

# Fyzika Zeme

- Úvodný kurz pre poslucháčov prvého ročníka bakalárskych programov v rámci odboru geológia
- 4. prednáška – kvapaliny (a plyny) a ich prúdenie

# Obsah prednášky:

- skupenstvá
- ideálny a reálny plyn (kvapalina)
- Archimedov zákon
- rovnica kontinuity
- Bernoulliho rovnica
- laminárne a turbulentné prúdenie

# skupenstvá

## Poznáme 4 základné skupenstvá:

### **Pevné skupenstvo**

- pevné usporiadanie častíc
- silné sily
- tvarová stálosť

### **Kvapalné skupenstvo**

- slabé sily
- nestlačiteľnosť
- neudržateľnosť tvaru

### **Plynné skupenstvo**

- slabé sily
- stlačiteľnosť
- neudržateľnosť tvaru

### **Plazma**

*(ionizovaný stav hmoty podobný plynu)*

- prítomnosť nabitých častíc
- vodivosť a ovplyvňovanie častíc elektromagnetickým poľom

# skupenstvá

Rôzne skupenstvá tej istej látky sa nazývajú **fázy**, napríklad mlieko pozostáva z dvoch fáz – vody (tekuté skupenstvo) a tuku (pevné skupenstvo).

Tento pojem je však relatívny – závisí od stupňa podrobnosti skúmania danej látky. Pri povrchnom skúmaní sa dá napríklad aj tvrdiť, že mlieko je len jednofázové - tekuté, a pojmy fáza a skupenstvo potom splývajú.

Čistá látka môže v rovnovážnom stave za danej **teploty** a **tlaku** existovať buď v jednej, v dvoch alebo najviac v troch fázach súčasne (fázové diagramy).

Látka môže v danom stave zotrvať len v určitom intervale teplôt a tlakov. Pri ich zmene môže látka prejsť do iného stavu (skupenstva) – napr. topenie, var, sublimácia.

# skupenstvá v stavbe hornín

V mineralógii a petrológii sa prejavujú základné fázy látky nasledujúcim spôsobom:



- **pevné skupenstvo**: minerály, skelet horniny
- **kvapalné skupenstvo**: kvapaliny v póroch hornín (najmä voda, ale aj ropa)
- **plynné skupenstvo**: plyny v póroch hornín (najmä vzduch, ale aj uhľovodíkové plyny)
- **plazmatický stav** sa bežne v prírode medzi minerálmi nevyskytuje.

# Plyny

**Plyn** alebo **plynné skupenstvo (látka)** je jedno zo základných skupenstiev, pri ktorom sú jednotlivé častice látky relatívne ďaleko od seba, voľne sa pohybujú v priestore a pôsobia na ne zanedbateľne malé príťažlivé sily.

V porovnaní s kvapalinami a tuhými látkami majú plyny omnoho menšiu hustotu a viskozitu a sú stlačiteľné.

Na zjednodušené skúmanie vlastností plynov sa používa **ideálny plyn**. **Skutočný plyn (reálny)** má na rozdiel od plynu ideálneho aj viskozitu, teda vnútorný mechanický odpor a nedá sa úplne stlačiť.

# Ideálny plyn

**Ideálny plyn** je teoretický model, ktorý opisuje hypotetickú hmotu v plynnom skupenstve. Je zjednodušením, ktoré sa používa vo fyzike pri štúdiu reálnych plynov.

Zjednodušenie spočíva v tom, že zatiaľ čo molekuly reálneho plynu na seba navzájom pôsobia silami, **pri ideálnom plyne toto silové pôsobenie zanedbávame.** Molekuly ideálneho plynu sa preto medzi jednotlivými zrážkami pohybujú priamočiara.

Teoretické vlastnosti ideálneho plynu dostatočne presne vystihujú vlastnosti reálneho plynu pri nižších hustotách a tlakoch a stredných teplotách. Priblíženie ideálneho plynu prestáva byť presné najmä pri vysokých hustotách.

# Ideálny a reálny plyn

Každý plyn s ktorým sa stretávame (**reálny**) v prírode sa do určitej miery líši od **ideálneho**. Mnohé plyny sa však za normálnych podmienok líšia len nepatrne (napr. vodík a hélium).

Napriek tomu, že skutočný plyn (reálny) nemôžeme úplne stlačiť a má na rozdiel od plynu ideálneho aj vnútorný mechanický odpor môžeme zákonitosti platné pre ideálny plyn použiť aj na vyšetrenie reálnych plynov.



# kvapaliny

**Kvapalina** (iné názvy: kvapalné skupenstvo, kvapalná látka, tekutina, tekutá látka).

**Kvapalina** je tekutá forma látky a jedno zo skupenstiev, pri ktorom sú častice relatívne blízko pri sebe, ale nie sú viazané v pevných polohách a môžu sa pohybovať v celom objeme.



# kvapaliny

## Vonkajšie vlastnosti kvapalín:

- kvapaliny sú tekuté,
- kvapaliny sú ľahko deliteľné,
- kvapalnú telesá nemajú svoj tvar, ale majú tvar podľa nádoby, v ktorej sa nachádzajú,
- kvapalnú telesá majú vlastný objem,
- kvapalnú telesá majú voľný povrch (hladinu),
- kvapaliny tvoria kvapky (vd'aka slabým príťažlivým silám medzi časticami),
- kvapaliny sú ťažko stlačiteľné,
- kvapaliny sa snažia zaujať čo možno najmenší povrch,
- teplo sa v kvapalinách môže šíriť prúdením,
- elektrický prúd vo vodivých kvapalinách sa prenáša iónmi.

# Ideálna a reálna kvapalina

**Ideálna** kvapalina je homogénna, nestlačiteľná a má nulové vnútorné trenie (tzv. viskozitu).

**Reálna** kvapalina je stlačiteľná a medzimolekulové sily sa v nej prejavujú vnútorným trením.

Najväčšie rozdiely sa prejavujú pri popise prúdenia týchto dvoch druhov kvapalín.

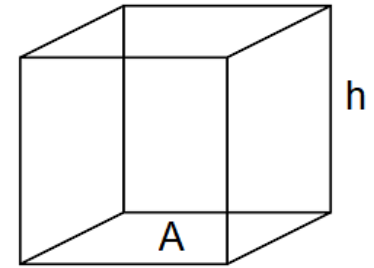
# kvapaliny – dôležité veličiny

## Hydrostatický tlak ( $p$ ), skalárna veličina

Hydrostatický tlak v kvapalinách a plynoch (aerostatický tlak) je tlak spôsobený ich hmotnosťou. V gravitačnom poli zeme pôsobí kvapalina (plyn) tiažovou silou na vrstvy pod nimi.

Jednotka: Pa ( $\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2 = \text{N m}^{-2} = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ )

$$p = \frac{|F|}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \frac{\rho hAg}{A} = \rho hg$$



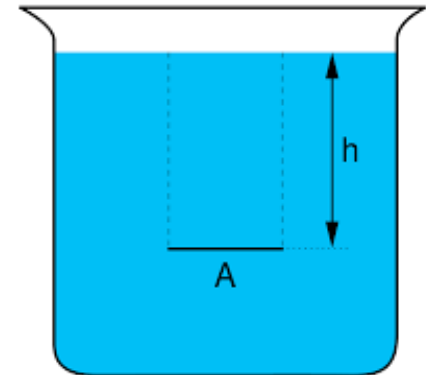
kde:  $A$  – spodná plocha objemu,  $V$  – objem,  $\rho$  – hustota.

Hydrostatický tlak pôsobí všetkými smermi (kvôli rozkladu síl medzi časticami kvapaliny do rôznych smerov).

Hydrostatickým tlakom tlačí kvapalina na telesá do nej ponorené, na steny nádoby v ktorej je umiestnená.

Pozn.: Uvedený vzťah ( $p = \rho hg$ ) platí

aj pre **atmosferický** a **litostatický tlak**.

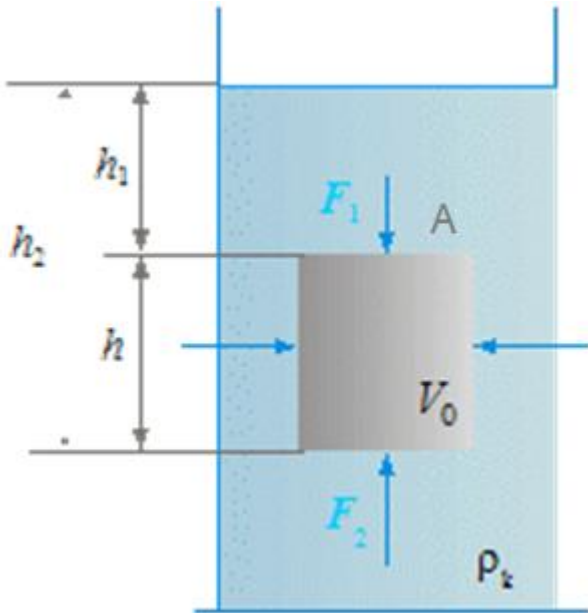


# kvapaliny – dôležité veličiny

## Hydrostatická vztlaková sila ( $F_{vz}$ ), vektorová veličina

Na základe vzťahu pre hydrostatický tlak si vieme vyjadriť vzťah pre silu, ktorá pôsobí na teleso, ktoré je ponorené do kvapaliny:

$$p = \rho h g = \frac{|F|}{A} \rightarrow |F| = h \rho g A$$



- na hornú podstavu pôsobí tlaková sila zvisle nadol:

$$F_1 = h_1 \rho g A$$

- na dolnú podstavu pôsobí tlaková sila zvisle nahor:

$$F_2 = h_2 \rho g A$$

$$F_2 > F_1$$

- výslednica týchto síl, pôsobiaca na valec zvisle nahor sa nazýva **hydrostatická vztlaková sila**:

$$F_{vz} = F_2 - F_1$$

$$F_{vz} = (h_2 - h_1) \rho g A$$

$$F_{vz} = h \rho g A$$

$$F_{vz} = \rho g V$$

← základ Archimedovho zákona

# Archimedov zákon

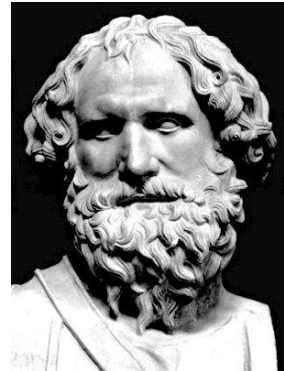
- Teleso ponorené do kvapaliny je nadľahčované **hydrostatickou vztlakovou silou**, ktorej veľkosť sa rovná veľkosti tiaže kvapaliny vytlačenej ponorenou časťou telesa.

- **Veľkosť hydrostatickej vztlakovej sily:**

$$F_{VZ} = \rho g V$$

Archimedes

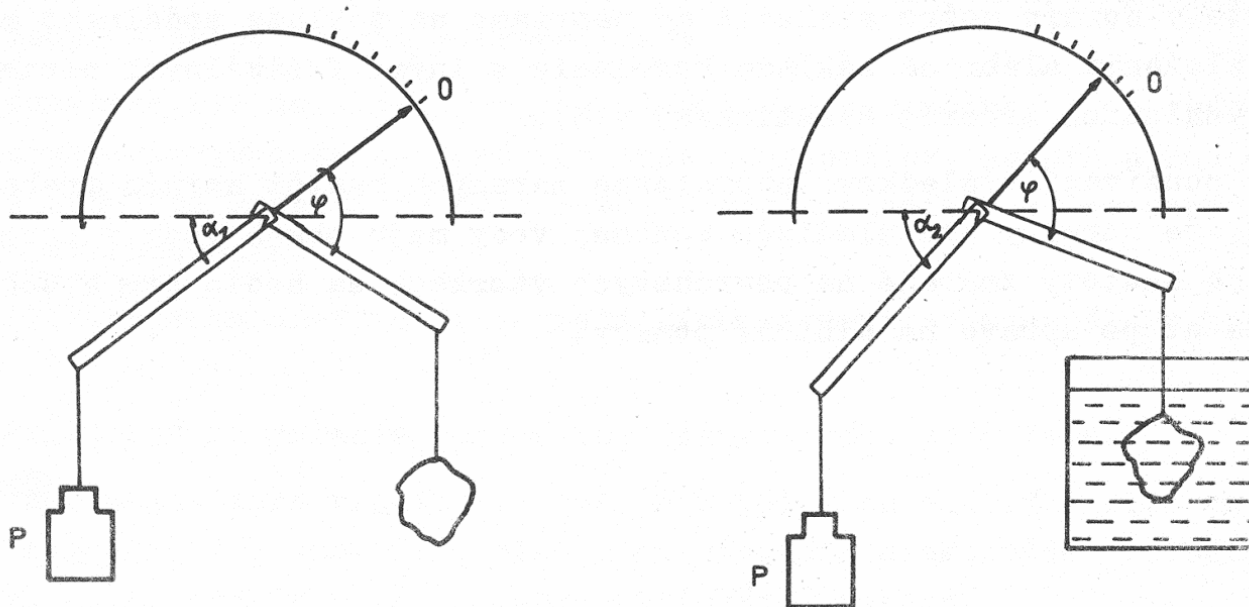
(asi 287 – 212 pred n. l.)



- je priamo úmerná objemu  $V$  ponorenej časti telesa, hustote  $\rho$  kvapaliny a veľkosti tiažového zrýchlenia  $g$ .



# Aplikácia Archimedovho zákona - princíp denzitometra (denzitometer – jednoduché zariadenie na odhad hustôt vzoriek)



Obr. 2.25: Určovanie hustôt denzitometrom

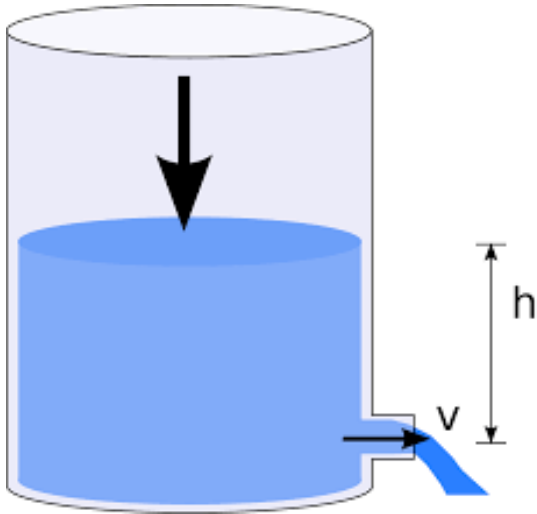
Ponorená vzorka do kvapaliny (vody) je nadľahčovaná vztlakovou silou, ktorá je úmerná tiaži kvapaliny vytlačenej objemom telesa. V strede váh dochádza ku rovnováhe momentov síl.

# kvapaliny – dôležité veličiny

## Rýchlosť vytekajúcej kvapaliny (tzv. Torricelliho vzorec)

Popisuje rýchlosť ideálnej kvapaliny, ktorý voľne vyteká z nádoby otvorom na základe pôsobenia tiažovej sily. Táto rýchlosť má práve takú veľkosť, akú by získali častice kvapaliny pri voľnom páde z výšky  $h$ .

Pre reálnu kvapalinu bude rýchlosť výtoku nižšia vzhľadom na jej viskozitu.



$$|v| = \sqrt{2gh}$$

Pri odvodení sa vychádza z jednoduchých vzťahov pre voľný pád:

$$s = h = \frac{1}{2}gt^2, \quad v = gt$$

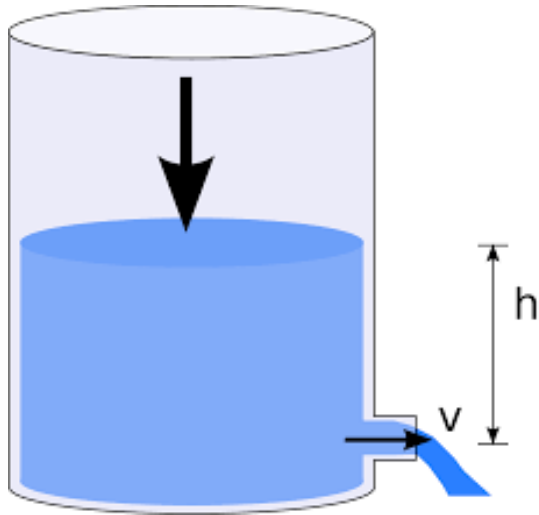


# kvapaliny – dôležité veličiny

## Rýchlosť vytekajúcej kvapaliny (tzv. Torricelliho vzorec)

Popisuje rýchlosť ideálnej kvapaliny, ktorý voľne vyteká z nádoby otvorom na základe pôsobenia tiažovej sily. Táto rýchlosť má práve takú veľkosť, akú by získali častice kvapaliny pri voľnom páde z výšky  $h$ .

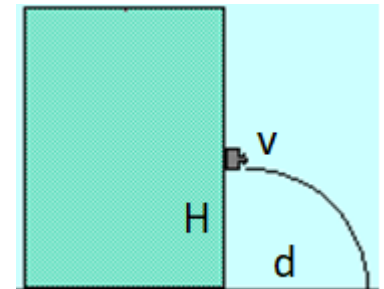
Pre reálnu kvapalinu bude rýchlosť výtoku nižšia vzhľadom na jej viskozitu.



$$|v| = \sqrt{2gh}$$

Pri takýchto príkladoch vieme vypočítať vzdialenosť, do akej dopadne takto vytekajúca kvapalina – podľa tzv. horiz. vrhu:

$$d = v \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$$



# kvapaliny – prúdenie

## **Prúdenie plynov a kvapalín:**

Prúdenie plynov a kvapalín sa popisuje rozdielne, nakoľko pri kvapalinách sa uvažuje s ich nestlačiteľnosťou (hustota kvapalín sa nemení).

Na druhej strane, plyny sú stlačiteľné (hustota sa mení – tzv. stavová rovnica plynu).

# kvapaliny – prúdenie

## Prúdenie plynov a kvapalín:

Prúdenie plynov a kvapalín sa popisuje rozdielne, nakoľko pri kvapalinách sa uvažuje s ich nestlačiteľnosťou (hustota kvapalín sa nemení).

Na druhej strane, plyny sú stlačiteľné (hustota sa mení – tzv. stavová rovnica plynu).

Dôležité pojmy a rovnice:

- prietok,
- rovnica kontinuity,
- Bernoulliho rovnica.

# kvapaliny – prúdenie

## Objemový prietok (Q), skalárna veličina

(prietok alebo prietokové množstvo alebo prietokový objem)

je objem tekutiny, ktoré prejde daným prierezom

(napríklad istým miestom potrubia alebo rieky) za istý čas.

Jednotka: meter kubický za sekundu ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ).

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{dA}{t} = |v| A$$

kde: Q – objemový prietok, V – objem, t – čas, A – prierez (niekedy aj S),

v – rýchlosť (veľkosť rýchlosti).

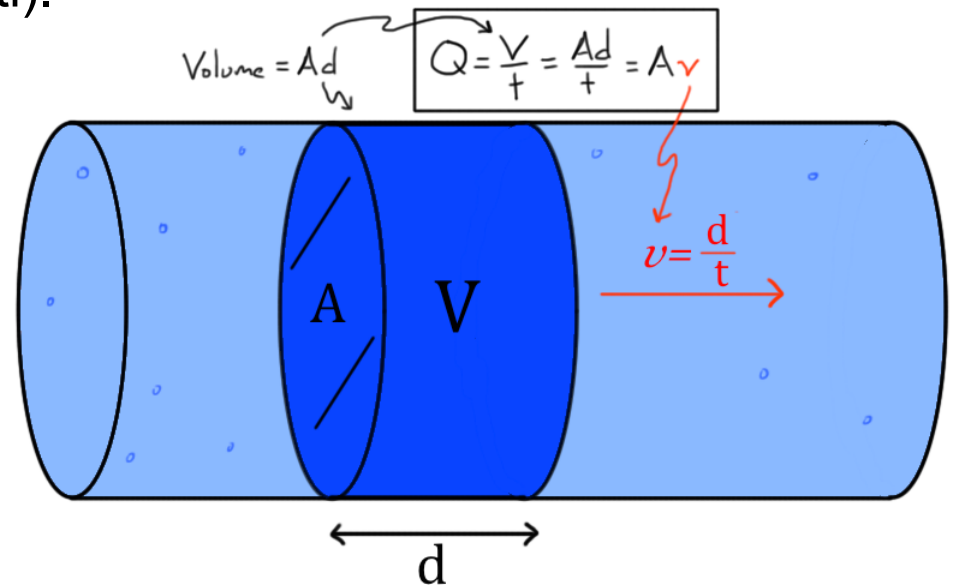
Zaujímavosť:

Priemerné prietoky našich riek:

Dunaj:  $6\,400 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

Váh:  $150 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$

Hron:  $50 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$



# kvapaliny – prúdenie

**Hmotnostný objemový prietok** ( $Q_m$ ), skalárna veličina je hmotnosť tekutiny, ktoré prejde daným prierezom (napríklad istým miestom potrubia alebo rieky) za istý čas. Jednotka: meter kubický za sekundu ( $\text{kg s}^{-1}$ ).

$$Q_m = |\mathbf{v}| A \rho$$

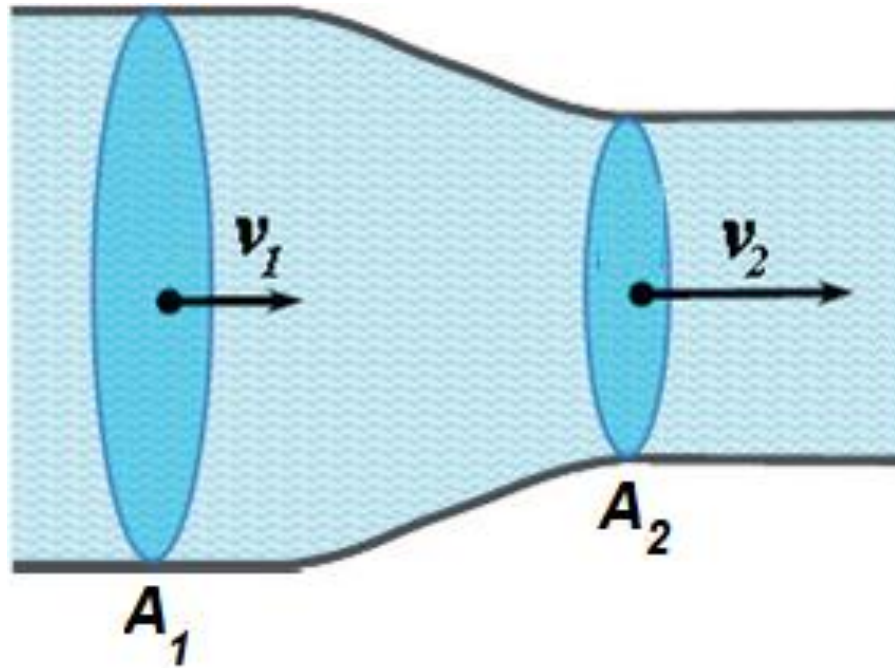
kde:  $\rho$  – hustota.

# kvapaliny – prúdenie

## Rovnica kontinuity (rovnica spojitosti toku)

Keďže ideálna kvapalina je nestlačiteľná (a neexistujú zdroje, ktoré by jej objem zväčšovali), jej objemový prietok zostáva pri prúdení rovnaký.

$$|v|_1 A_1 = |v|_2 A_2 \quad \Rightarrow \quad |v| A = \text{const.}$$



# kvapaliny – prúdenie

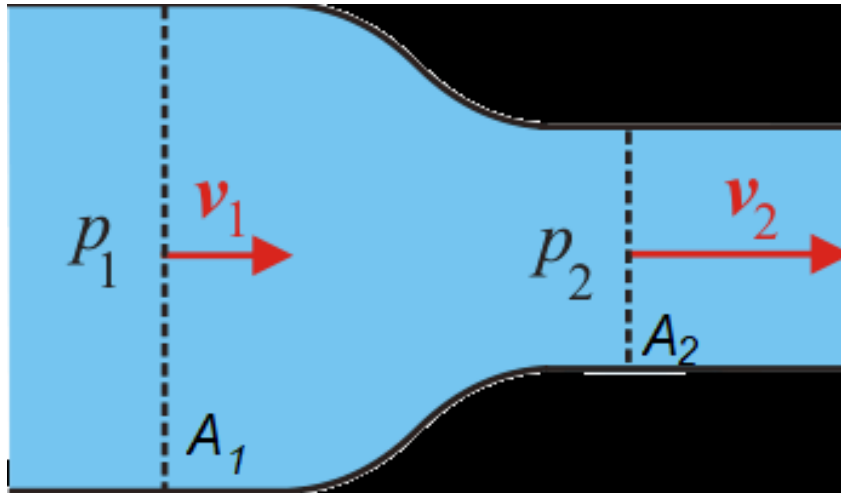
## Bernoulliho rovnica

Pomery tlakov pri prúdení ideálnej kvapaliny najlepšie popisuje tzv. Bernoulliho rovnica:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

hydrostatický tlak  
( $\rho h_1 g$ )

hydrodynamický tlak

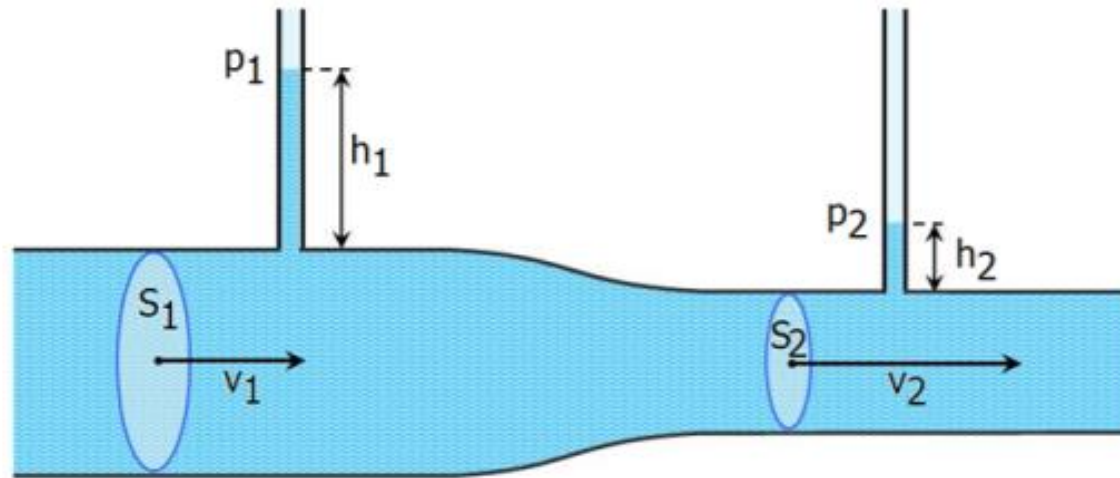


# kvapaliny – prúdenie

## Bernoulliho rovnica - tzv. hydrodynamický paradox

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.}$$

Jav, pri ktorom v užšej trubici (s väčšou prietokovou rýchlosťou) vzniká menší tlak.

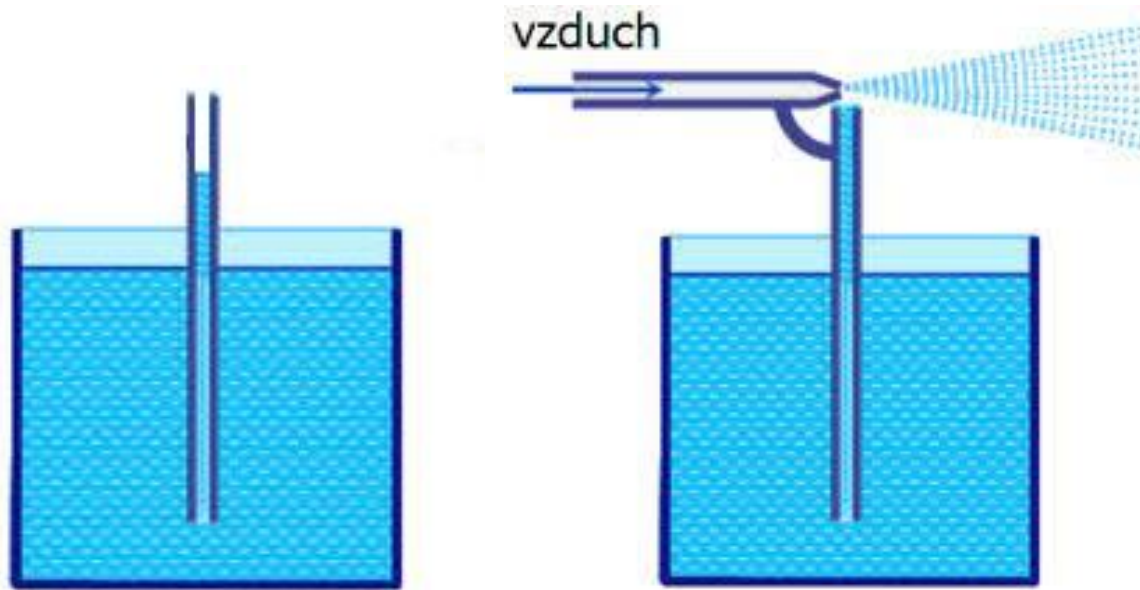


Platí aj pri plynoch – tzv. aerodynamický paradox.



# kvapaliny – prúdenie

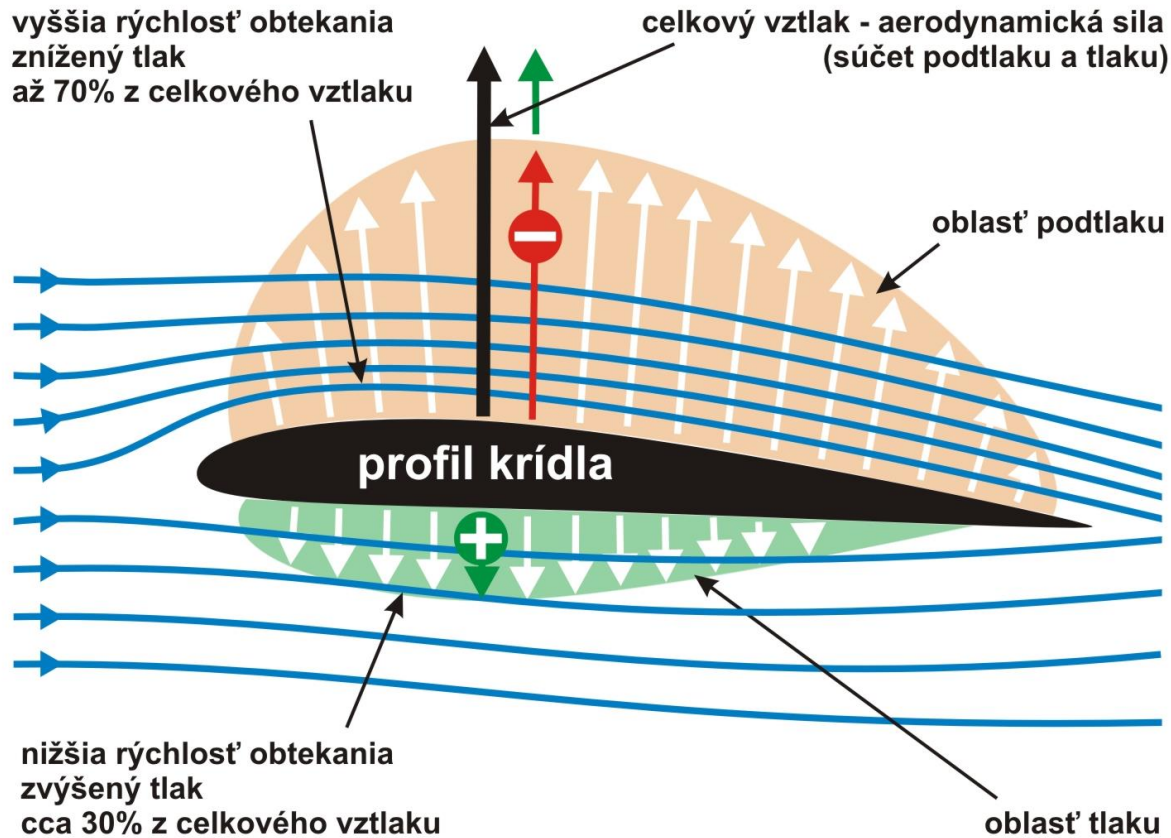
## Bernoulliho rovnica - tzv. hydrodynamický paradox



Vďaka tejto rovnici sa dá vysvetliť princíp rozprašovača (aj karburátora v spaľovacom motore, atď.)

Prečo sa ťažké lietadlá udržia pri lete vo vzduchu...?  
No, kvôli tvaru krídel... hmmm?

## Rozloženie vztlaku na krídle



# Ideálna a reálna kvapalina

späť ku tejto téme...

# kvapaliny – prúdenie

## odporová hydrodynamická sila

Pri narážaní prúdu kvapaliny na prekážku dochádza ku vzniku tzv. odporovej sily. Pre jej veľkosť (skalár) platí tzv. Newtonov vzťah:

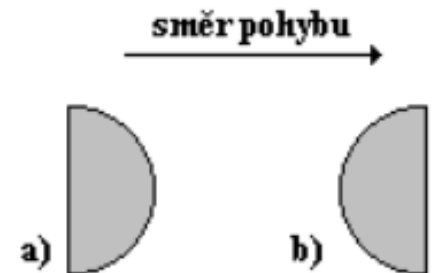
$$F = \frac{1}{2} C A \rho v^2$$

kde:  $C$  – tzv. súčiniteľ odporu (bezrozmerná veličina) – závisí od tvaru telesa (telesá s najväčšou hodnotou  $C$ : padák, ... ; telesá s najmenšou hodnotou  $C$ : telá rýb a vtákov, karosérie automobilov, ...), napr.  $C_{\text{guľa}} = 0,48$ .

$A$  – prierez,

$\rho$  – hustota kvapaliny,

$v$  – rýchlosť (veľkosť rýchlosti).



# kvapaliny – prúdenie

## odporová hydrodynamická sila

$$F = \frac{1}{2} C A \rho v^2$$

Tvary telies a profily	C
Kruhová doska	1,11
Štvorcová doska	1,05 až 1,27
Dutá pologuľa	1,35 až 1,40
Vypuklá pologuľa	0,30 až 0,40
Kruhový valec	1,2
Eliptický valec $a:b = 2 : 1$	0,48
Eliptický valec $a:b = 8 : 1$	0,20
Profily s minim. odporom	0,003 až 0,01
Trup lietadla	0,045 až 0,005

# kvapaliny – prúdenie

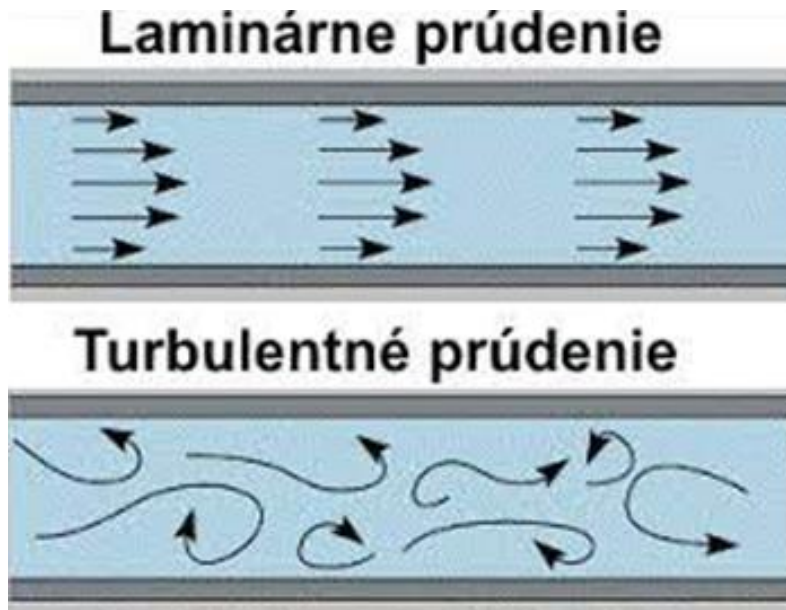
## Prúdenie plynov a kvapalín:

Reálne kvapaliny majú svoju vizkozitu nenulovú – prúdia vo vrstvičkách.

**Laminárne prúdenie** je ustálené prúdenie reálnej kvapaliny malou rýchlosťou (vrstvy kvapaliny sa po sebe pravidelne posúvajú).

**Turbulentné prúdenie** neustálené prúdenie reálnej kvapaliny – pri väčších rýchlostiach dochádza ku vzniku vírenia.

Prechod medzi nimi: **prechodové prúdenie**.





# kvapaliny – prúdenie

## Prúdenie plynov a kvapalín:

**Laminárne prúdenie** je ustálené prúdenie reálnej kvapaliny malou rýchlosťou (vrstvy kvapaliny sa po sebe pravidelne posúvajú).

**Turbulentné prúdenie** neustálené prúdenie reálnej kvapaliny – pri väčších rýchlostiach dochádza ku vzniku vírenia.

Prechod medzi nimi: **prechodové prúdenie**.

Tento prechod sa dá kvantitatívne popísať tzv. **Reynoldsovým číslom**:

$$Re = \frac{\rho |v| D}{\mu}$$

kde:  $\rho$  – hustota prúdiacej kvapaliny,

$v$  – jej rýchlosť,

$D$  – rozmer kolmý na smer prúdenia  
(napr. priemer potrubia),

$\mu$  – koeficient dynamickej viskozity

Je to bezrozmerné číslo.

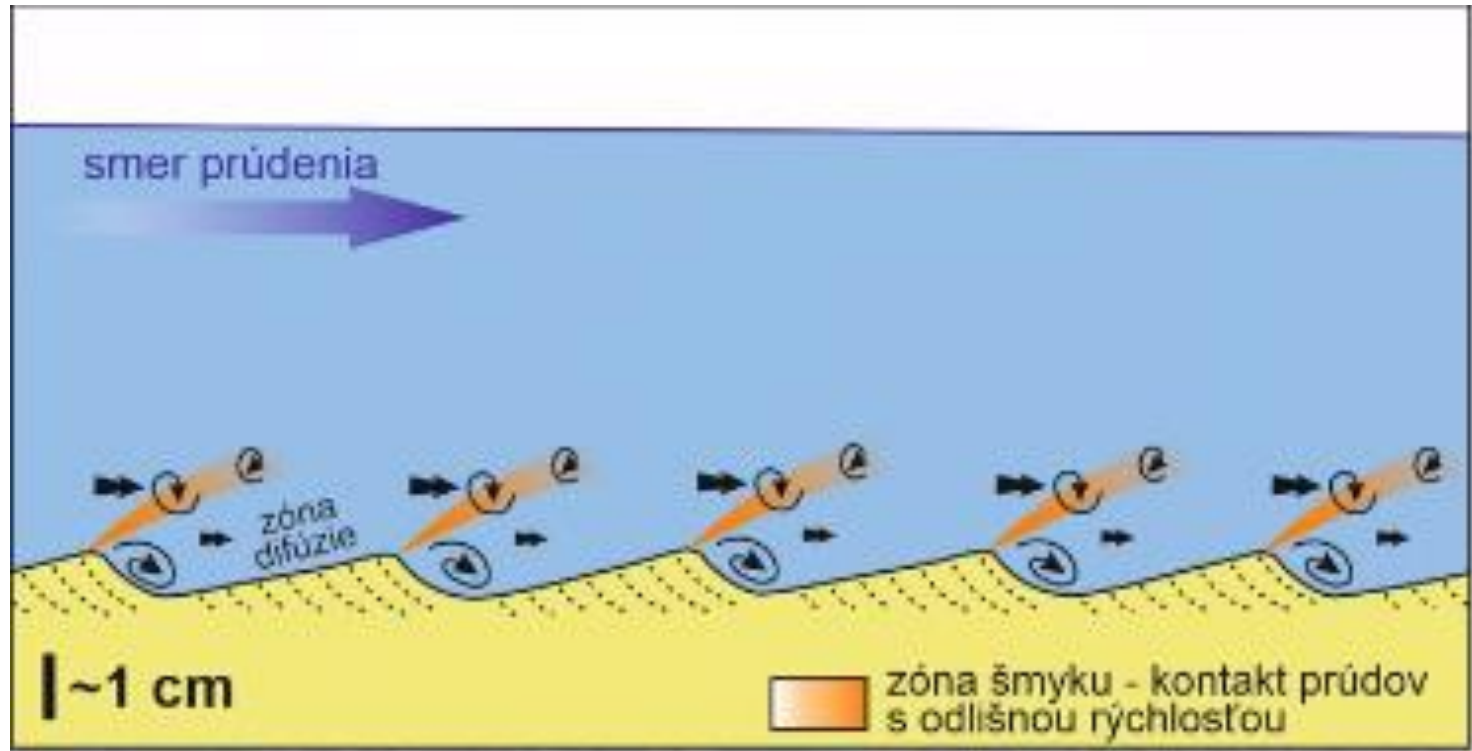
Pri jeho hodnotách 2000 až 2500 nastáva prechod od laminárneho k turbulentnému prúdeniu (napr. zvyšovaním rýchlosti prúdu).

Pri niektorých technických aplikáciách je vznik turbulentného prúdenia žiadaný, pri iných je to práve naopak.

# kvapaliny – prúdenie

## Prúdenie plynov a kvapalín:

**Turbulentné prúdenie** – môže byť vyvolané aj lokálne, a to prekážkami (napríklad pri sedimentácii čerín a dún).



Turbulencia za prekážkou spôsobuje spomalenie prúdenia a následne sedimentáciu transportovaného materiálu.

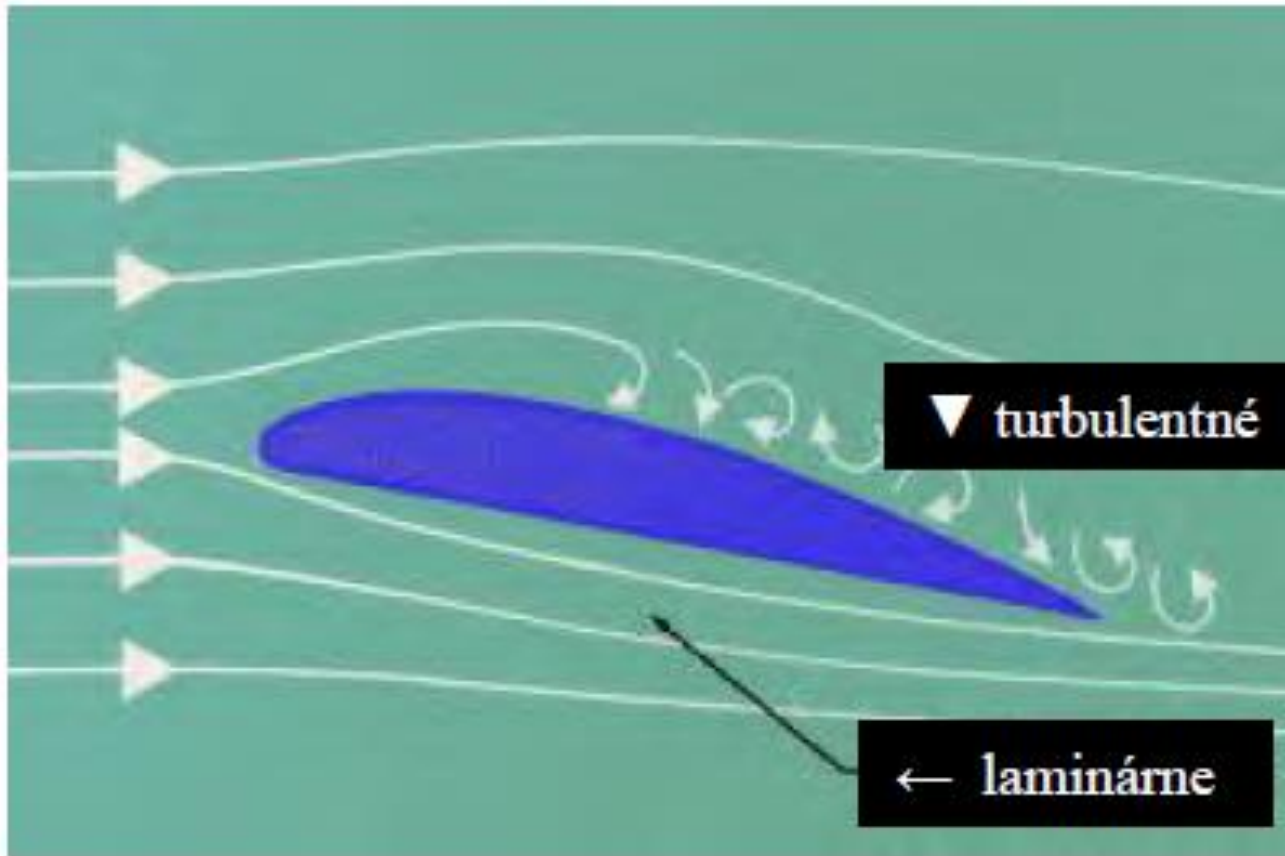


# kvapaliny – prúdenie

## Prúdenie plynov a kvapalín:

**Turbulentné prúdenie** – môže byť vyvolané aj lokálne, a to prekážkami (napríklad pri krídle lietadla).

### ▼ obtekanie profilu krídla



# kvapaliny – prúdenie

## Prúdenie reálnej kvapaliny:

tzv. Navier-Stokesova rovnica:

Veľmi zložitá nelineárna diferenciálna rovnica, ktorej analytické riešenie (zatiaľ) neexistuje,  
(je možné ju riešiť iba približne – numericky).

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}$$

Ústav Clay Mathematical Institute (USA) vypísal v máji 2000 cenu **1 milión dolárov** za takýto dôkaz (pochopteľne po schválení komisiou odborníkov).

Je to výzva pre všetkých záujemcov.

Navier-Stokesova rovnica: jej riešenie patrí do zoznamu doteraz nevyriešených celosvetových mat-fyz. problémov (tzv. Millenium Problems).



záber  
z filmu  
“Veľký dar”

**Millennium Problems:**

Yang–Mills and Mass Gap

Riemann Hypothesis

Poincaré Conjecture

P vs NP Problem

Navier–Stokes Equation

Hodge Conjecture

Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture