{-7}$  newtonu na 1 meter dĺžky vodičov.

Jednotka je pomenovaná podľa Andrého Maria Ampéra (1775 – 1836).

# medzinárodná sústava jednotiek SI

## Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	<b>m</b>	dĺžka
kilogram	<b>kg</b>	hmotnosť
sekunda	<b>s</b>	čas
ampér	<b>A</b>	elektrický prúd
kelvin	<b>K</b>	termodynamická teplota
mól	<b>mol</b>	látkové množstvo
kandela	<b>cd</b>	svietivosť

**Kelvin** je  $1/273.16$  termodynamickej teploty trojného bodu vody.

Jednotka je pomenovaná podľa Williama Thomsona lorda Kelvina (1824 – 1907).

**Mól** je látkové množstvo sústavy, ktorá obsahuje práve toľko elementárnych jedincov (entít), koľko je atómov v  $0.012$  kg čistého uhlíka ( $^{12}\text{C}$ ). Pri udávaní látkového množstva treba elementárne častice (entity) špecifikovať; môžu to byť atómy, molekuly, ióny, elektróny, iné častice alebo bližšie určené zoskupenia častíc. Ide približne o  $6.02214199 \times 10^{23}$  entít.

# medzinárodná sústava jednotiek SI

## Základné jednotky SI

Meno	Symbol	Veličina
meter	<b>m</b>	dĺžka
kilogram	<b>kg</b>	hmotnosť
sekunda	<b>s</b>	čas
ampér	<b>A</b>	elektrický prúd
kelvin	<b>K</b>	termodynamická teplota
mól	<b>mol</b>	látkové množstvo
kandela	<b>cd</b>	svietivosť

**Kandela** je svietivosť zdroja, ktorý v danom smere vysiela monochromatické žiarenie s frekvenciou  $540 \times 10^{12}$  hertzov, a ktorého žiarivosť v tomto smere je  $1/683$  wattu na steradián.

# medzinárodná sústava jednotiek SI

## dálej poznáme v sústave SI tzv. odvodené jednotky:

Tvoria sa kombináciou základných jednotiek, kvôli dĺžke a zložitosti sa niektoré z nich označujú novým názvom.

Príklady: kilogram na meter kubický, meter štvorcový, meter kubický, meter za sekundu, Newton, Ohm, Pascal, Volt, Watt, Henry, Farad, Joule, Weber, Siemens, Hertz...

(napr. Hertz =  $[s^{-1}]$ )

### *Pokus o vtip:*

Laplace, Newton a Pascal hrajú schovávačku.

Ako prvý žmúri Laplace, Pascal skočí za kríky, ale Newton iba zostane stáť na mieste a paličkou vyryje do zeme okolo seba štvorec 1 x 1 m. Keď Laplace skončí odrátavanie a otvorí oči, tak zbadá Newtona a zakričí „Newton“! Newton však odvetí: „Nie, nie, Newton na meter štvorcový, čiže Pascal“! ;-)

$$1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

# medzinárodná sústava jednotiek SI

**napokon sú ešte v sústave SI tzv. vedľajšie jednotky:**

Sú to tie jednotky, ktoré úplne nezapadajú do sústavy SI, ale sú povolené pre svoju všeobecnú rozšírenosť a užitočnosť: hodina, minúta, stupeň Celzia, liter...

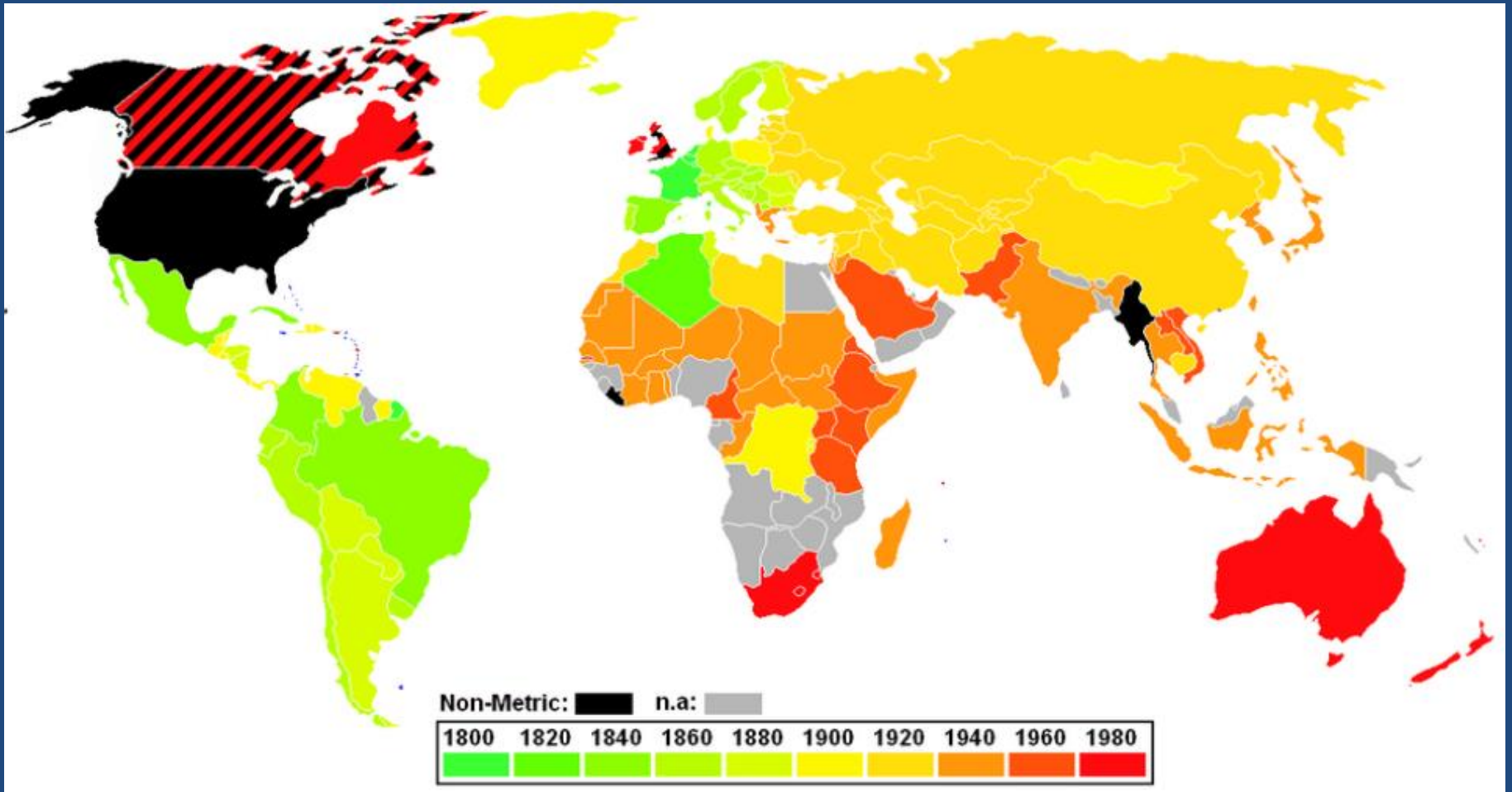
**dôležité sú tiež násobky a časti jednotiek:**

Tieto sú realizované cez predpony, ktoré sa pridávajú ku menám samotných jednotiek: kilo, micro, mega, mili,...

skr.	názov	pôvod	hodnota	hodnota	názov
Y	yotta	tal. <i>otto</i> = osem	$10^{24}$ ( $1000^8$ )	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000	kvadrilión
Z	zetta	tal. <i>sette</i> = sedem	$10^{21}$ ( $1000^7$ )	1 000 000 000 000 000 000 000	triliarda
E	exa	gr. <i>εξάκις, hexákis</i> = šesťkrát	$10^{18}$ ( $1000^6$ )	1 000 000 000 000 000 000	trilión
P	peta	gr. <i>πεντάκις</i> = päťkrát	$10^{15}$ ( $1000^5$ )	1 000 000 000 000 000	billiarda
T	tera	gr. <i>τέρας, téras</i> = tetrákis = štyrikrát	$10^{12}$ ( $1000^4$ )	1 000 000 000 000	bilión
G	giga	gr. <i>γίγας, gígas</i> = obrovský	$10^9$ ( $1000^3$ )	1 000 000 000	miliarda
M	mega	gr. <i>μέγας, mégas</i> = veľký	$10^6$ ( $1000^2$ )	1 000 000	milión
k	kilo	gr. <i>χίλιοι, chílioi</i> = tisíc	$10^3$	1 000	tisíc
h	hekto	gr. <i>εκατόν, hekatón</i> = sto	$10^2$	100	sto
da	deka	gr. <i>δέκα, déka</i> = desať	$10^1$	10	desať
–	—		$10^0$	1	jeden
d	deci	lat. <i>decimus</i> = desatina	$10^{-1}$	0,1	desatina
c	centi	lat. <i>centesimus</i> = stotina	$10^{-2}$	0,01	stotina
m	mili	lat. <i>millesimus</i> = tisícina	$10^{-3}$	0,001	tisícina
μ	mikro	gr. <i>μικρός, mikrós</i> = malý	$10^{-6}$ ( $1000^{-2}$ )	0,000 001	milióntina
n	nano	gr. <i>νάνος, nános</i> = trpaslík	$10^{-9}$ ( $1000^{-3}$ )	0,000 000 001	miliardtina
p	piko	tal. <i>piccolo</i> = malý	$10^{-12}$ ( $1000^{-4}$ )	0,000 000 000 001	bilióntina
f	femto	škand. <i>femton</i> = pätnásť	$10^{-15}$ ( $1000^{-5}$ )	0,000 000 000 000 001	billiardtina
a	atto	škand. <i>arton</i> = osemnásť	$10^{-18}$ ( $1000^{-6}$ )	0,000 000 000 000 000 001	trilióntina
z	zepto	lat. <i>septem</i> = sedem	$10^{-21}$ ( $1000^{-7}$ )	0,000 000 000 000 000 000 001	triliardtina
y	yokto	lat. <i>octo</i> = osem	$10^{-24}$ ( $1000^{-8}$ )	0,000 000 000 000 000 000 000 001	kvadrilióntina

zaujímavé video: <https://www.youtube.com/watch?v=bhofN1xX6u0>





krajiny, používající systém SI + metrický systém

## Príklady veľkostí malých objektov v prírodných vedách:

0.1 nm (nanometer) priemer atómu vodíka

0.8 nm amino-kyseliny

4 nm globulárne bielkoviny

7 nm hrúbka molekulových membrán

100 nm HIV vírus

2  $\mu\text{m}$  baktéria E.coli

1 mm priemer nervovej bunky sépie

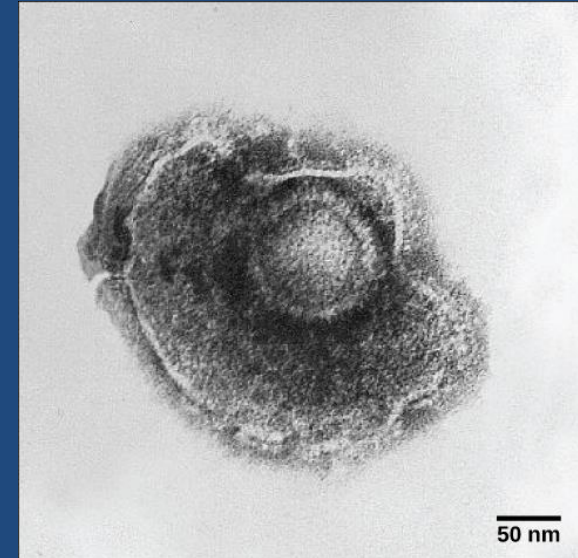
120 mm priemer pštosieho vajca

3 m dĺžka nervovej bunky žirafy (v krku)

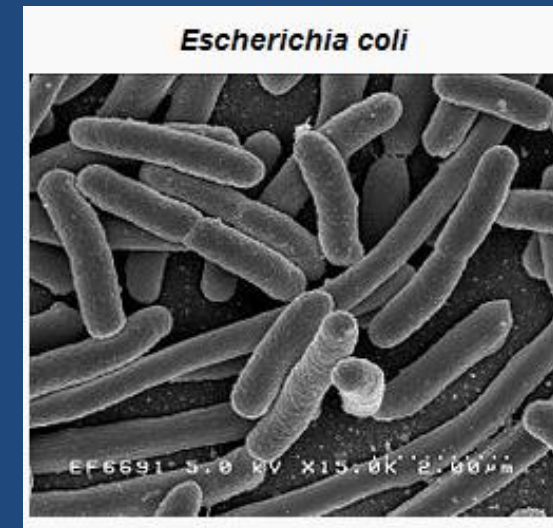
Pozn.: micron je jednotka mimo SI sústavy  
pre mikrometer ( $\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ )

ppm – parts per million

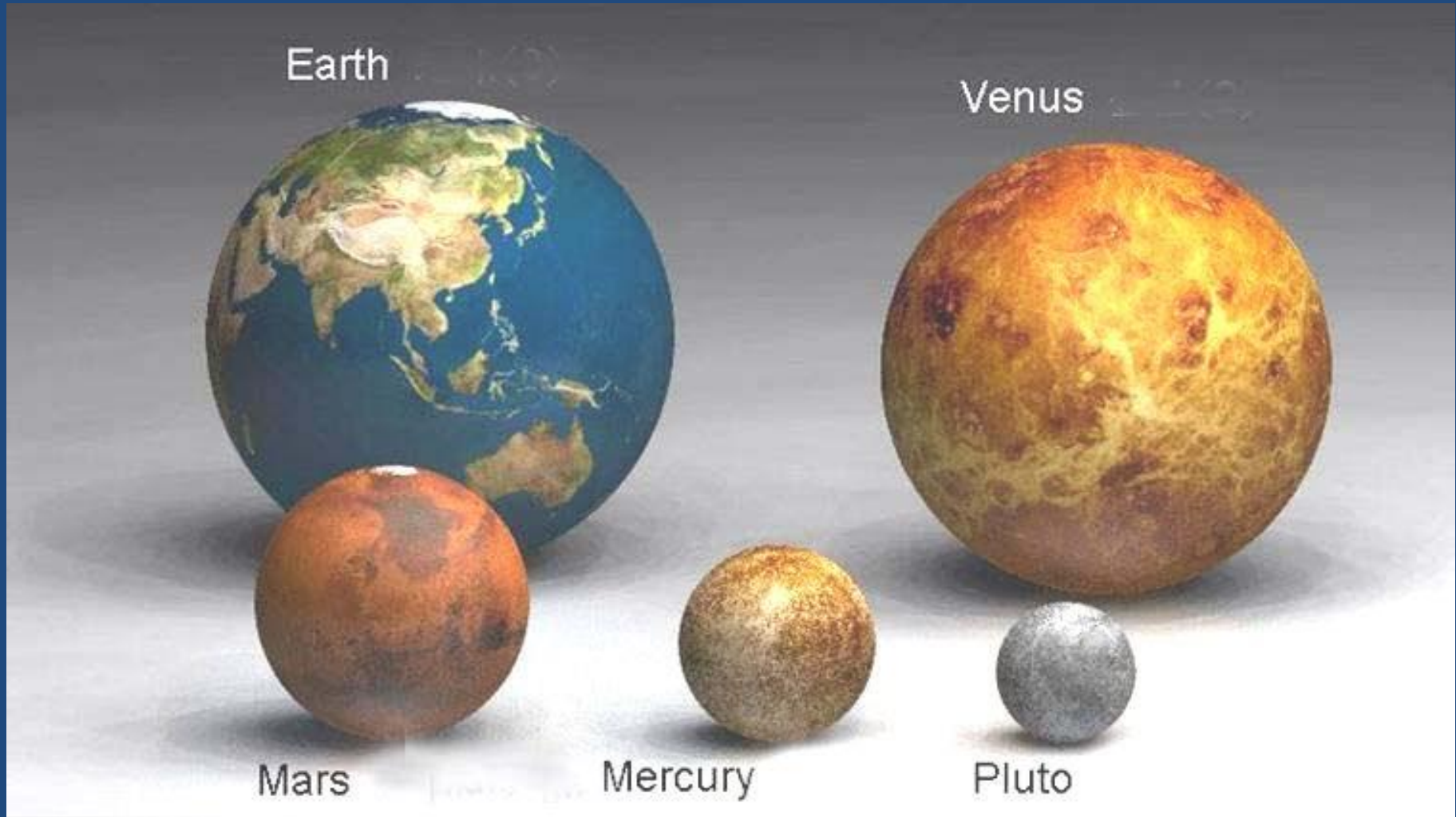
ppb – parts per billion



výstup z elektrónového  
mikroskopu (vírus)



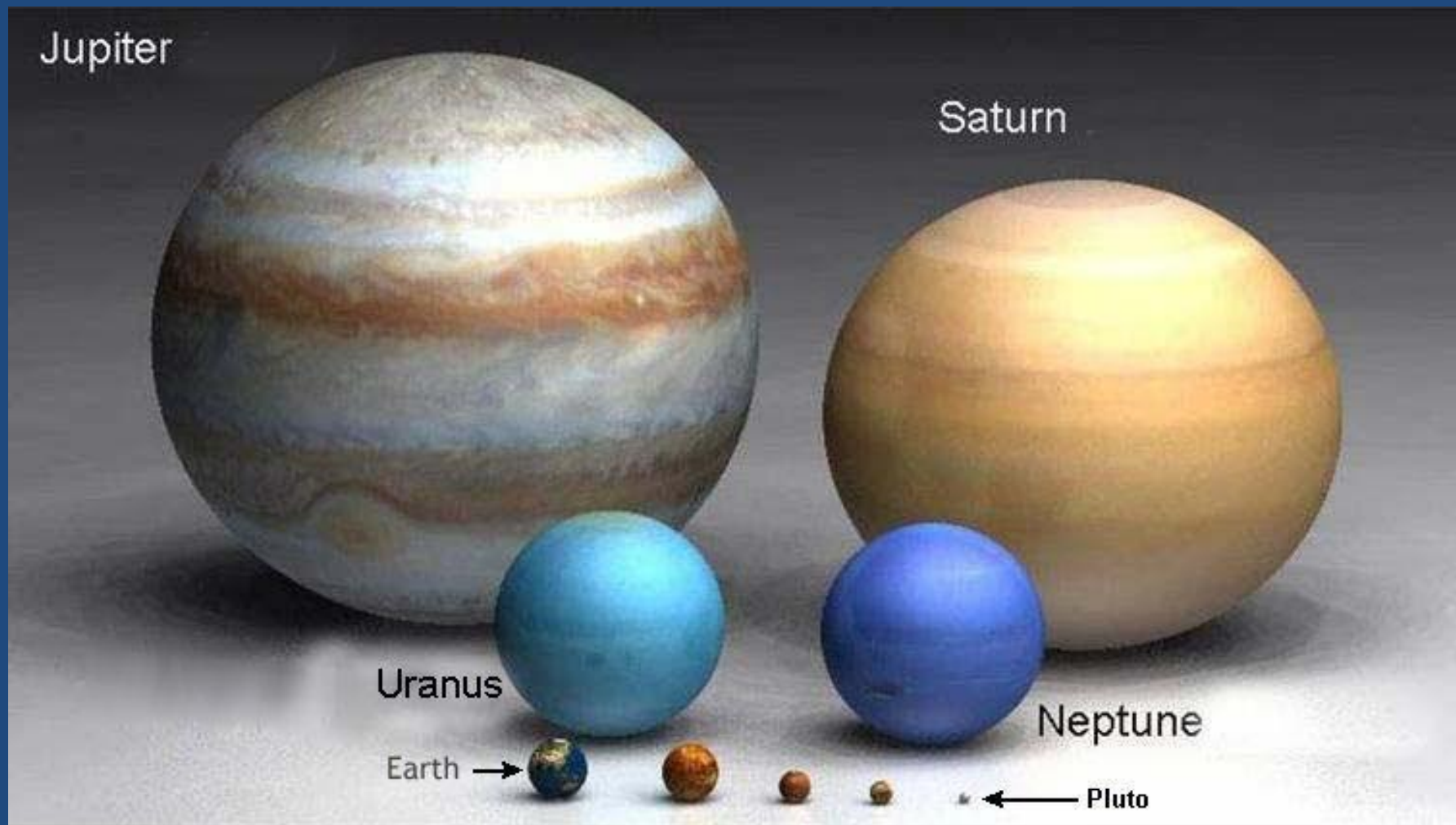
keď už spomíname veľkosti ...



porovnanie veľkostí planét ...

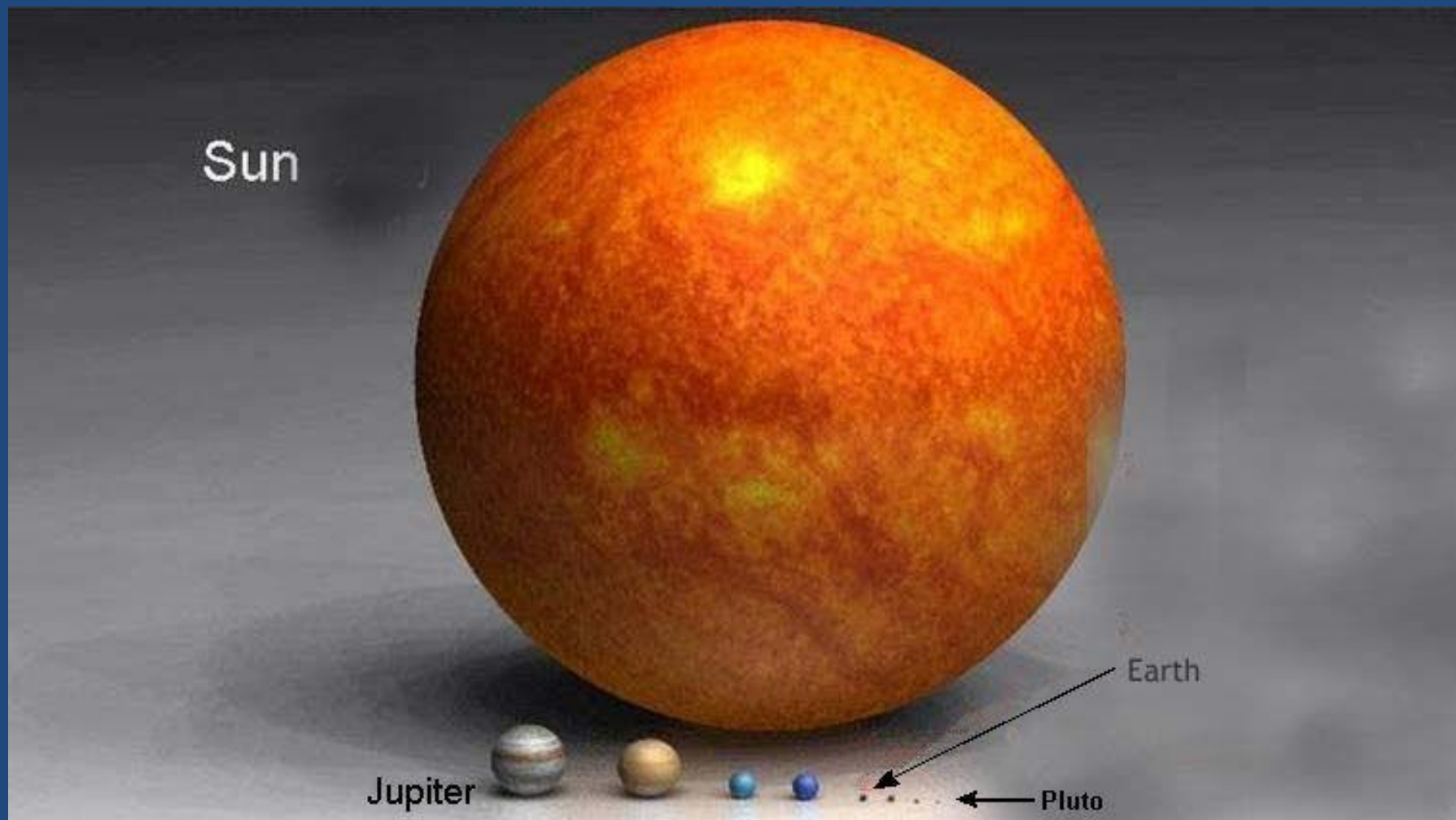
priemer Zeme = 12756.2 km  $\approx$  12.8  $10^6$  m

keď už spomíname veľkosti ...



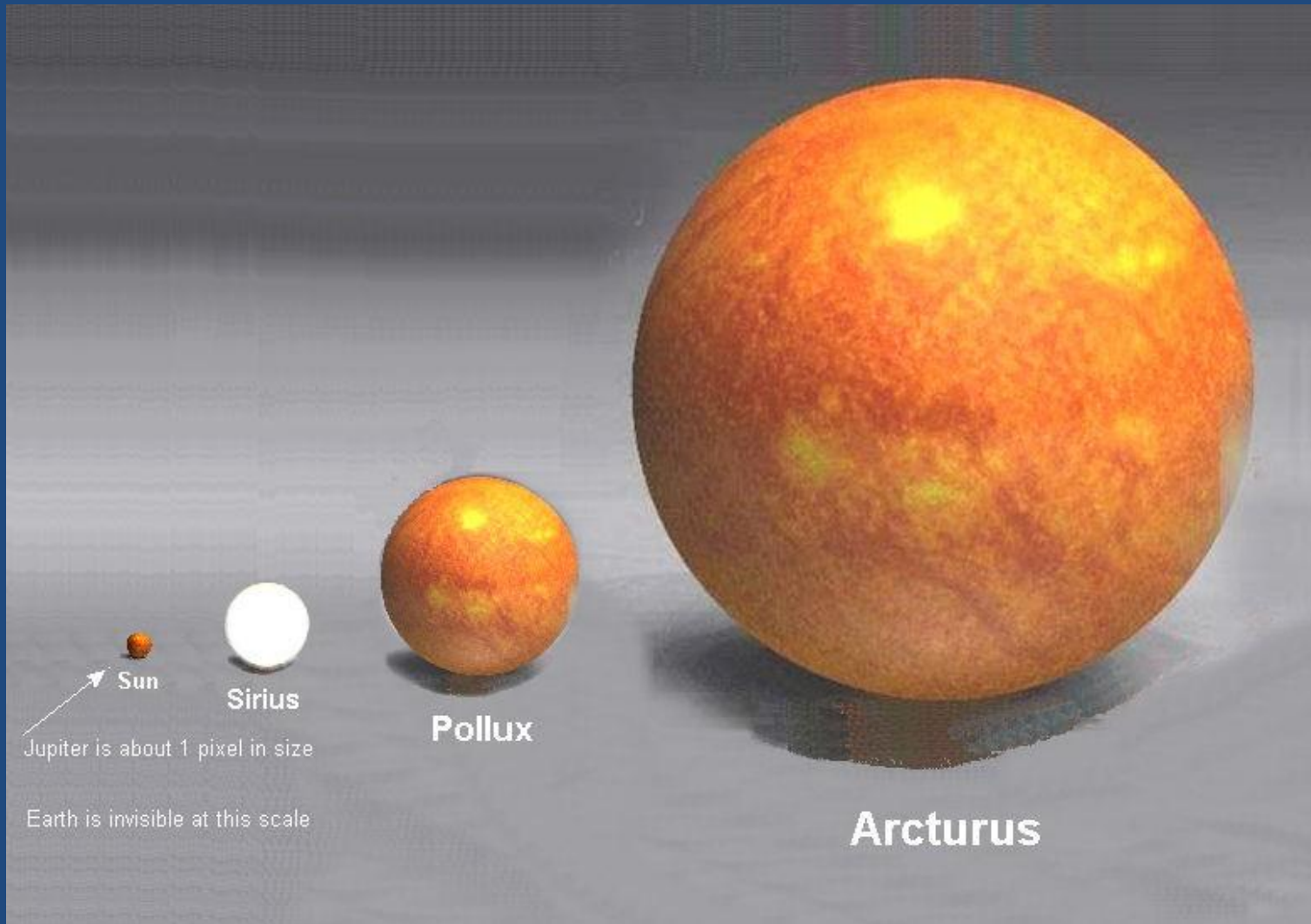
porovnanie veľkostí planét ...

keď už spomíname veľkosti ...



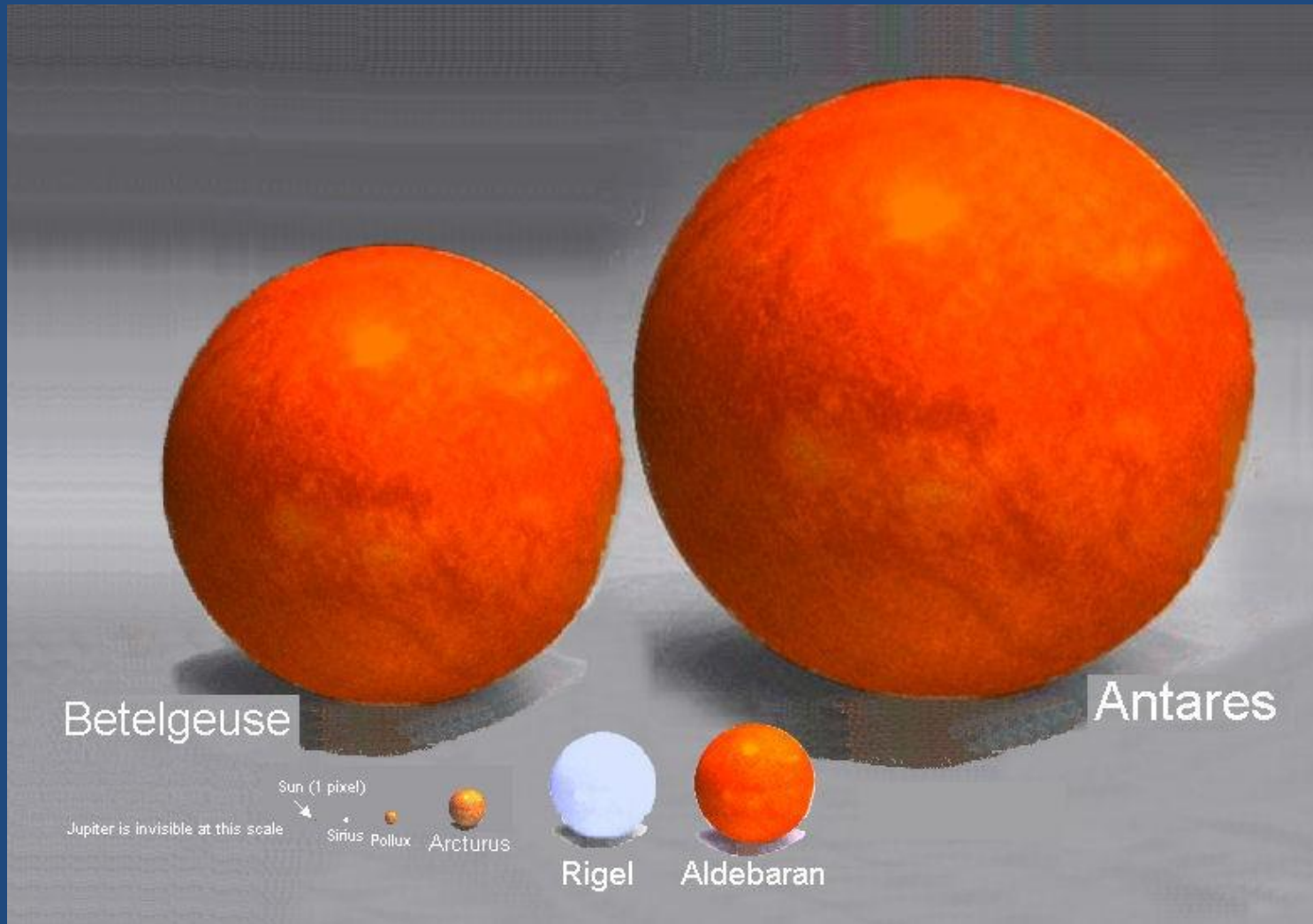
a voči Slnku ...

keď už spomíname veľkosti ...



ďalšie hviezdy (slnká) mimo našej sústavy...

keď už spomíname veľkosti ...



... a ďalej mimo našej sústavy ...

vynikajúce video: <https://www.youtube.com/watch?v=Ny8aUYiwrnI>

# ale poďme späť ku kilogramu...

## problémy s prototypom kilogramu

- (1889, uložený v BIPM v Sévres pri Paríži)
- (odvtedy vybraný iba v 1946 a 1989)
- (zliatina platiny [90%] a irídia [10%])
- (vyrobených 40 kópií – po celom svete)

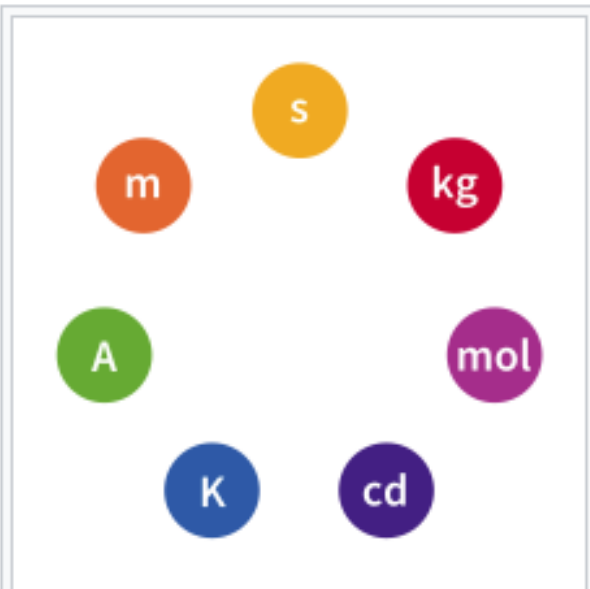


Přibližná podoba mezinárodního prototypu kilogramu

Za 100 rokov stratil tento prototyp pri porovnaní s inými kópiami hmotnosť cca 100  $\mu\text{g}$  (!).

- strata atómov vodíka (?)
- ošúchanie povrchu pri manipulácii (?)
- “nalepenie molekúl vzduchu na iné kópie” (?)
- v podstate to fyzici nevedia vysvetliť...





Sedem základných jednotiek SI

Symbol	Názov	Veličina
K	kelvin	termodynamická teplota
s	sekunda	čas
m	meter	dĺžka
kg	kilogram	hmotnosť
cd	kandela	svietivosť
mol	mól	látkové množstvo
A	ampér	elektrický prúd

Dňa 16. novembra 2018 zasadala "Generálna konferencia pre váhy a miery" a prijala nové definície základných jednotiek SI.

Tieto sú platné od dňa 5. mája 2019, dňa 144. výročia zavedenia metrického systému. Hlavné zmeny sa týkali definícií 4 z nich: kg, A, mol a K.

Súčasná koncepcia sa snaží prepojiť tieto definície na základné fyzikálne konštanty, ktoré vieme merať s relatívne vysokou presnosťou (v rozdielnych laboratóriách po celej Zemi).

Základné jednotky SI		
Meno	Symbol	Veličina
meter	<b>m</b>	dĺžka
kilogram	<b>kg</b>	hmotnosť
sekunda	<b>s</b>	čas
ampér	<b>A</b>	elektrický prúd
kelvin	<b>K</b>	termodynamická teplota
mól	<b>mol</b>	látkové množstvo
kandela	<b>cd</b>	svietivosť

**Kilogram** je definovaný pri zachovaní stálej numerickej hodnoty Planckovej konštanty  $h$  pri  $6.62607015 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ).

Jednotka  $\text{J}\cdot\text{s}$  opisuje sumáciu energie v určitom systéme v čase. Meria sa pomocou Kibblových (wattových) váh, kde sa tiažová sila telesa porovnáva pomocou rovnoramennej páky s magnetickou silou pôsobiacou na cievku s určitým elektrickým prúdom.

Historické definície:

**Kilogram** sa rovná hmotnosti medzinárodného prototypu kilogramu (platino - irídiový valec), ktorý je umiestnený v Medzinárodnom úrade pre miery a váhy v Paríži.

Ešte staršia definícia:

**Kilogram** sa rovná hmotnosti 1 litra vody pri teplote topiaceho sa ľadu. Liter je tisícina kubického metra.

# matematický aparát vo fyzike

Je nesmierne dôležitý - nezľaknite sa ho !!!

skalárne veličiny (majú iba veľkosť)  
(čas, teplota,...)

$t$

vektorové veličiny (majú veľkosť aj smer)  
(sila, rýchlosť, ...)

$\vec{F}$

tenzorové veličiny (zovšeobecnením vektora –  
veľčina má viacej rozmerov)  
(tenzor napätia,... )

$\bar{T}$

# matematický aparát vo fyzike

Často sa používajú derivácie a integrály.

Derivácie sú jednoducho povedané zmeny veličín na veľmi malých úsekoch.

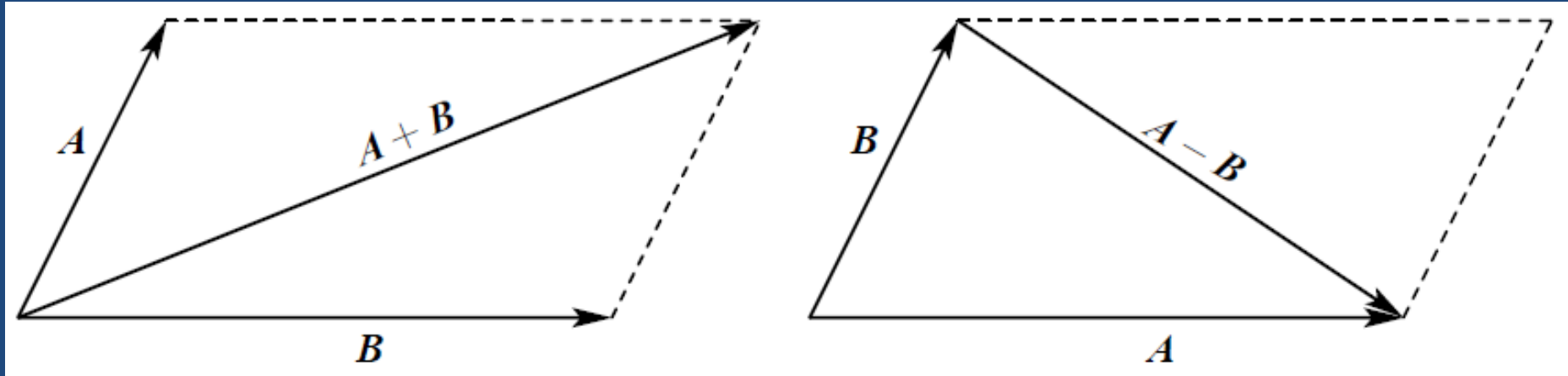
$$v = \frac{ds}{dt} = s' \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \text{tzv. parciálna derivácia}$$

Integrály sú jednoducho povedané sumy veličín na určitých úsekoch (dráhach).

$$A = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad [\text{J}]$$

# matematický aparát vo fyzike

Súčet a rozdiel vektorov:



Skalárny súčin vektorov (výsledok je skalár=číslo)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \vartheta$$

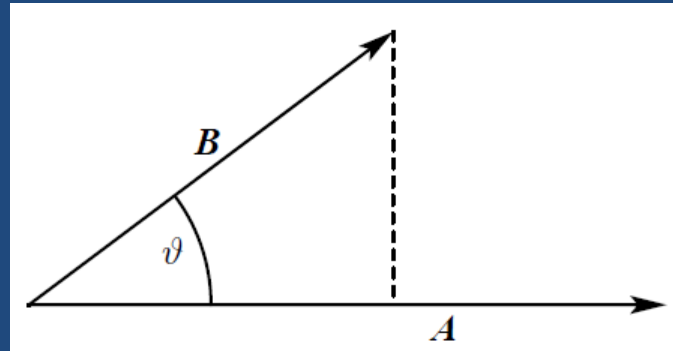
Vektorový súčin vektorov (výsledok je vektor)

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}, \quad |\mathbf{C}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \vartheta$$

Okrem toho môžeme násobiť vektor číslom (skalárom).

Geometrický význam:

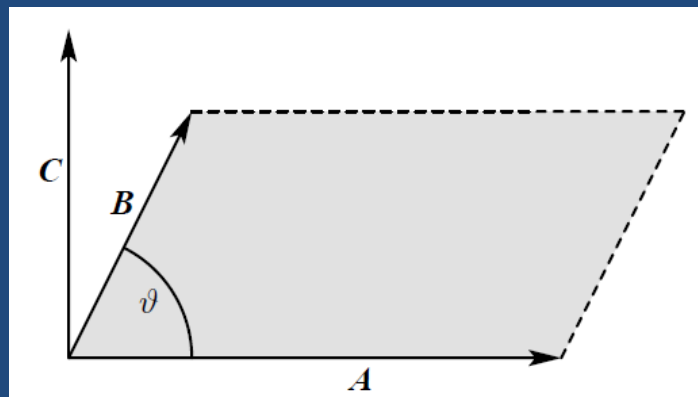
skalárny súčin vektorov (priemet vektora)



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \cos \vartheta$$

vektorový súčin vektorov (plocha kosodĺžnika)

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}, \quad |\mathbf{C}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}| \sin \vartheta$$



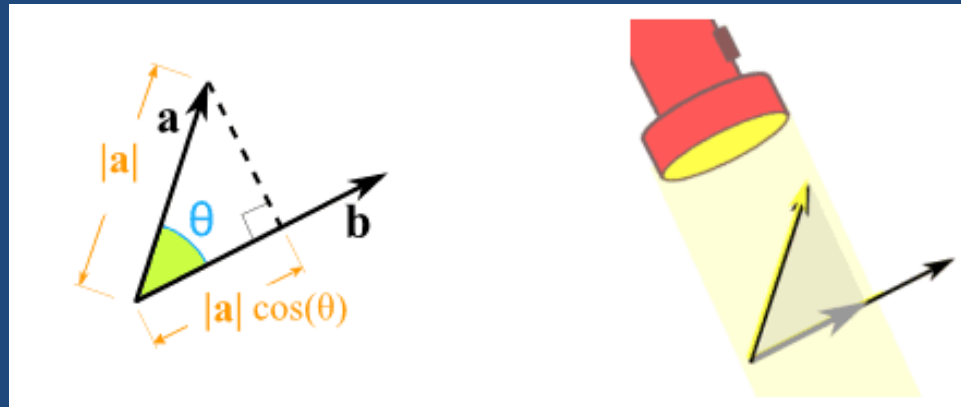
## Doplňujúce poznámky ku skalár. a vektor. súčinu (1/2):

Prečo sa v týchto súčinoch vyskytujú  $\sin()$  a  $\cos()$ ?

- lebo tu vznikla potreba nejakým spôsobom popísať úlohu uhla, ktorý dva vektory zvierajú.

V prípade zavedenia skalárneho súčinu dvoch vektorov existovala potreba vyjadrenia priemetu jedného vektora do smeru druhého vektora – na to sa hodí  $\cos()$ :

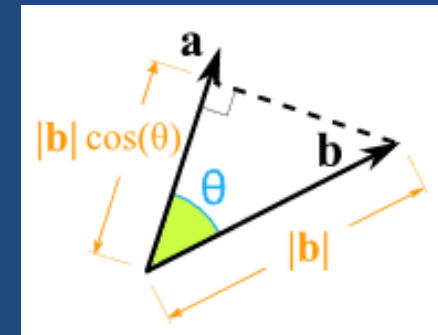
$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\theta)$$



- skalárny súčin je komutatívny:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$

$$|\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\theta) = |\mathbf{a}| \cos(\theta) |\mathbf{b}|$$

- skalárny súčin sa celý deje v rovine, v ktorej ležia oba vektory (nedeje sa v priestore).

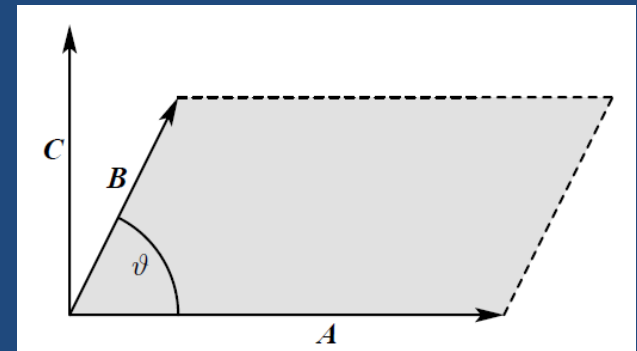


## Doplňujúce poznámky ku skalár. a vektor. súčinu (2/2):

A prečo je vo vektorovom súčine  $\sin()$ ?

- lebo pri predpoklade, že výsledkom tejto operácie bude vektor, kolmý na tie prvé dva (potrebovali sme sa dostať z roviny do priestoru), sa tu proste viacej hodí funkcia sínus – keď budú pôvodné 2 vektory rovnobežné, tak sa „nebude diať nič nové“ ( $\sin 0^\circ = 0$ ), keď budú na seba kolmé, tak výsledok bude „maximálny“ ( $\sin 90^\circ = 1$ )

zároveň sa funkcia  $\sin()$  hodí na výpočet plochy rovnobežníka, ktorý tvoria pôvodné 2 vektory

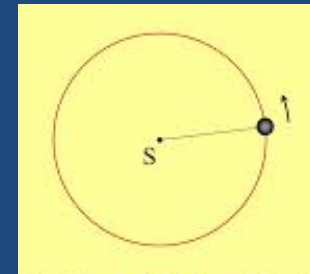






# Základné pojmy - mechanika

## Rovnomerný pohyb hmotného bodu po kružnici:



Je to pohyb, pri ktorom sa hmotný bod pohybuje po trajektórii tvaru kružnice, pričom veľkosť jeho obvodovej rýchlosti je konštantná (smer rýchlosti sa mení). Rovnomerný pohyb po kružnici je periodický pohyb s periódou  $T$  (je to čas, za ktorý hmotný bod opíše celú kružnicu,  $[T] = s$ ).

Obrátená hodnota periódy sa nazýva frekvencia  $f$  a určuje počet obbehov, ktoré hmotný bod vykoná za jednu sekundu.

$$f = \frac{1}{T}, [f] = s^{-1} = \text{Hz}$$

Uhlová rýchlosť  $\omega$  je veľkosť uhla, ktorý opíše sprievodič  $r$  hmotného bodu za jednu sekundu.  $[\omega] = \text{rad s}^{-1}$

Ak poznáme periódu alebo frekvenciu pohybu, uhlovú rýchlosť vyjadríme ako:

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

Pre obvodovú rýchlosť potom platí:

$$v = \omega r = 2\pi r f = 2\pi r / T$$

Pre zrýchlenie (tzv. dostredivé) v dôsledku rotácie platí:  $a_n = \omega^2 r$ .