interpretačné metódy v magnetometrii

Obsah:

- obrátená úloha a jej vlastnosti,
- delenie interpretačných metód,
- modelovanie v magnetometrii,
- metódy charakteristických bodov,
- metódy logaritmických spektier,
- dekonvolučné metódy
  (Wernerova a Eulerova dekonvolúcia),
- transformované polia
  (analytický signal, redukcia na pól).

interpretačné metódy v magnetometrii

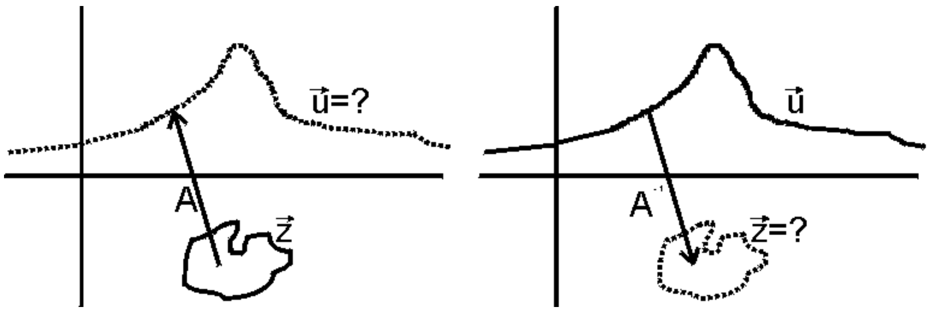
Platia tie isté vlastnosti, ako v gravimetrii – obrátená úloha je nejednoznačná a nestabilná.

priama úloha

vektor modelových parametrov **z** → dátový vektor **u**

$\mathbf{u} = A(\mathbf{z})$, kde A() – tzv. operátor priamej úlohy

(riešenie je jednoduchšie: úloha je jednoznačná a stabilná)



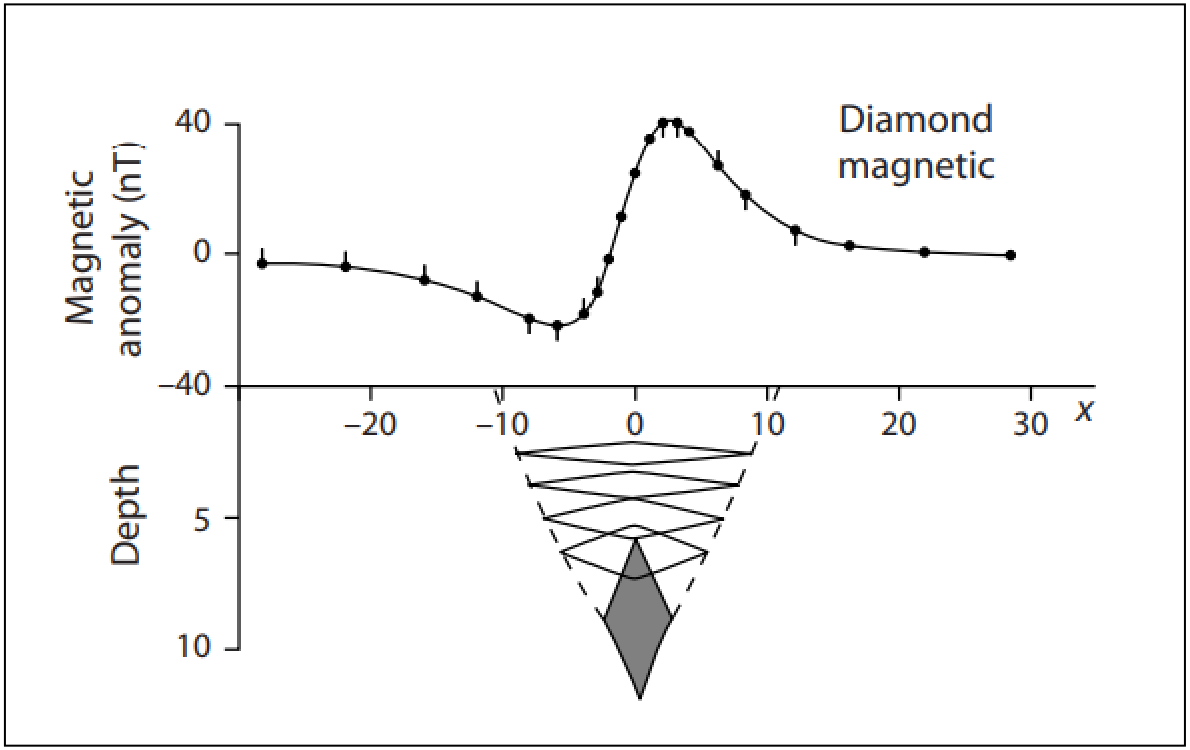
obrátená úloha:

dátový vektor **u** → vektor modelových parametrov **z**

$\mathbf{z} = A^{-1}(\mathbf{u})$, kde $A^{-1}(\mathbf{u})$ – operátor obrátenej úlohy

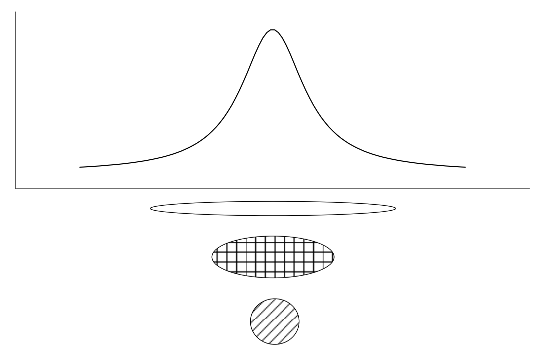
(riešenie je značne zložitejšie: úloha je nejednoznačná a nestabilná)

nejednoznačnosť (mnohoznačnosť) obrátenej úlohy



anomálne magnetické pole od 2D telesa s kosoštv. prierezom
(učebnica: Hinze et al. 2013)

podobne, ako v gravimetrii:
(učebnice: Nettleton 1976; Sharma, 1986)



Hlavné delenie interpretačných metód v magnetometrii:

Platí podobné rozdelenie, ako v gravimetrii.

tzv. nepriame metódy

(so zapojením apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- modelovanie

tzv. priame metódy

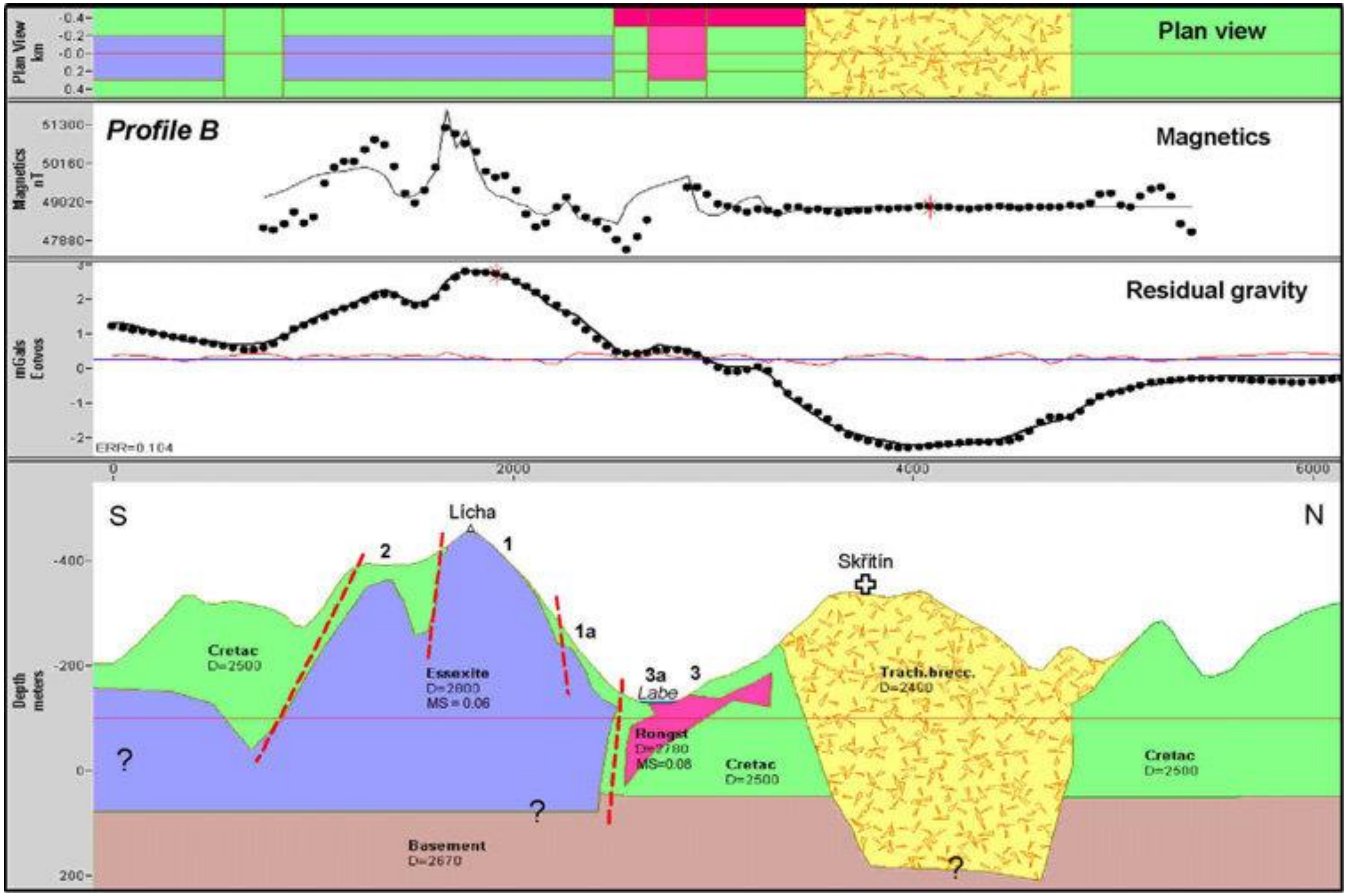
(bez zapojenia apriórnej geologicko-geofyzikálnej informácie)

- metódy využívajúce charakteristické body anomálie
- metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)
- metódy využívajúce transformované polia

Modelovanie v magnetometrii:

Platia rovnaké princípy a zásady ako v gravimetrii

(len samotné modelovanie je náročnejšie kvôli dipólovému charakteru magnetického poľa – na druhej strane modely sú väčšinou jednoduchšie, ako v gravimetrii – menej telies, jednoduchšie tvary, a pod.).



Modelovanie v magnetometrii:

- často sa kvôli jednoduchosti uvažuje iba indukovaná magnetizácia

  (chýbajú údaje o remanentnej magnetizácii)

- 3D modelovanie je omnoho náročnejšie ako v gravimetrii

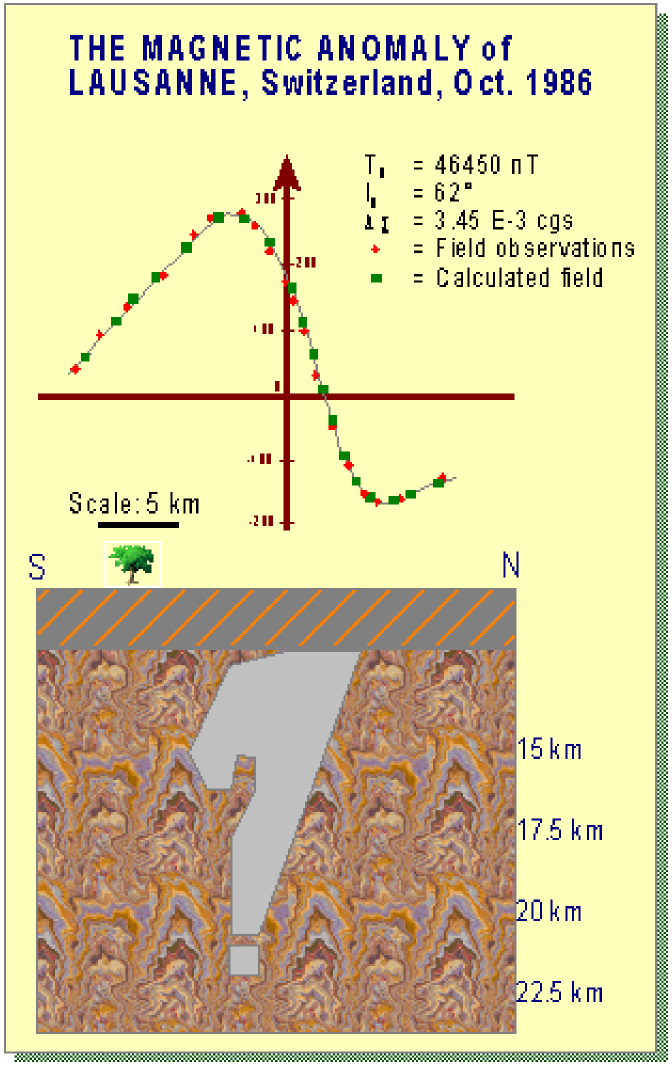
  (čiže sa najčastejšie modeluje na profiloch,

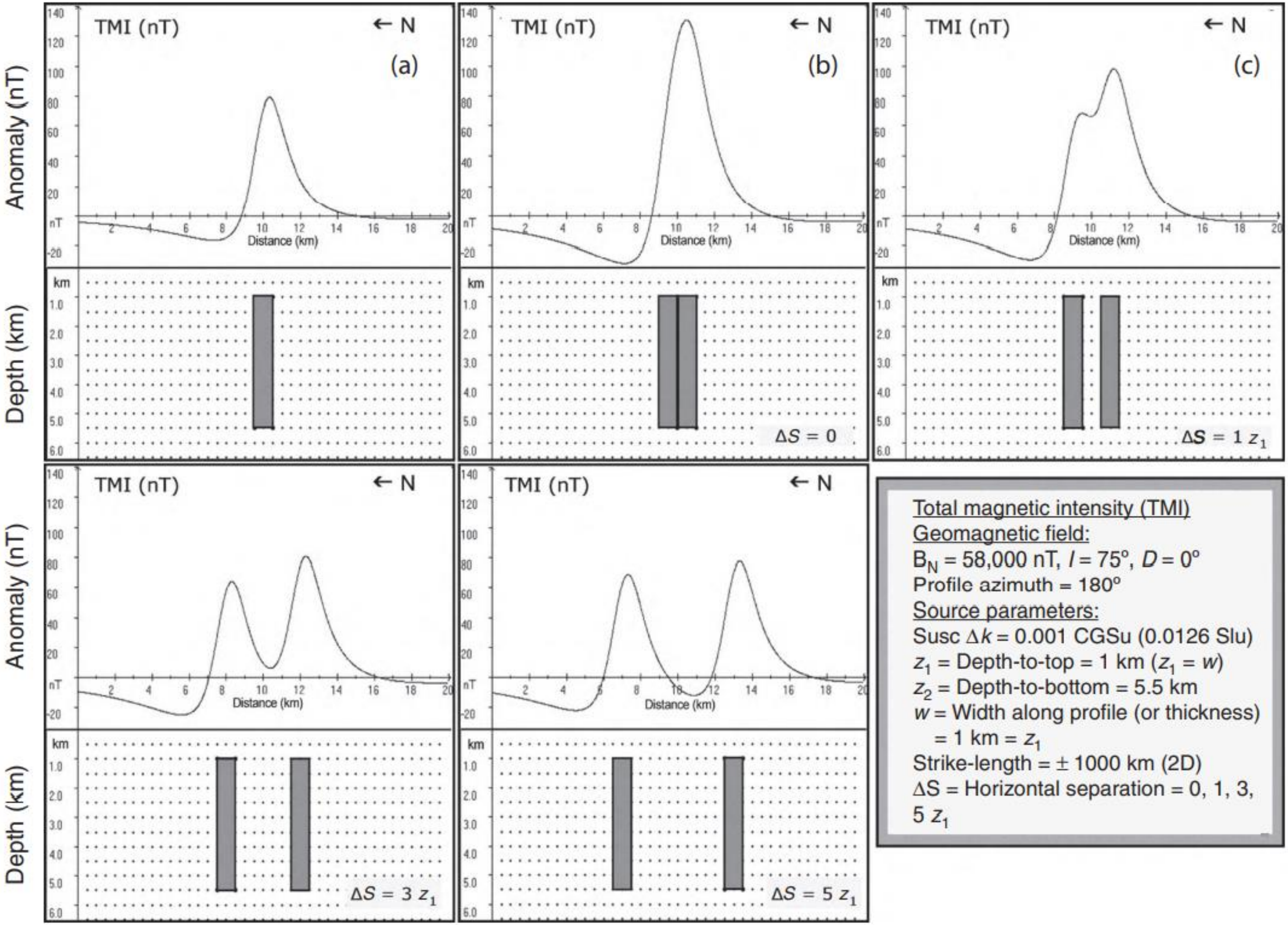
  ale je dobre mať aj plošnú kontrolu)

- vďaka Poissonovmu teorému je možné využiť tie isté telesá, ako v gravimetrii

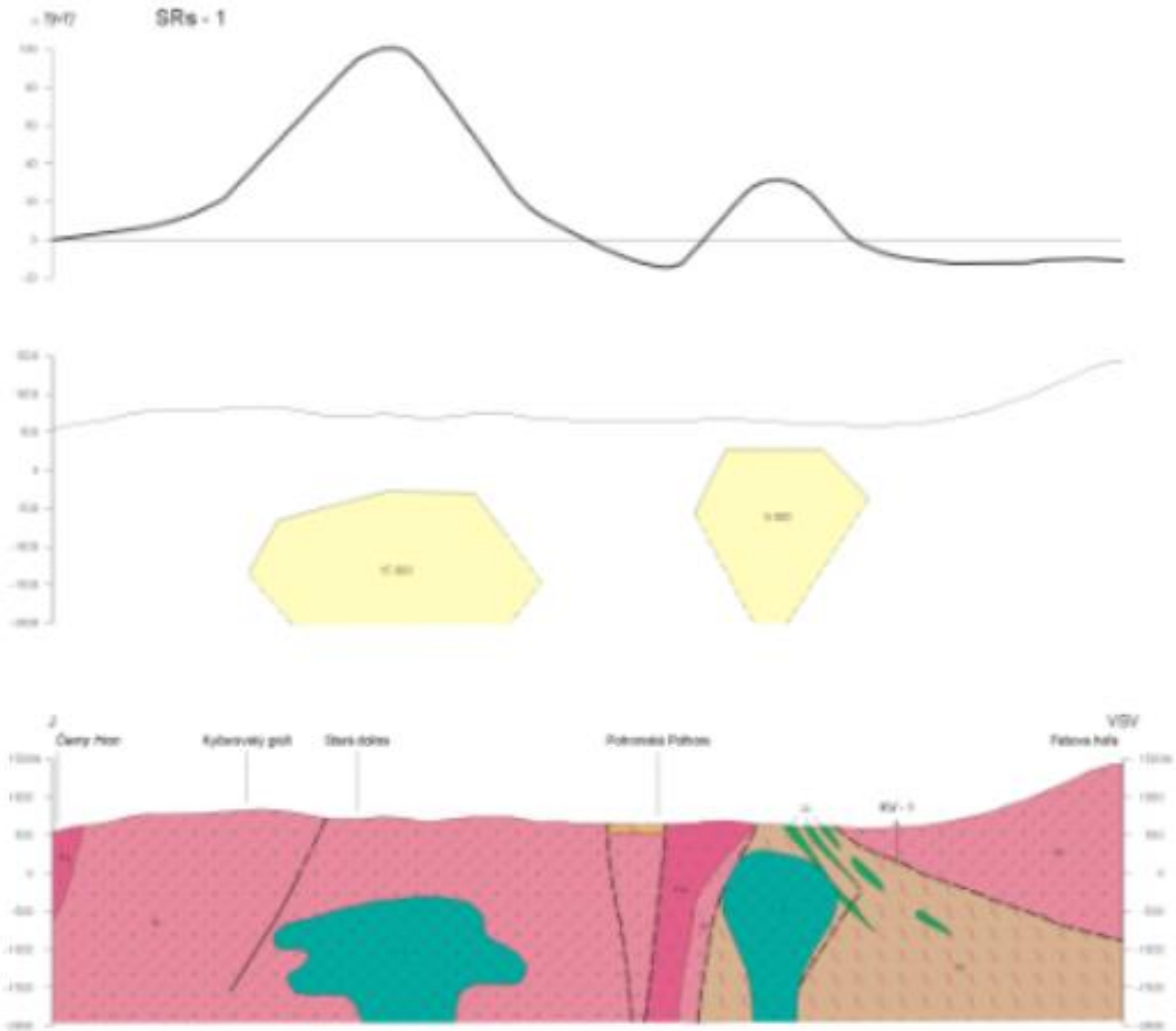
  (najviac je ale používaný Talwaniho vzorec

  pre 2D horiz. hranol s polygon. prierezom)



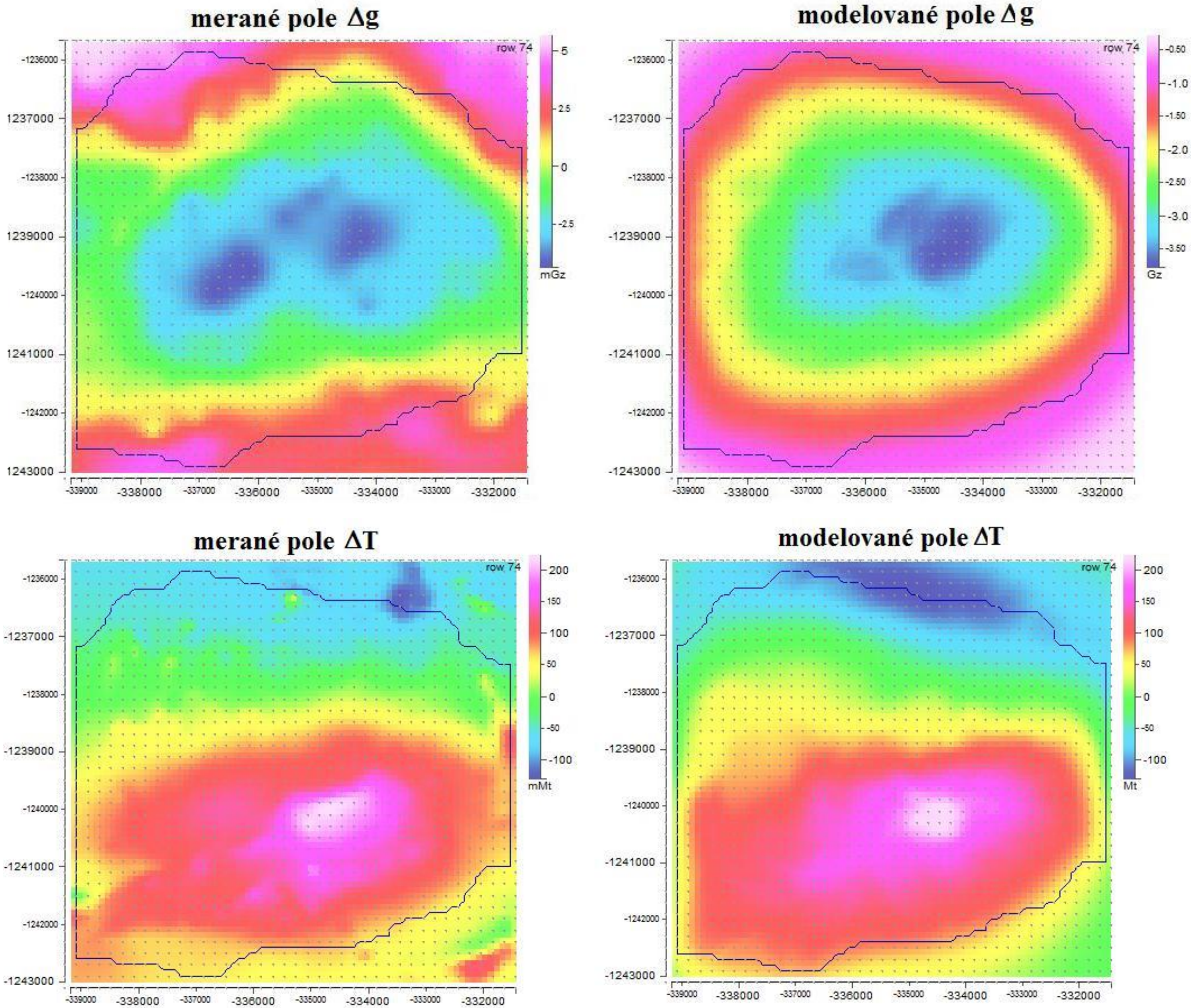

TMI (nT)
← N
(a)
(b)
(c)
Anomaly (nT)
Depth (km)
Distance (km)
km
ΔS = 0
ΔS = 1 z_1
ΔS = 3 z_1
ΔS = 5 z_1
Total magnetic intensity (TMI)
Geomagnetic field:
B_N = 58,000 nT, I = 75°, D = 0°
Profile azimuth = 180°
Source parameters:
Susc Δk = 0.001 CGSu (0.0126 SIu)
z_1 = Depth-to-top = 1 km ($z_1 = w$)
z_2 = Depth-to-bottom = 5.5 km
w = Width along profile (or thickness) = 1 km = z_1
Strike-length = ± 1000 km (2D)
ΔS = Horizontal separation = 0, 1, 3, 5 z_1

Modelovanie v magnetometrii:



rezy zo správy Kubeš a kol., 2001: “Atlas geofyzikálnych máp a profilov”, časť magnetometria.

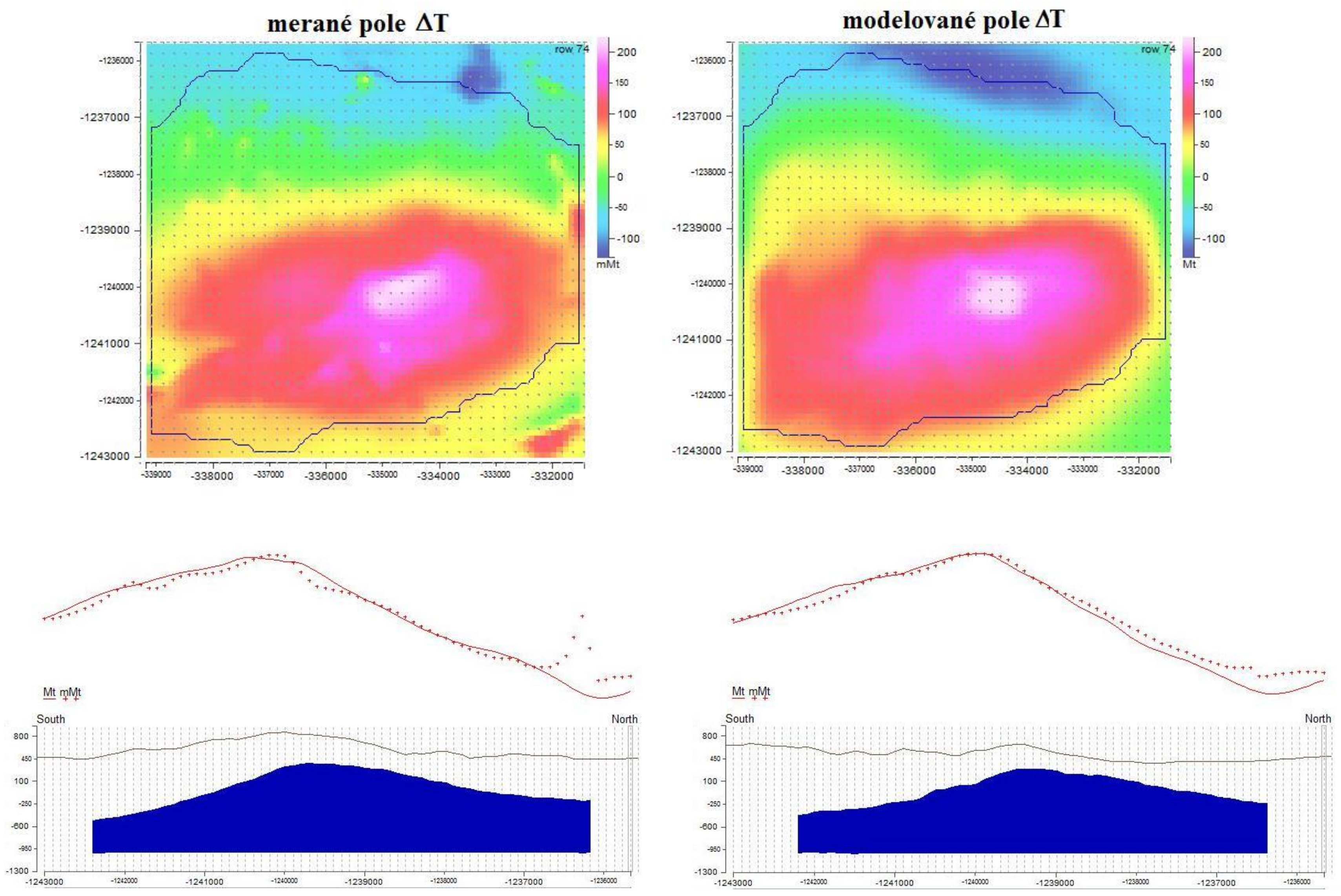
3D modelovanie prejavu Rochovského granitu (gemerikum)



gravimetria

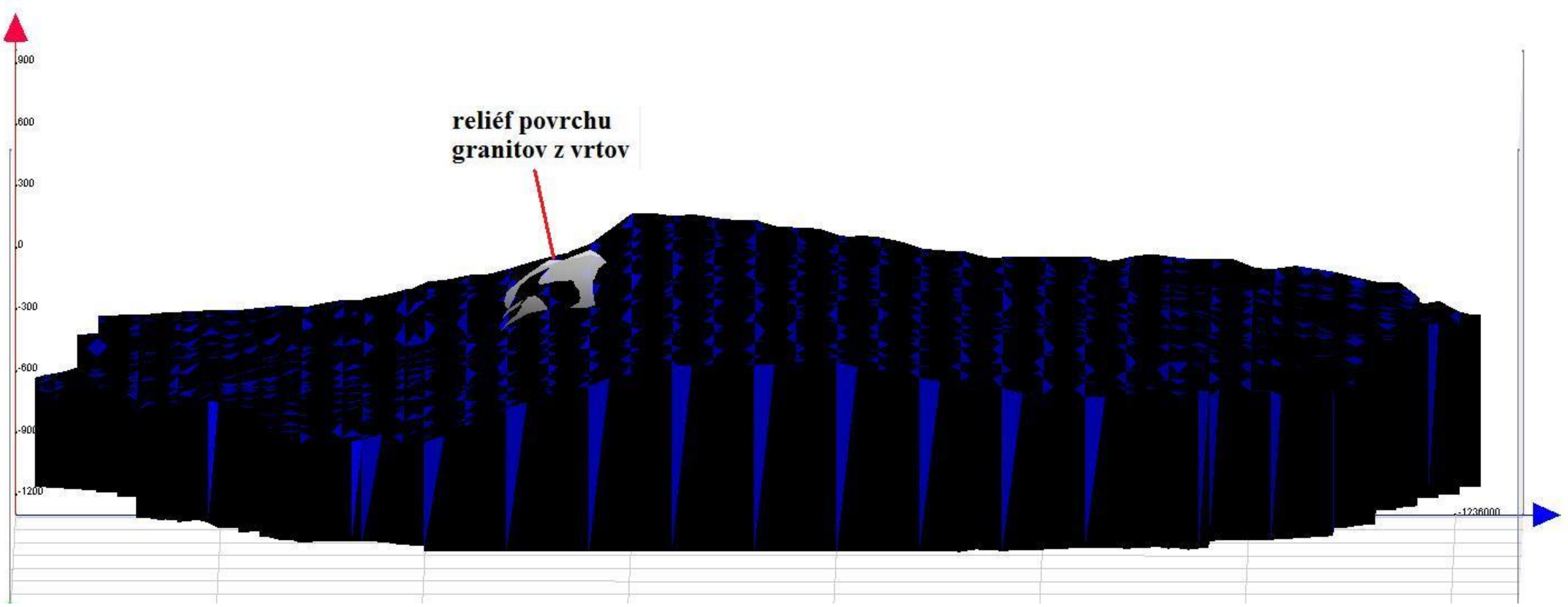
magnetometria

3D modelovanie prejavu Rochovského granitu (gemerikum)



vybrané krivky pozdĺž niekoľkých profilov

3D modelovanie prejavu Rochovského granitu (gemerikum)



výstup – relief povrchu telesa granitov

Modelovanie v magnetometrii:

Podobné, ako v gravimetrii:

hlavné koncepcie:

2D, 2 1/2D (2.5D), 2 3/4D (2.75D), 3D

hlavné problémy sú: spôsob zadávania dát (veľký rozdiel medzi 2D a 3D)
a rýchlosť výpočtu (najmä pri 3D)

profesionálne softvéry:

GM-SYS (2.75D), GM-SYS 3D *(NAD, USA)*
Potent (2.5D, 2.75D, 3D) *(PC Potentials, Australia)*
IGMAS a IGMAS+ (3D) *(FU Berlin, CAU Kiel, Nemecko)*

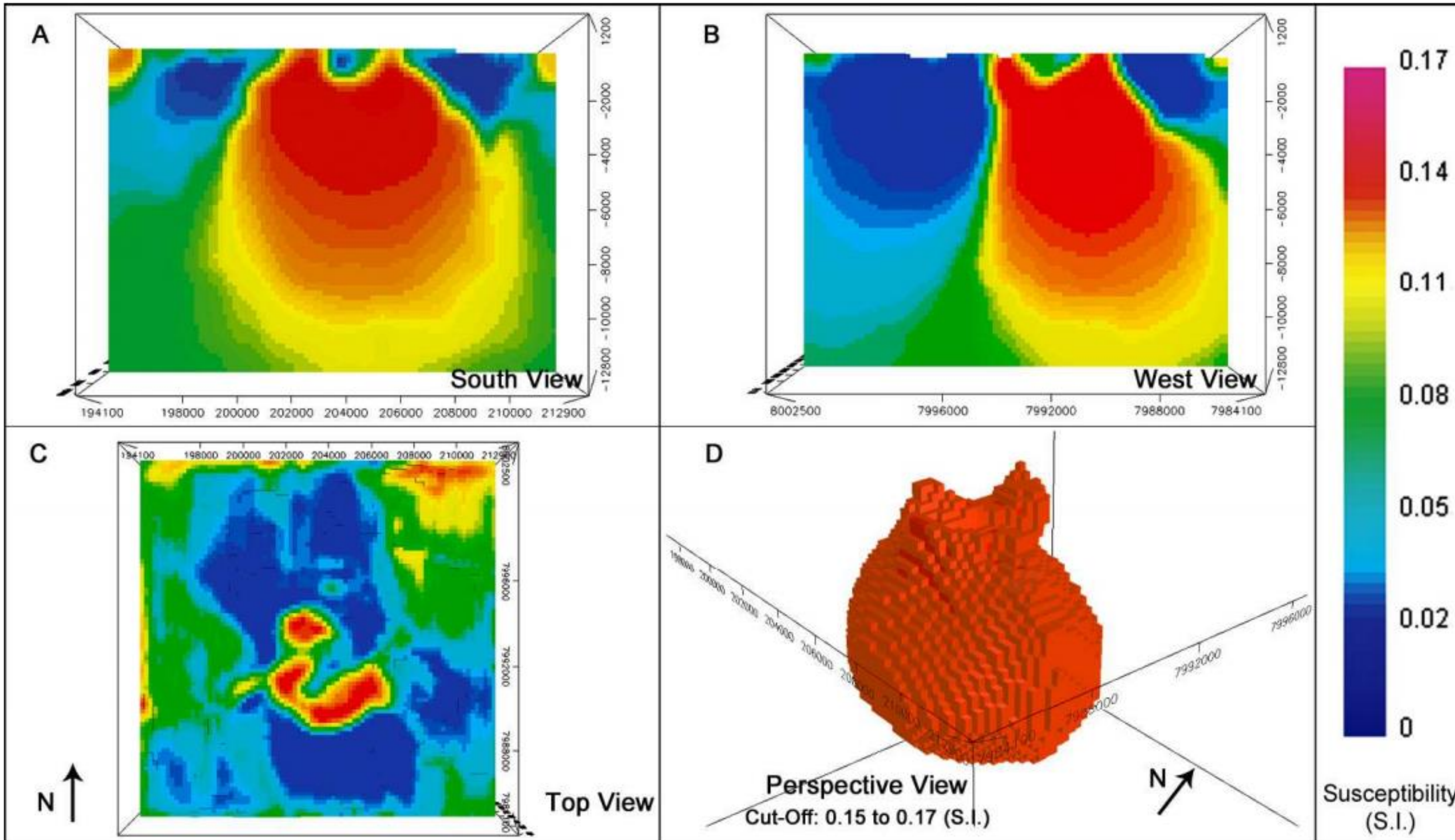
iné softvéry:

Mod3D (3D) *(UK BA, UNI Tübingen, Nemecko)*
...

Modelovanie v magnetometrii – inverzné metódy (inversion):

$$\Delta T_i \approx \sum_{j=1}^{M} \kappa_j \ \psi_{ij} \Delta\tau$$

i = 1…N (počet bodov poľa),
j = 1…M (počet element. hranolov),



Nepriame metódy - metódy charakteristických bodov

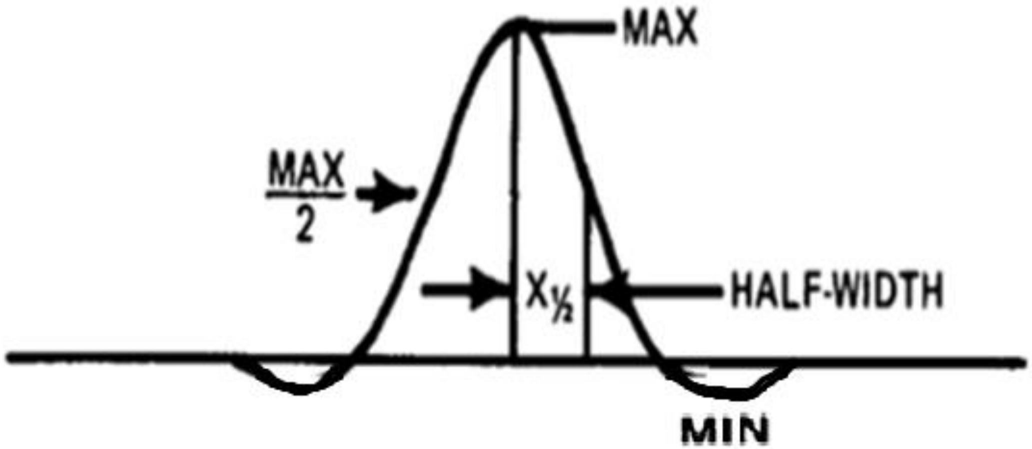
Podobné, ako v gravimetrii:

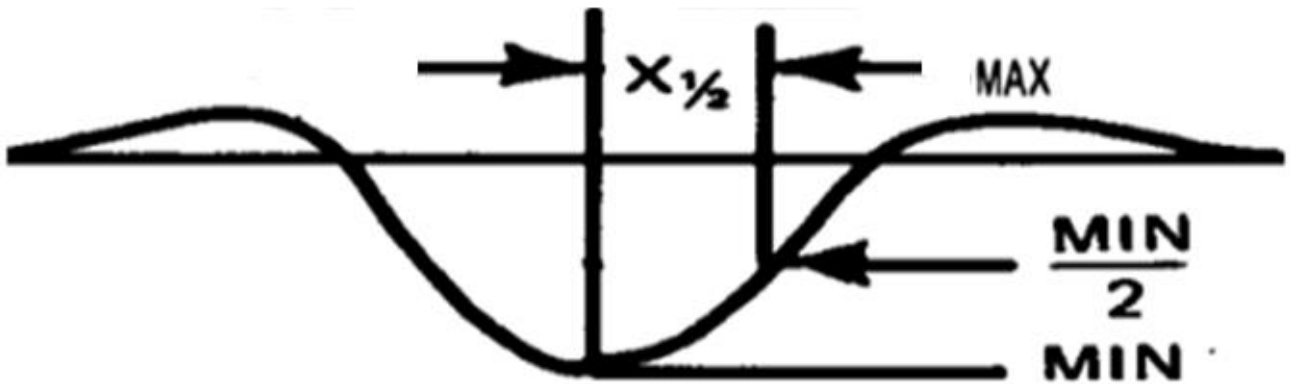
- metóda polovičnej šírky anomálie ($x_{0.5}$) (half-width method),

- metóda pretnutia horizontálnej osi (x_0),

- metóda sklonu krivky = metóda dotyčníc (Petersova metóda, metóda Sokolova, atď.)

Metódy charakteristických bodov – metóda polovičnej šírky anomálie:





- podobne, ako v gravimetrii: berie sa do úvahy polovička šírky anomálie (šírka v [m] alebo [km]),
- treba brať celý rozsah anomálie na hodnotovej osi (od maxima do minima),
- hĺbka sa potom odhaduje na základe použitého modelového telesa.

Metódy charakteristických bodov – metóda polovičnej šírky anomálie:

Tenká vertikálna (hĺbkovo neobmedzená) tyč. **1/2**

Vychádza sa z predpokladu vertikálnej magnetizácie (vzťahy sú jednoduchšie).

$$Z = -\frac{\mu_0 m h}{\left(x^2 + h^2\right)^{3/2}}$$

h – hĺbka horného okraju tyče,
m – tzv. magnetické množstvo (hypotetická veličina)

Pri predpoklade podmienok pre $x_{0.5}$ platí:

$$\frac{1}{2} Z\left(x = 0\right) = Z\left(x = x_{0.5}\right)$$

polovica hodnoty anomálie v maxime je rovná anomálii v bode $x_{0.5}$

$$-\frac{1}{2}\frac{\mu_0 m h}{\left(0^2 + h^2\right)^{3/2}} = -\frac{\mu_0 m h}{\left({x_{0.5}}^2 + h^2\right)^{3/2}}$$

vykrátia sa čitatele a aj mínuska a menovateľe sa prehodia nahor

$$\frac{1}{2}\left({x_{0.5}}^2 + h^2\right)^{3/2} = \left(h^2\right)^{3/2}$$

umocníme obe strany na druhú

$$\frac{1}{4}\left({x_{0.5}}^2 + h^2\right)^{3} = \left(h^2\right)^{3}$$

aplikujeme na každú stranu rovnice tretiu odmocninu

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\left({x_{0.5}}^2 + h^2\right) = \left(h^2\right)$$

Metódy charakteristických bodov – metóda polovičnej šírky anomálie:

Tenká vertikálna (hĺbkovo neobmedzená) tyč. 2/2

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\left(x_{0.5}{}^{2}+h^{2}\right)=h^{2}$$

roznásobíme zátvorku na ľavej strane

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}x_{0.5}{}^{2}+\frac{1}{\sqrt[3]{4}}h^{2}=h^{2}$$

prehodíme členy s *h* napravo

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}x_{0.5}{}^{2}=\left(1-\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)h^{2}$$

upravíme zátvorku na pravej strane

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}}x_{0.5}{}^{2}=\left(\frac{\sqrt[3]{4}-1}{\sqrt[3]{4}}\right)h^{2}$$

celú rovnicu vynásobíme s treťou odmocninou štyroch

$$x_{0.5}{}^{2}=\left(\sqrt[3]{4}-1\right)h^{2}$$

vyjadríme si h^2

$$h^{2}=\frac{x_{0.5}{}^{2}}{\left(\sqrt[3]{4}-1\right)}$$

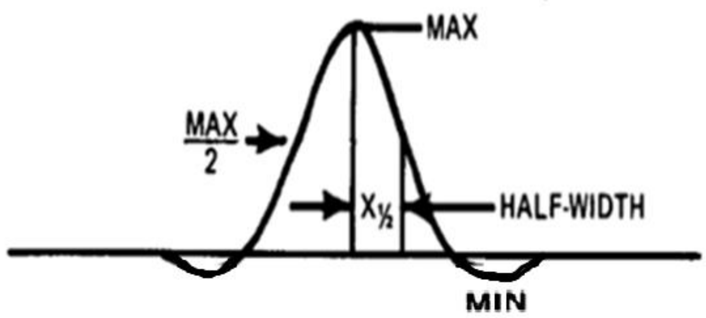
a odmocníme…

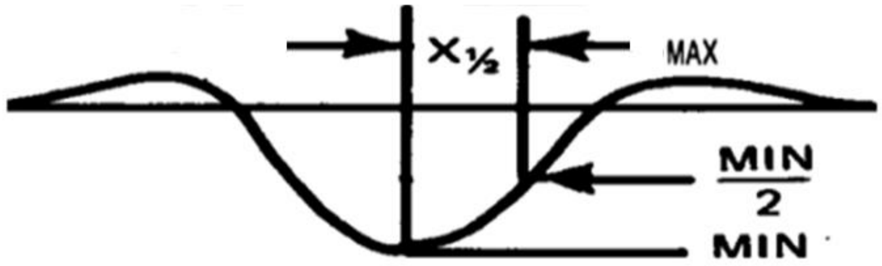
$$\boxed{h=\frac{x_{0.5}}{\sqrt{\left(\sqrt[3]{4}-1\right)}}}$$

Po numerickom vyjadrení menovateľa:

$$\boxed{h\approx 1.3x_{0.5}}$$

Metódy charakteristických bodov – metóda polovičnej šírky anomálie:

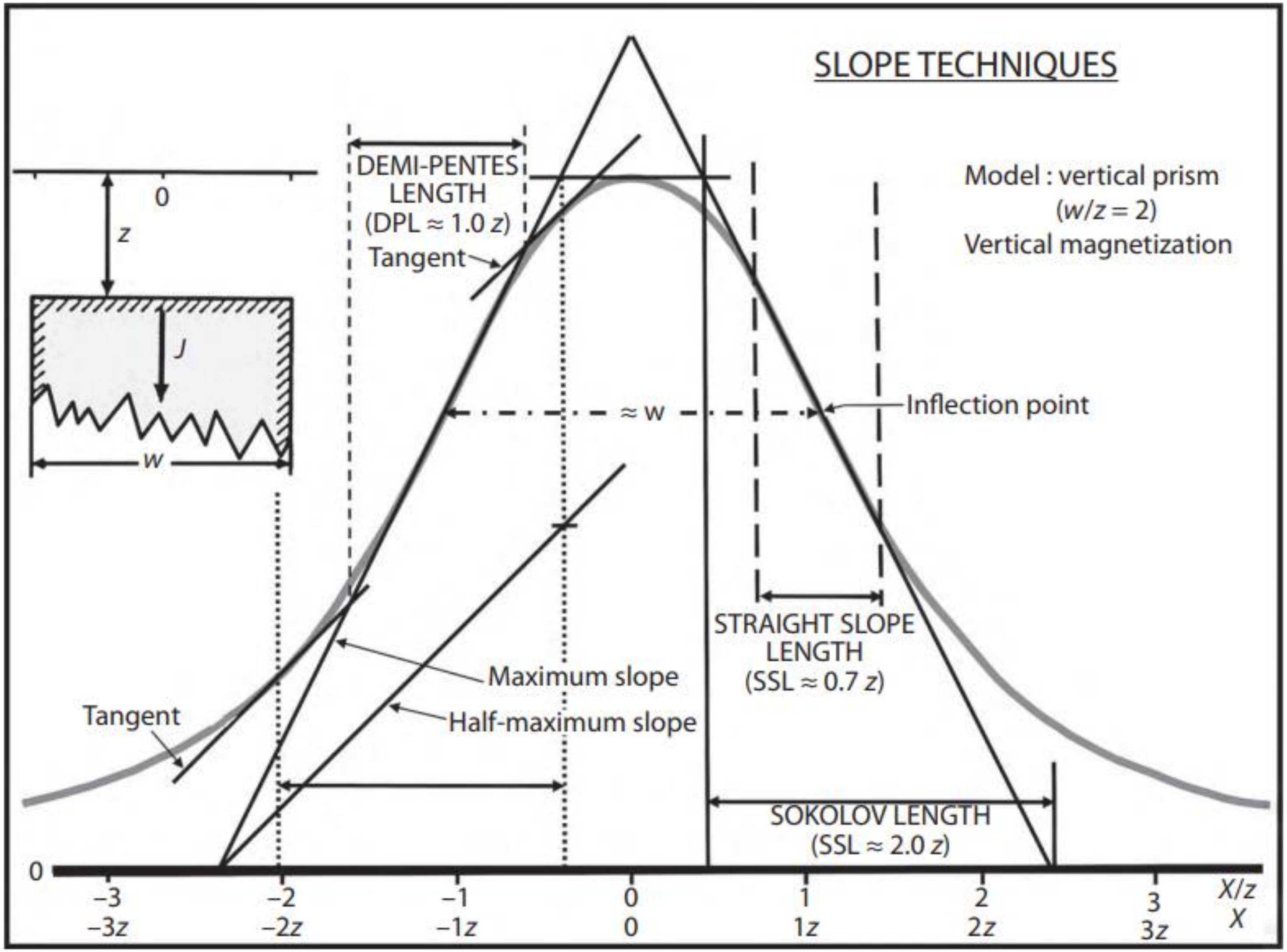




Source	Magnetic depth
Sphere	$z_c \leq 2.0 \times X_{1/2}$
Thin horizontal cylinder	$z_c \leq 2.0 \times X_{1/2}$
Deeply extending vertical cylinder	$z_t \leq 1.3 \times X_{1/2}$
Narrow vertical dike	$z_t \leq 1.0 \times X_{1/2}$
Vertical fault	$z_c \leq 1.0 \times X^*_{1/2}$

Cvičenie:
Vyskúšajte si odhad hĺbky telesa pomocou tejto metódy na vynesenom profile.
Použite údaje zo zadaní č. 3 a 4.

Metódy charakteristických bodov – metódy dotyčníc



metódy, založené na sklonoch krivky – metódy dotyčníc
(tzv. slope techniques).
(podľa Hinze et al., 2013)

Nepriame metódy - metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)

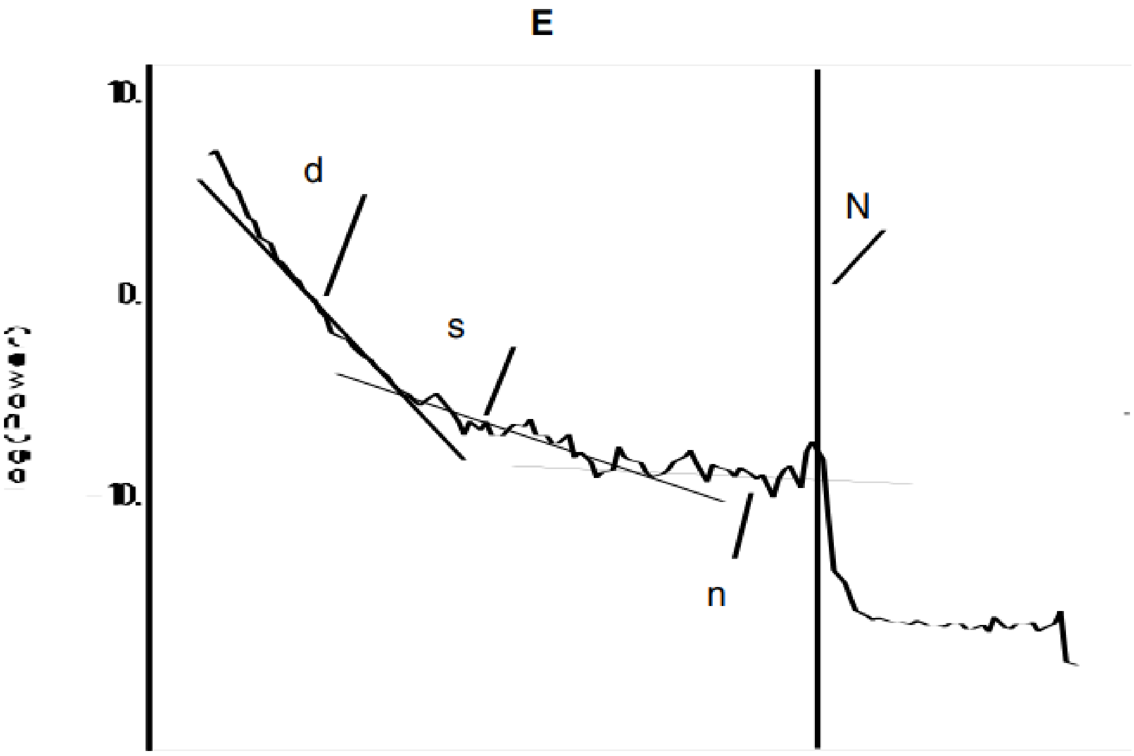
Podobné, ako v gravimetrii:

- metódy logaritmických spektier,
- Wernerova dekonvolúcia,
- rôzne ďalšie tzv. dekonvolučné metódy (Naudyho, O'Breinova, atď.)

Nepriame metódy - metódy využívajúce celú alebo časť krivky (poľa)

metódy logaritmických spektier:

- sú založené na výpočte Fourierovho spektra (výkonového spektra) z interpretovaných dát a analýze sklonu častí spektra, ktoré zodpovedajú priemerným hĺbkovým úrovniam zdrojov, postavené na prácach od Spector and Grant (1970)



dá sa matematicky ukázať, že spektrum účinku súboru magnetických dipólov v určitej hĺbke sa rovná exp($4\pi hk$), kde k je vlnové číslo, h je hĺbka.

interpretačné metódy v magnetometrii

Obsah:

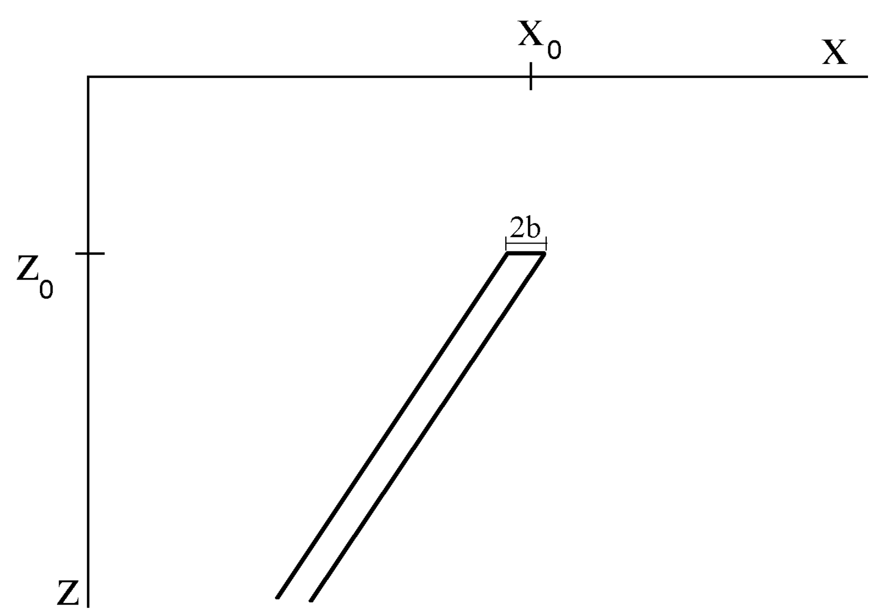
- obrátená úloha a jej vlastnosti,
- delenie interpretačných metód,
- modelovanie v magnetometrii,
- metódy charakteristických bodov,
- metódy logaritmických spektier,
- dekonvolučné metódy
  (Wernerova a Eulerova dekonvolúcia),
- transformované polia
  (analytický signal, redukcia na pól).

Wernerova dekonvolúcia – metodika (1/15)

Základná idea pochádza z monografie od švédskeho geofyzika Wernera (1953), ktorý zaviedol túto metódu na vyhľadávanie polôh a parametrov 2D dajky.

Anomálne pole pre 2D tenkú šikmú dosku (dajku) s centrom hornej hrany v bode (x_0, z_0) pozdĺž profilu s premenlivou súradnicou x je možné vyjadriť vzťahom:

$$\boxed{\Delta T = \frac{A(x - x_0) + Bz_0}{(x - x_0)^2 + z_0^2} \qquad (1.1)}$$



kde A a B sú konštanty, ktoré popisujú magnetizáciu a geometrické parametre dosky:

$$A = -2b\,(M_x \sin I + M_z \cos I \sin \alpha)\,, \qquad (1.2)$$

$$B = 2b\,(-M_x \cos I \sin \alpha + M_z \sin I)$$

kde:
2b je hrúbka dosky,
M_x a M_z sú zložky celkového vektora magnetizácie,
I je inklinácia vektora magnetizácie,
α je azimut profilu (voči osi dosky)

Wernerova dekonvolúcia – metodika (2/15)

Vychádzame zo vzťahu ΔT pre 2D šikmú dosku:

$$\Delta T = \frac{A(x - x_0) + Bz_0}{(x - x_0)^2 + z_0^{\;2}} \qquad (1.1)$$

máme tu 4 neznáme parametre: A, B, x_0 a z_0

Úpravou rovnice (1.1) získame
(cieľom je presunúť všetky neznáme parametre na pravú stranu):

$$(x - x_0)^2 \Delta T + z_0^{\;2} \Delta T = A(x - x_0) + Bz_0,$$

$$x^2\,\Delta T - 2x\,x_0 \Delta T + x_0^{\;2} \Delta T + z_0^{\;2} \Delta T = Ax - Ax_0 + Bz_0,$$

$$x^2\,\Delta T = \;2x\,x_0 \Delta T - x_0^{\;2} \Delta T - z_0^{\;2} \Delta T + Ax - Ax_0 + Bz_0,$$

Preusporiadaním členov na pravej strane rovnice získame
tzv. interpretačnú rovnicu metódy:

$$x^2\,\Delta T = \; - Ax_0 + Bz_0 + Ax \; + (- x_0^{\;2} - z_0^{\;2})\,\Delta T + 2x_0 x\,\Delta T,$$

Wernerova dekonvolúcia – metodika (3/15)

$x^2\,\Delta T = -Ax_0 + Bz_0 + Ax + (-x_0^2 - z_0^2)\,\Delta T + 2x_0 x\,\Delta T,$

Werner zaviedol v tejto interpretačnej rovnici nasledujúcu substitúciu:

$$x^2\,\Delta T = a_0 + a_1 x + b_0 \Delta T + b_1 x\,\Delta T, \qquad (1.3)$$

kde

$a_0 = -Ax_0 + Bz_0$, $a_1 = A$, $b_0 = -x_0^2 - z_0^2$, $b_1 = 2x_0$.

vzťah medzi novými neznámymi a_0, a_1, b_0, b_1 a pôvodnými neznámymi parametrami A, B, x_0 a z_0 je daný nasledujúcmi vzťahmi:

$x_0 = b_1/2$,

$$z_0 = \sqrt{-b_0 - b_1^2/4}$$

(1.4)

$A = a_1$,

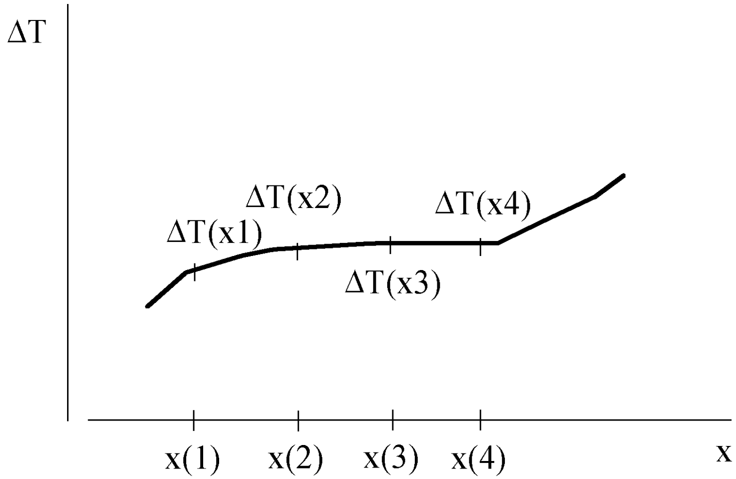
$B = (a_0 + 0.5\, a_1 b_1)/z_0$

Wernerova dekonvolúcia – metodika (4/15)

Základná idea metódy:
interpretačná rovnica (1.3)

$x^2\, \Delta T = a_0 + a_1 x + b_0 \Delta T + b_1 x\, \Delta T$

sa napíše pre 4 rôzne polohy pozdĺž interpretovaného profilu:



$a_0 + a_1 x(1) + b_0 \Delta T(1) + b_1 x(1)\, \Delta T(1) = x^2(1) \Delta T(1)$

$a_0 + a_1 x(2) + b_0 \Delta T(2) + b_1 x(2)\, \Delta T(2) = x^2(2) \Delta T(2)$

$a_0 + a_1 x(3) + b_0 \Delta T(3) + b_1 x(3)\, \Delta T(3) = x^2(3) \Delta T(3)$

$a_0 + a_1 x(4) + b_0 \Delta T(4) + b_1 x(4)\, \Delta T(4) = x^2(4) \Delta T(4)$

čím získame systém 4 lineárnych rovníc o 4 neznámych a_0, a_1, b_0, b_1
- tento sa ďalej rieši niektorou z metód riešenia systémov lineárnych rovníc (eliminačné alebo dekompozičné metódy – napr. Gaussova, SVD, …)

Napokon určíme z hodnôt koeficientov a_0, a_1, b_0, b_1 finálne hľadané parametre x_0, z_0, A a B (pomocou rovníc (1.4) na predch. snímku).

Wernerova dekonvolúcia – metodika (5/15)

Okrem určenia súrafníc stredu dosky (x_0, z_0) vieme určiť aj zložky celkovej magnetizácie dosky M_x M_z – pomocou rovníc (1.2):

$$M_x = \frac{-B\cos I \sin\alpha - A\sin I}{2b\left(\cos^2 I \sin^2\alpha + \sin^2 I\right)} \qquad M_z = \frac{-A\cos I \sin\alpha + B\sin I}{2b\left(\cos^2 I \sin^2\alpha + \sin^2 I\right)} \tag{1.5}$$

Pri predpoklade iba indukovanej magnetizácie vieme určiť aj susceptibilitu κ a sklon dosky θ (od kladnej časti osi x):

$$\kappa = \frac{\sqrt{{M_x}^2 + {M_z}^2}}{|\mathbf{T}|} \tag{1.6}$$

$$\theta = \arctan\frac{M_x}{M_z} + I \tag{1.7}$$

kde I je inklinácia indukujúceho Zemského magnetického poľa a | **T** | je jeho veľkosť. Pri rovnici (1.6) sa vychádza zo základného vzťahu pre indukovanú magnetizáciu: **M** = κ**T**.
Sklon vektora indukovnej magnetizácie dosky je ovplyvnený nielen inklináciou indukújúceho poľa I, ale uhlom sklonu samotnej dosky (θ) – tým je daný vzťah (1.7).

Wernerova dekonvolúcia – metodika (6/15)

Algoritmus metódy:

1.Načítanie profilových údajov (x, ΔT).

2.Definovanie veľkosti (dĺžky) posuvného okna pozdĺž profilu.
(pre každý bod okna sa napíše samostatná verzia interpr. rovnice (1.3))

3. Pre každú polohu okna sa rieši daný system rovníc:
a) ak je veľkosť okna = 4, tak sa použije niektorá eliminačná (napr. Gaussova) alebo deokompozičná metóda (napr. SVD) ,
b) ak je veľkosť okna >4, tak sa system rovníc rieši pomocou metódy najmenších štvorcov (Least SQuares method)

4. Zo získaných hodnôt koeficientov a_0, a_1, b_0, b_1 sa určia hľadané parametre x_0, z_0, A B pomocou rovníc (1.4). V prípade len indukovanej magnetizácie sa určujú aj parametre κ a θ (pomocou rovníc 1.5 – 1.7).

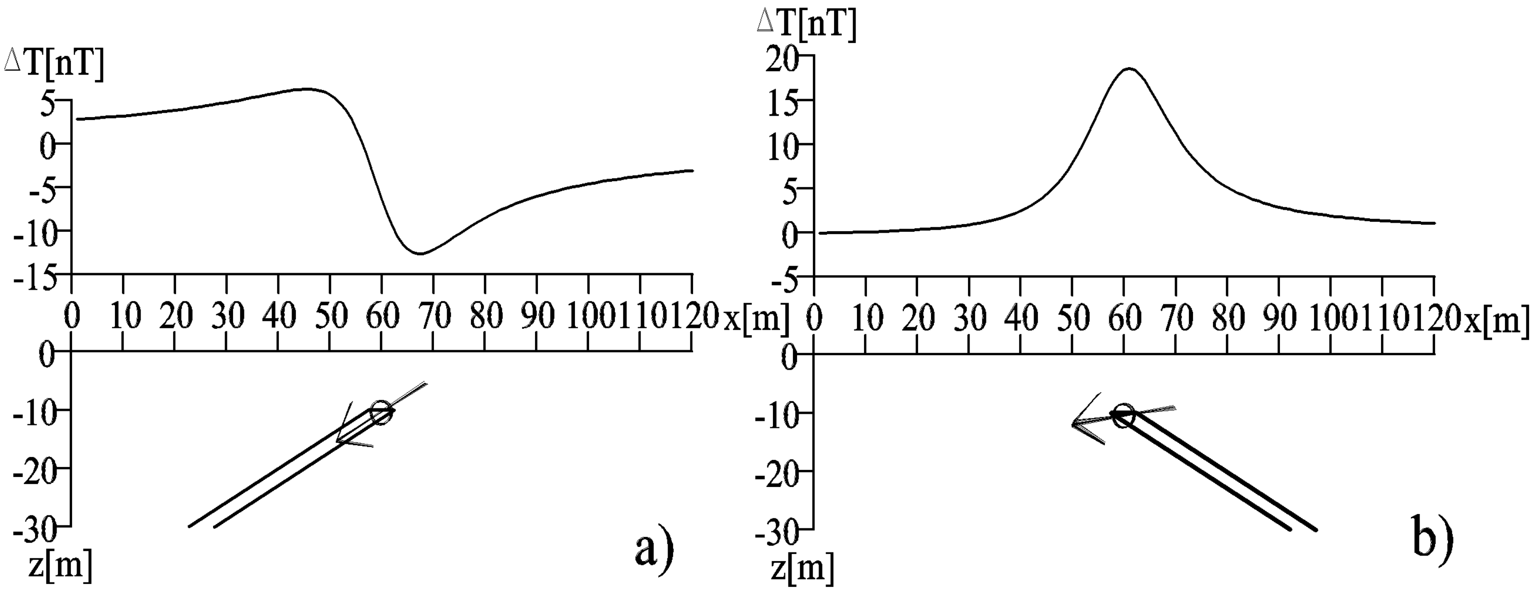
5.Nerealistické alebo pravdepodobne nesprávne hodnoty sa vylučujú:
hodnoty x_0 mimo interpret. okna, hodnoty z_0 nad povrchom alebo tie s imagnárnou časťou, hodnoty s príliš vysokými hodnotami štandardnej odchýlky (LSQ) alebo podmienkového čísla (SVD).

6.Riešenia sa vykresľujú v reze (niekedy je dobré ich pospájať čiarou).
<u>Dôležité sú miesta, kde viacré riešenia vytvárajú koncentrované zhluky</u> (bez chvostíkov, vlniek, krídeliek a iných podobných deformácií…)

Wernerova dekonvolúcia – metodika (7/15)

Vizualizácia výsledkov:

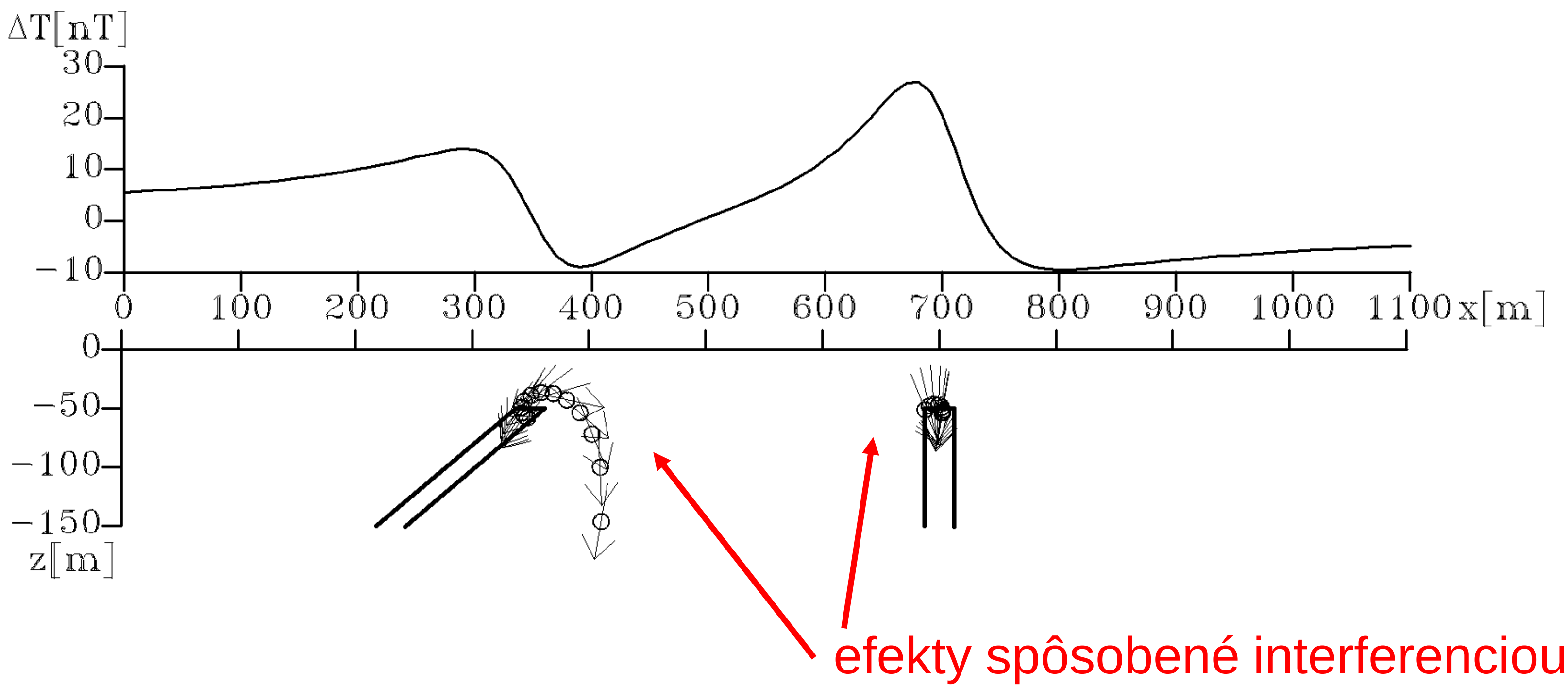
Zobrazenie získaných riešení (x_0, z_0), ako aj sklonu dosky θ – ako šípky v reze (keď sa sklon dosky neurčuje, tak sa riešenia zobrazujú iba ako bodky alebo krížiky).



a) iba indukovaná magnetizácia, b) indukovaná + remanentná magnetizácia

(zobrazené sú iba tie riešenia pre ktoré hodnoty x_0 spadajú do interpretačného okna)

Wernerova dekonvolúcia – metodika (8/15)
problém s "interferenciou" okolitých anomálií



Riešenie tohto problému navrhol už Werner (1953), ale do praxe sa dostalo až prácou Hartman et al. (1971) – pridaním interferenčného polynómu.

$$\Delta T = \frac{A(x - x_0) + Bz_0}{(x - x_0)^2 + z_0{}^2} + C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + \ldots + C_n x^n \qquad (1.8)$$

7 neznámych: A, B, x_0 , z_0, C_0, C_1 a C_2 , (pre polynóm 2. stupňa)

Wernerova dekonvolúcia – metodika (9/15)

Riešenie tohto problému navrhol už Werner (1953), ale do praxe sa dostalo až prácou Hartman et al. (1971) – pridaním interferenčného polynómu.

$$\Delta T = \frac{A(x - x_0) + Bz_0}{(x - x_0)^2 + z_0^{\;2}} + C_0 + C_1 x + C_2 x^2 \qquad (1.8)$$

7 neznámych: A, B, x_0 , z_0, C_0, C_1 a C_2 , (pre polynóm 2. stupňa)

Úpravou rovnice (1.8) dostaneme:

$$(x - x_0)^2\Delta T + z_0^{\;2}\Delta T =$$
$$= A(x - x_0) + Bz_0 + (x - x_0)2C_0 + z_0^{\;2}C_0 + (x - x_0)^2C_1x + z_0^{\;2}C_1x + (x - x_0)^2C_2x^2 + z_0^{\;2}C_2x^2$$

$$x^2\Delta T - 2xx_0\Delta T + x_0^{\;2}\Delta T + z_0^{\;2}\Delta T = Ax - Ax_0 + Bz_0 + x^2C_0 - 2xx_0C_0 + x_0^{\;2}C_0 + z_0^{\;2}C_0 +$$
$$+ x^3C_1 - 2x^2x_0C_1 + xx_0^{\;2}C_1 + z_0^{\;2}C_1x + x^4C_2 - 2x^3x_0C_2 + x^2x_0^{\;2}C_2 + z_0^{\;2}C_2x^2$$

Presunom všetkých výrazov (okrem $x^2\Delta T$) na pravú stranu a zavedením nových substitúcií dostaneme:

$$x^2\Delta T = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + b_0\Delta T + b_1x\Delta T$$
$$x^2\Delta T = a_0 + a_1x + \qquad\qquad b_0\Delta T + b_1x\,\Delta T, \qquad \text{(bez interf. polynómu)}$$

Wernerova dekonvolúcia – metodika (10/15)

Presunom všetkých výrazov (okrem $x^2\Delta T$) na pravú stranu a zavedením nových substitúcií dostaneme:

$$x^2\Delta T = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + b_0\Delta T + b_1x\Delta T$$
$$x^2\Delta T = a_0 + a_1x + \qquad b_0\Delta T + b_1x\,\Delta T,$$ (bez interf. polynómu)

kde máme teraz 7 neznámych koeficientov: a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, b_0 b_1

$$a_0 = -Ax_0 + Bz_0 + C_0x_0^2 + C_0z_0^2$$
$$a_1 = A - 2C_0x_0 + C_1x_0^2 + C_1z_0^2$$
$$a_2 = C_0 - 2C_1x_0 + C_2x_0^2 + C_2z_0^2$$
$$a_3 = C_1 - 2C_2x_0$$
$$a_4 = C_2$$
$$b_0 = -x_0^2 - z_0^2$$
$$b_1 = 2x_0$$

tieto 2 koeficienty majú tie isté tvary, ako mali v prípade bez použitia interf. polynómu

a neznáme A, B, x_0, z_0, C_0, C_1 a C_2 je možne vyjadriť nasledujúcim spôsobom:

Wernerova dekonvolúcia – metodika (11/15)

a hlavné <u>neznáme</u> A, B, x_0, z_0, C_0, C_1 a C_2 je možne vyjadriť nasledujúcim spôsobom:

$x_0 = b_1/2$,

$$z_0 = \sqrt{-b_0 - b_1^2/4} \qquad (1.9)$$

$C_2 = a_4$

$C_1 = a_3 + 2C_2x_0$

$C_0 = a_2 + 2C_1x_0 - C_2x_0^2 - C_2z_0^2$

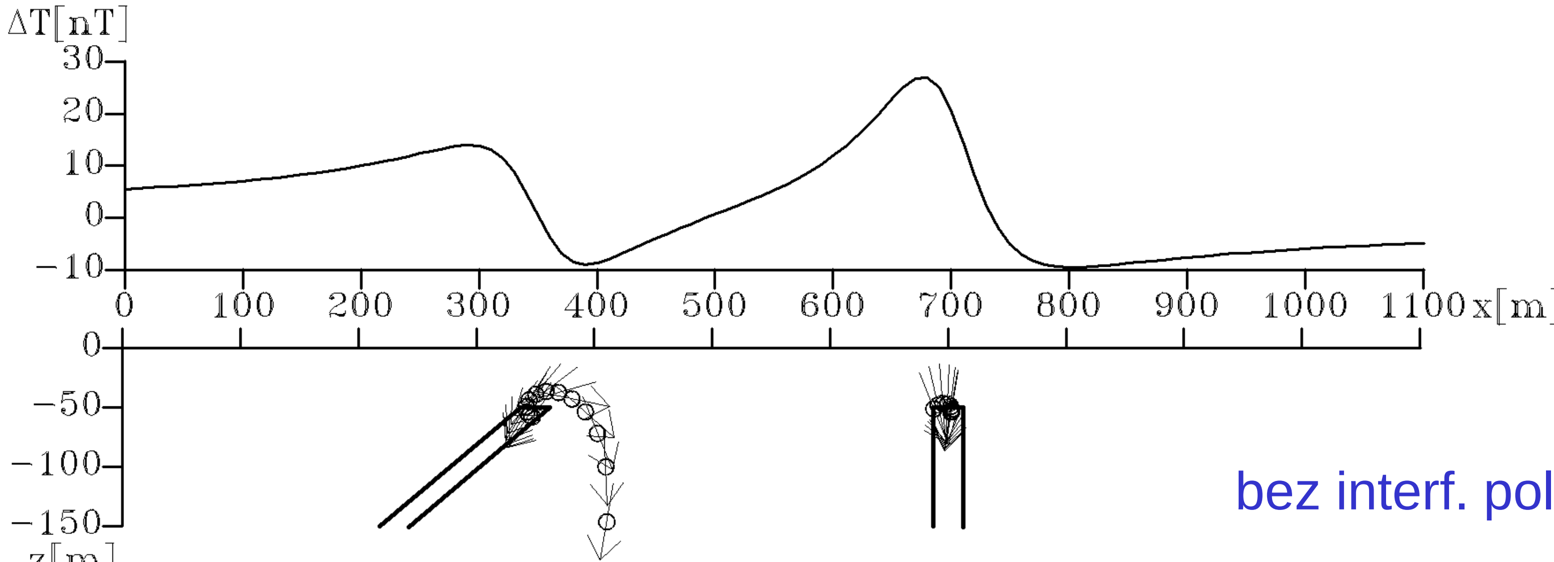
$A = a_1 + 2C_0x_0 - C_1x_0^2 - C_1z_0^2$

$B = (a_0 + Ax_0 - C_0x_0^2 - C_0z_0^2)/z_0$

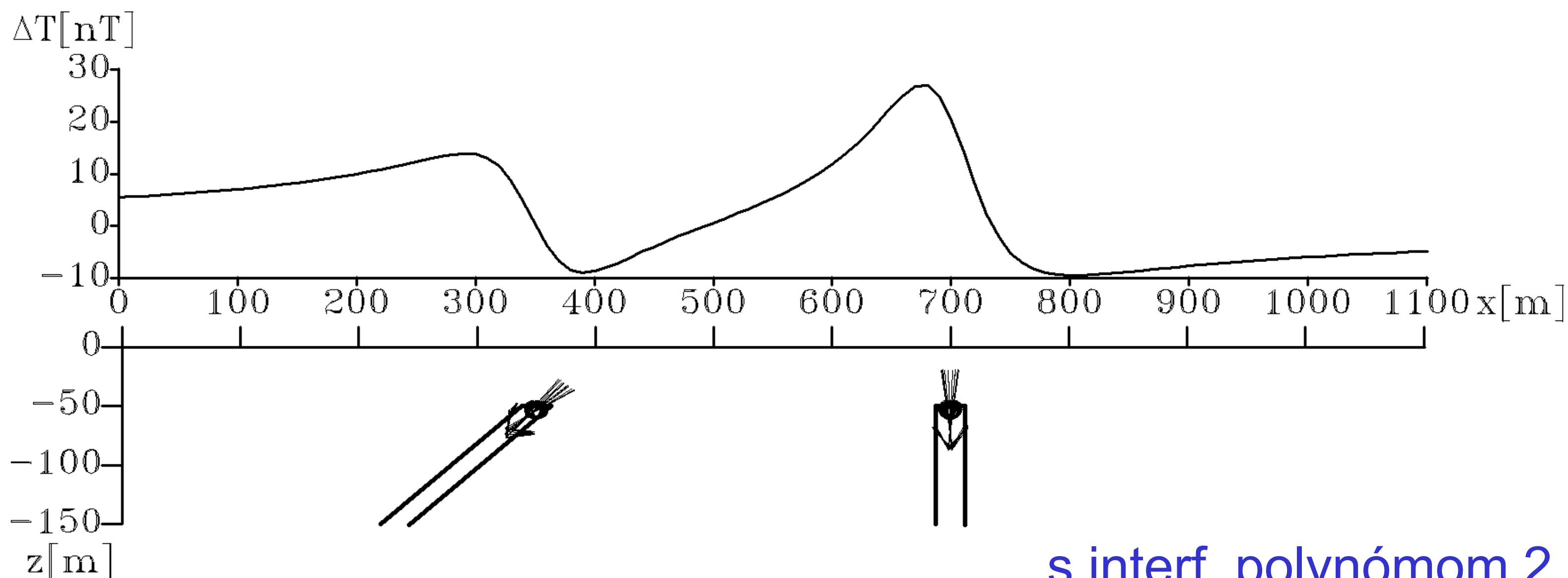
Je veľmi zaujímavé, že rovnice pre x_0 a z_0 nezmenili ich tvar
(oproti prípadu bez interf. polynómu)

Pre polynóm 2. stupňa pracujeme s min. 7-bodovým operátorom (7 neznámych)
(pre prípad bez interf. polynómu to bol min. 4-bodový operátor).

Wernerova dekonvolúcia – metodika (12/15)

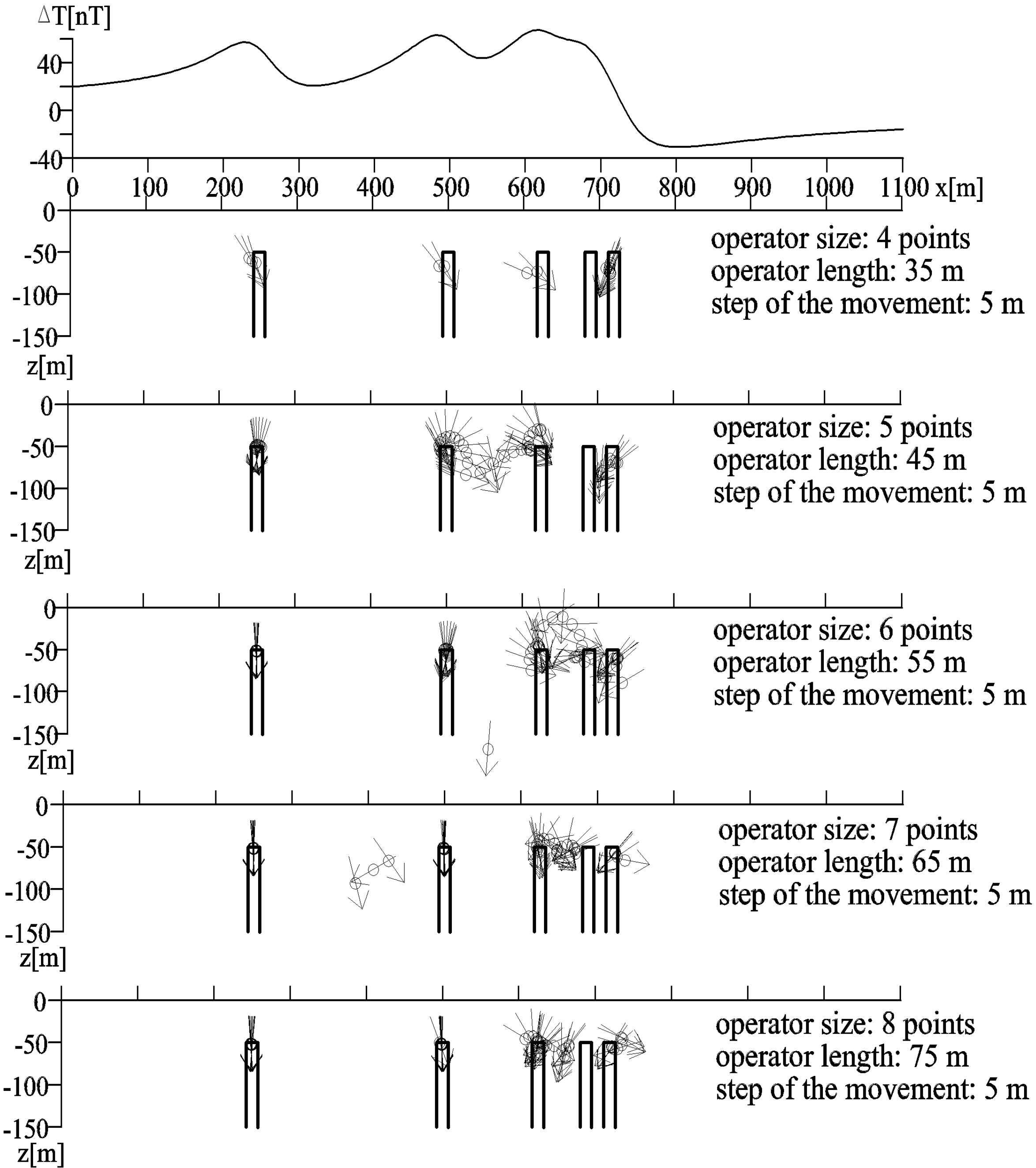


bez interf. polynómu



s interf. polynómom 2. stupňa

Wernerova dekonvolúcia – metodika (13/15)



príklad s 5 doskami (podľa Jain, 1976)

bez polynómu

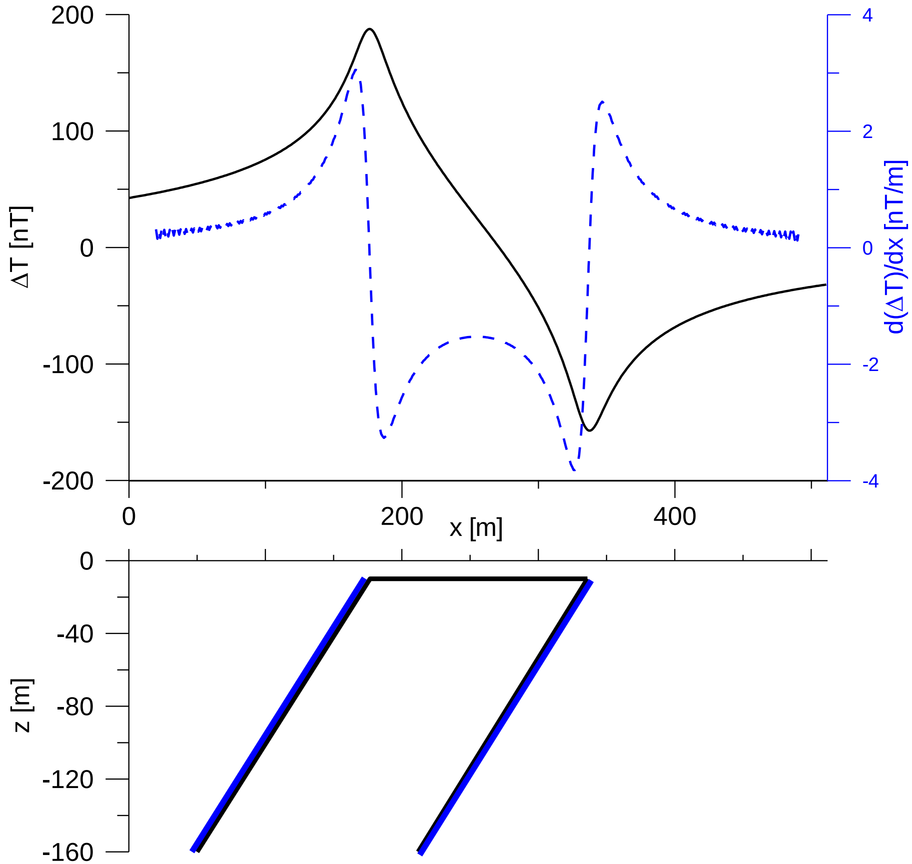
polynóm 0. stupňa

polynóm 1. stupňa

polynóm 2. stupňa (najviac používaný)

polynóm 3. stupňa

Wernerova dekonvolúcia – metodika (14/15)
rozšírenie pre mocné dosky



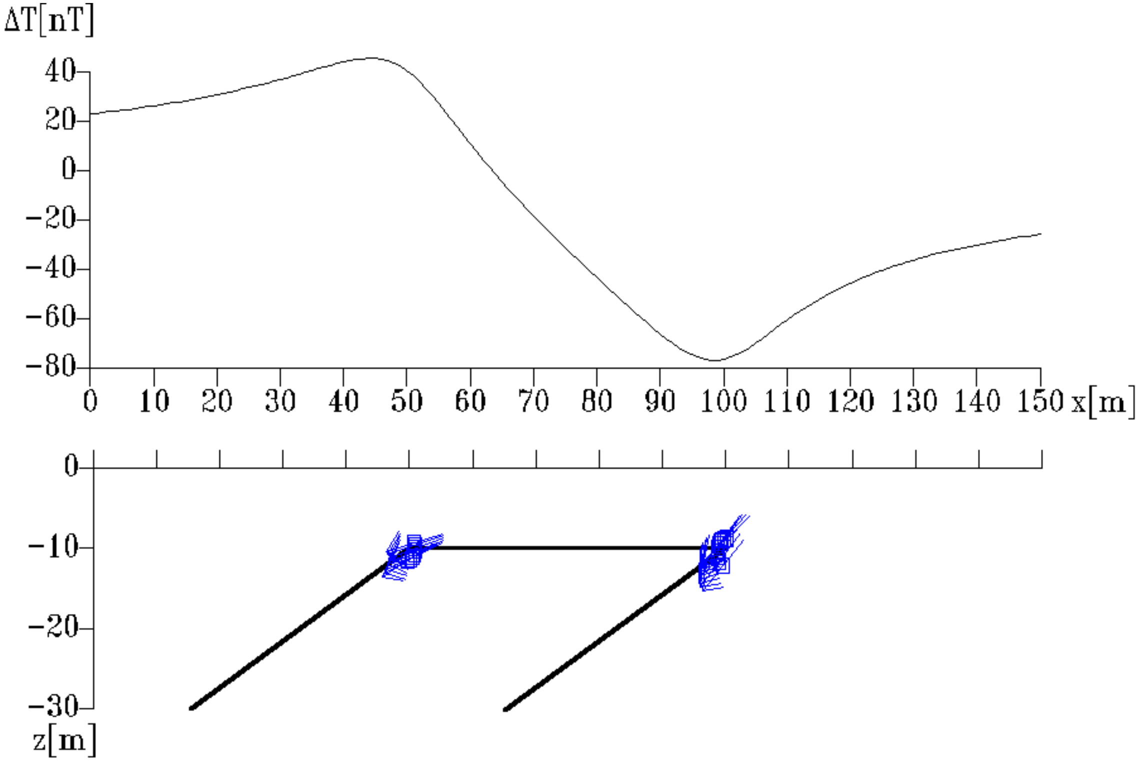
Hartman et al. (1971) využili známu vlastnosť pre anomálie od mocných (hrubých) dosiek – a síce, že horizontálna derivácia ich poľa (∂ΔT/∂x) má presne taký istý tvar, ako by mali 2 tenké dosky umiestnené na okrajoch tejto mocnej dosky (jedna tenká doska s normálnou a druhá s opačnou magnetizáciou).

Wernerova dekonvolúcia – metodika (15/15)

Algoritmus “Hartmanovej” verzie metódy:

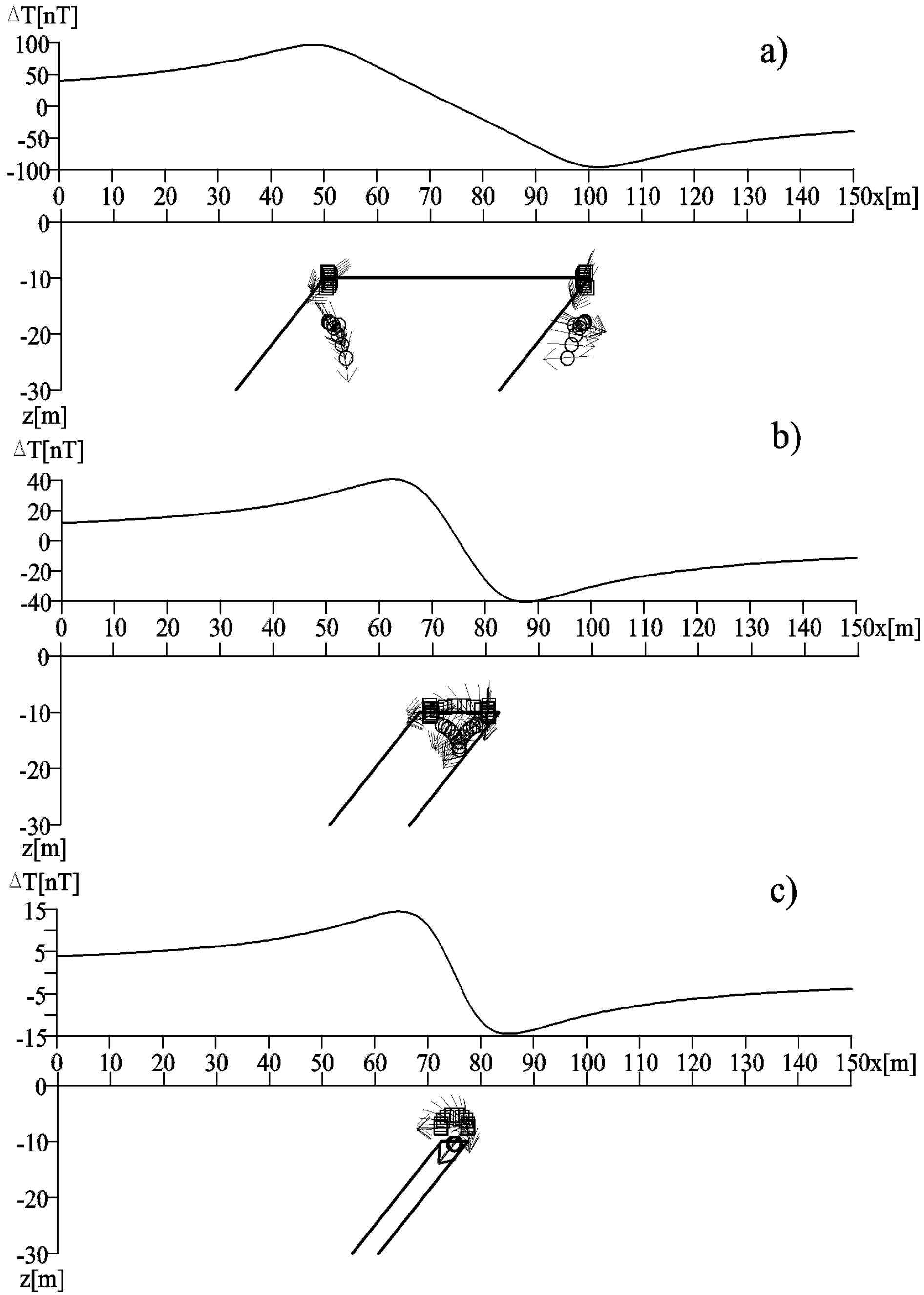
1. načítať profilové údaje (x, ΔT)
2. vypočítať numerickú horizontálnu deriváciu ∂ΔT/∂x
3. ďalej pokračovať podľa klasického algoritmu

....



porovnanie „ΔT“ a “∂ΔT/∂x“ riešení pre dosky s rôznou mocnosťou

vysvetlivky:
- riešenia s krúžkom uprostred: „ΔT“
- riešenia so štvorcom uprostred: “∂ΔT/∂x“



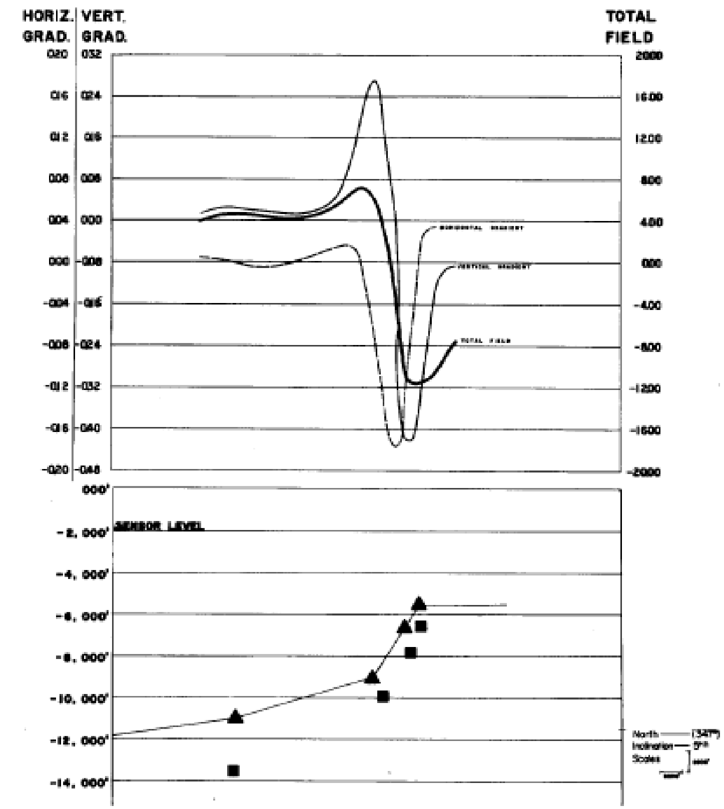
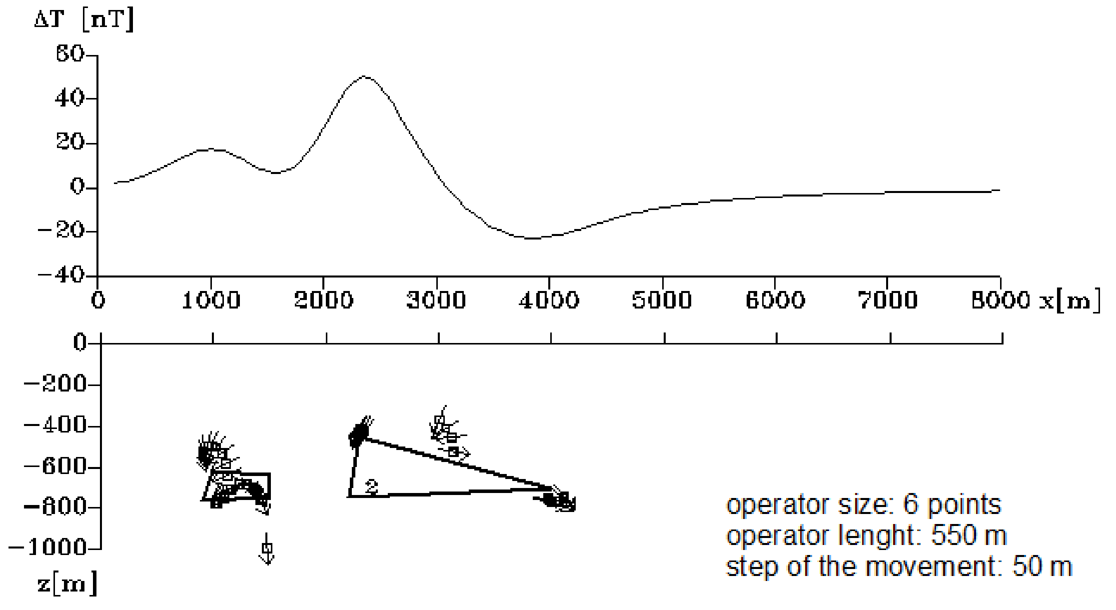
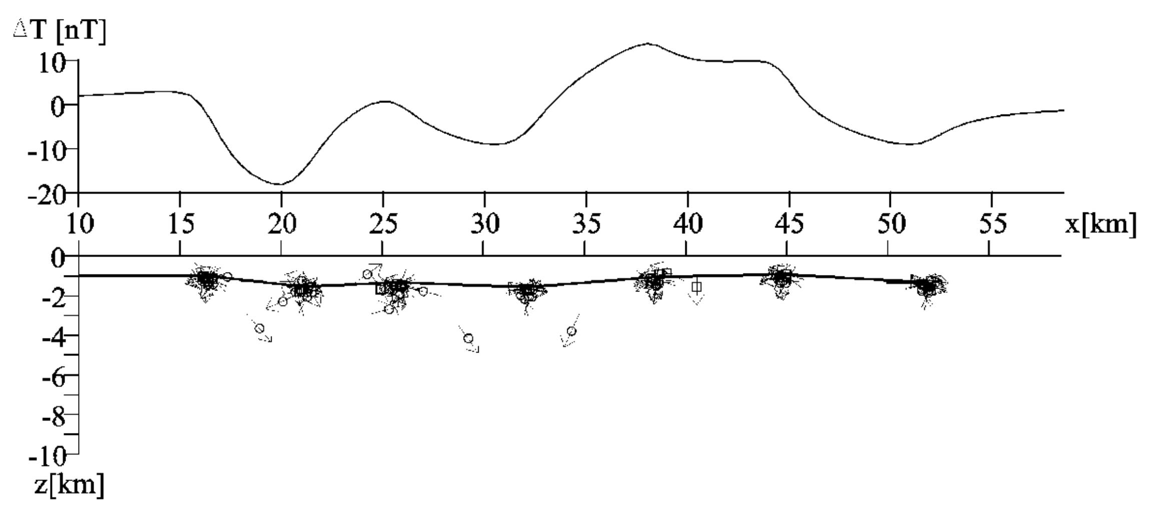


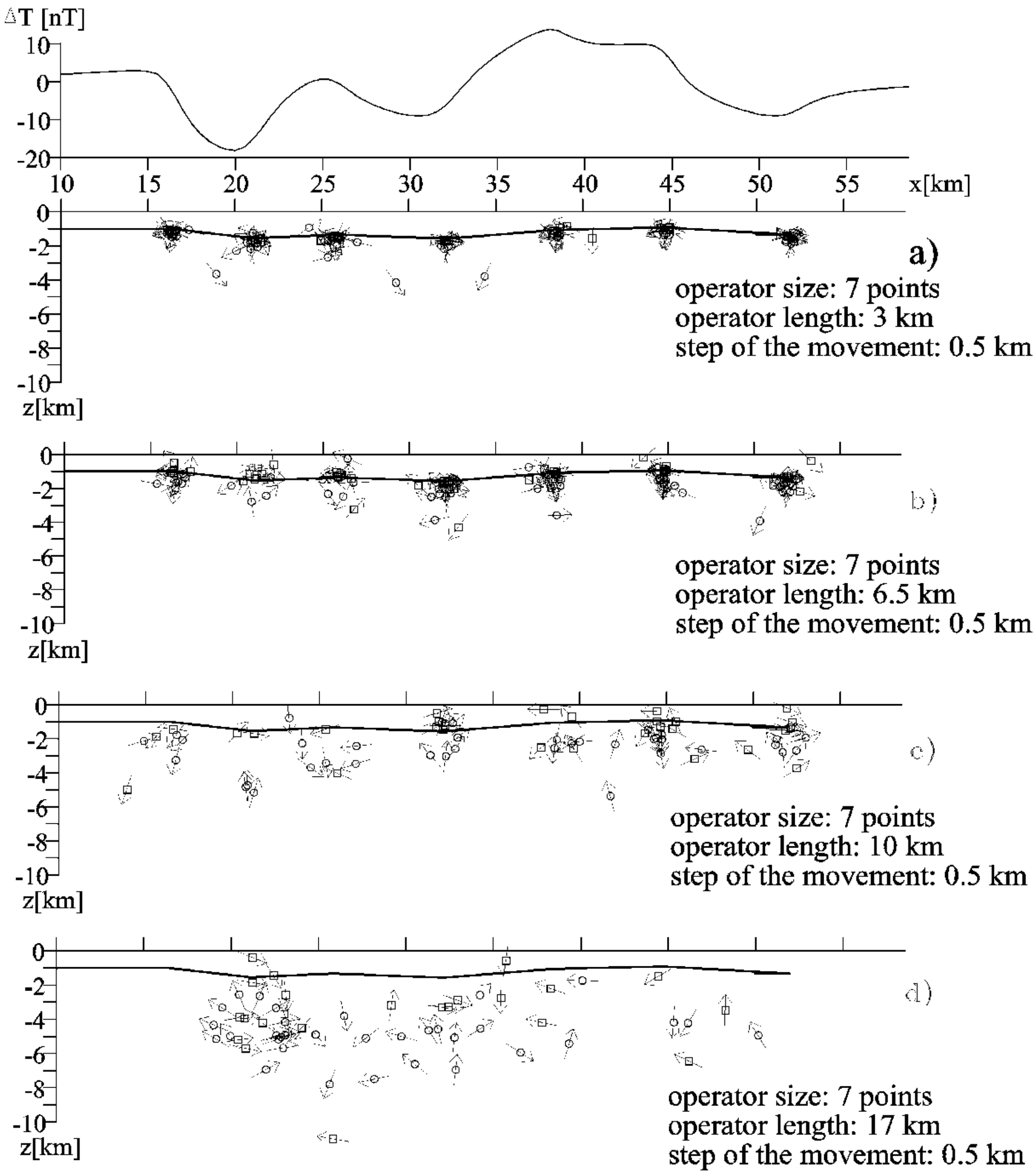
FIG. 16. Model study to show resolution of Werner deconvolution.

avšak tu je to presne naopak (štvorček je riešenie „ΔT“)

Vďaka “Hartmanovej” modifikácii (“$\partial\Delta T/\partial x$“) bolo možné použiť Wernerovu dekonvolúciu na rozpoznávanie obrysov telies s polygonálnym prierezom,dokonca aj na mapovanie hĺbok sub-horizontálnych rozhraní (hĺbky podložia bazénov).





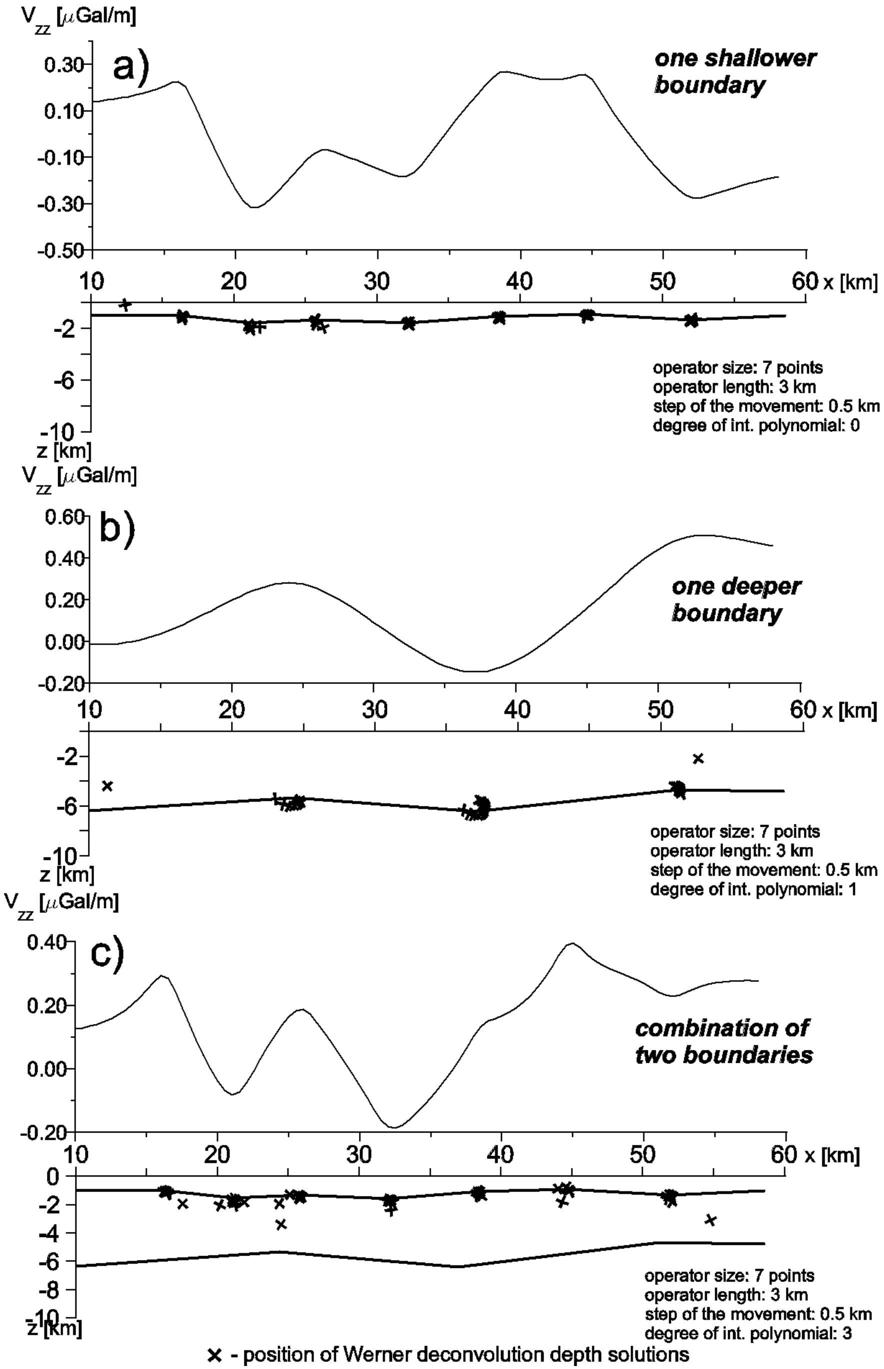


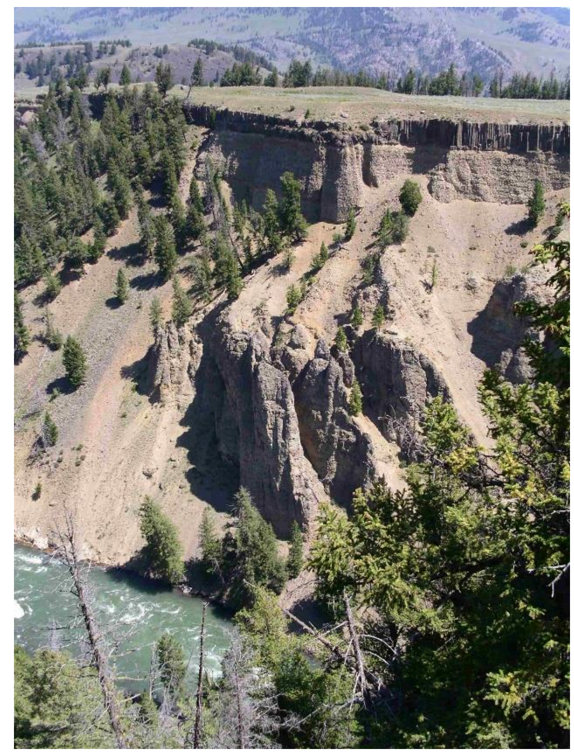
vplyv dĺžky okna

(veľkosť = size, znamená počet bodov braných do riešenia systému rovníc)

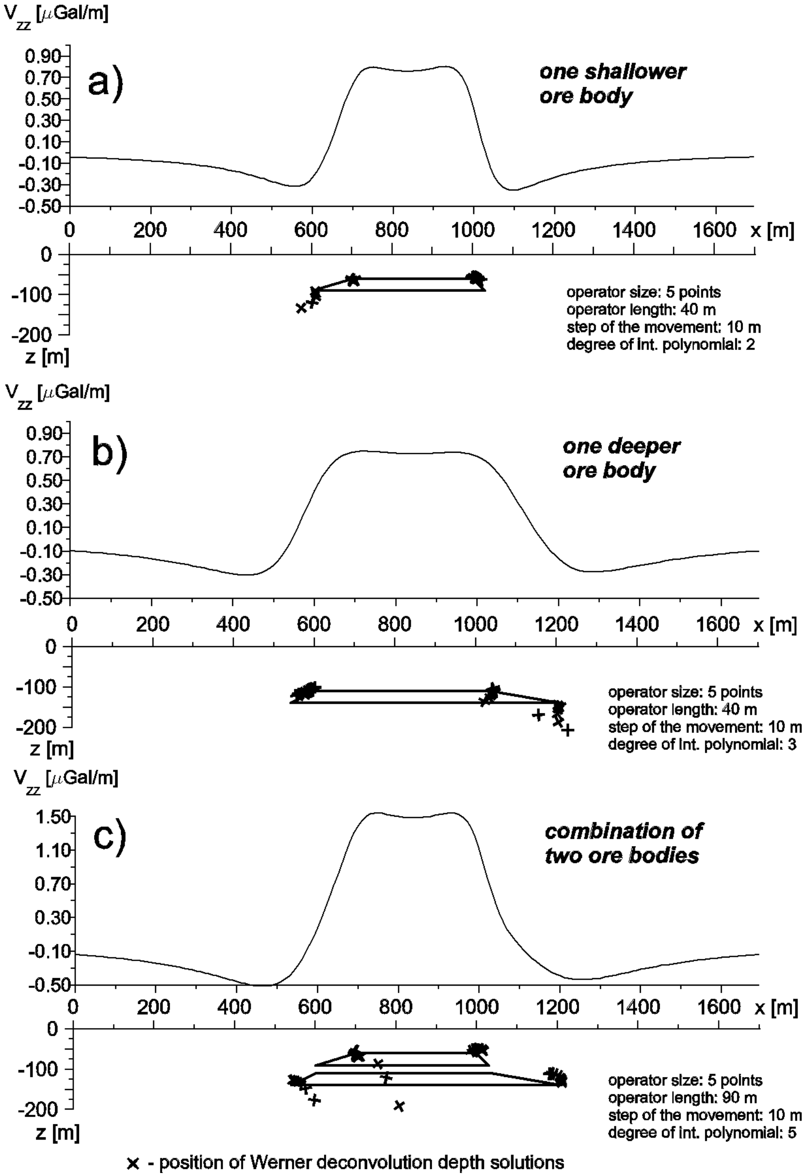
(dĺžka = length, znamená celkovú dĺžku okna, čiže veľkosť krát krok medzi bodmi okna)

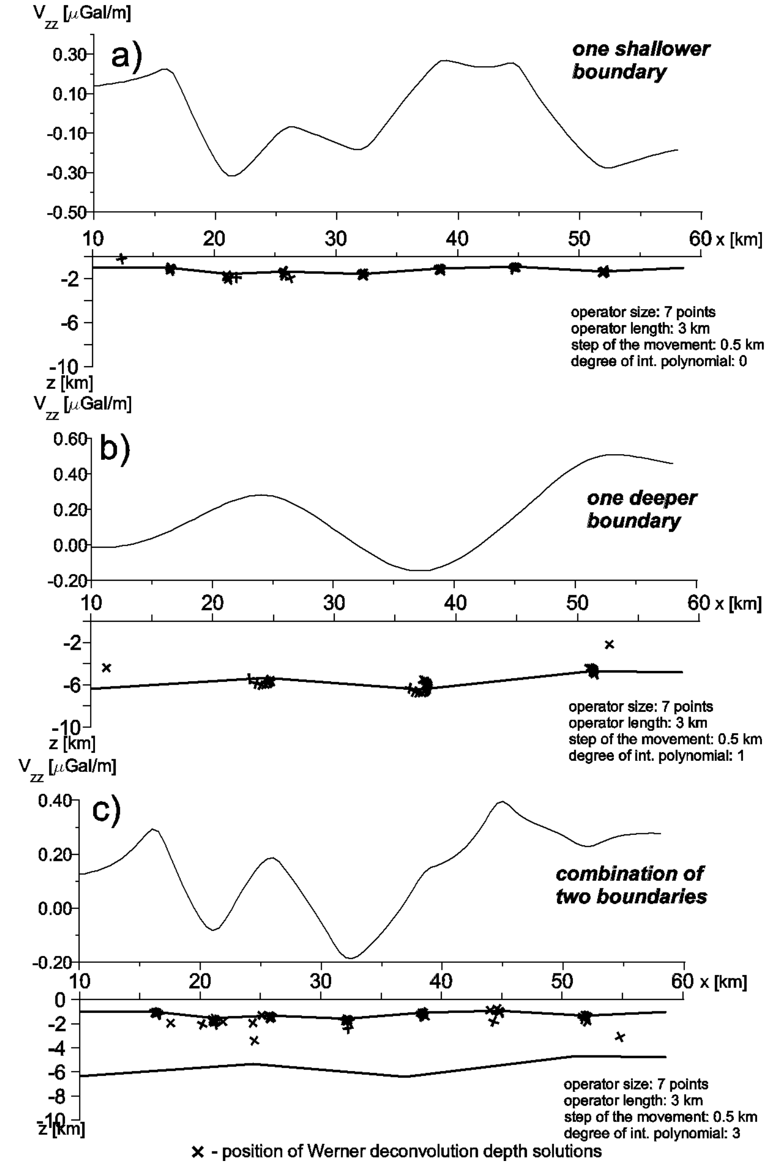
zvrstvené prostredie





problematika obrátených úloh v zmysle "Strachova"

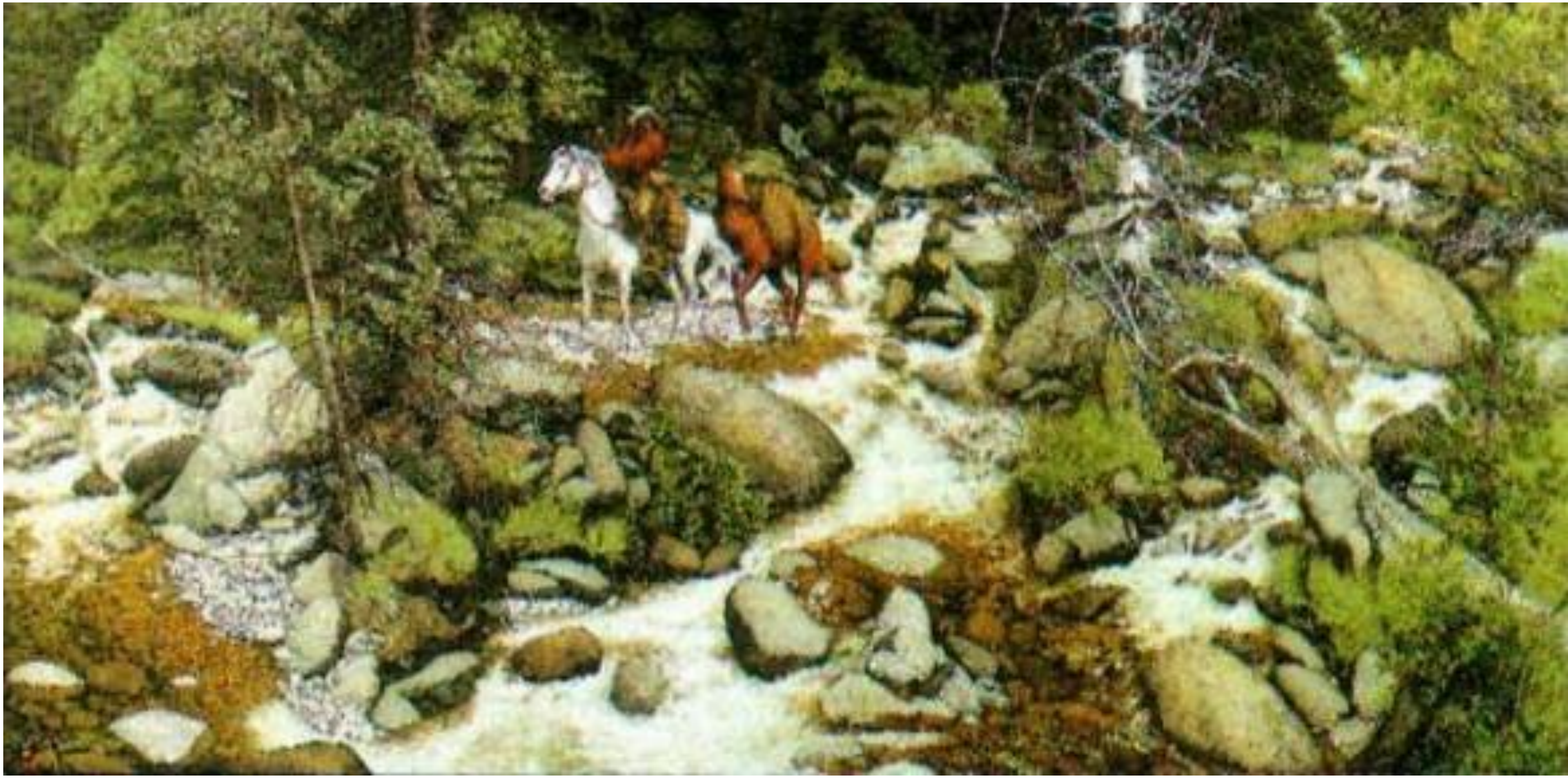




"rudný typ úlohy" – izolované telesá

"štrukúrny typ úlohy" – vrstvy

rozpoznávanie obrazu (pattern recognition) –
– dôležitá vlastnosť alebo získaná zručnosť aplikvoaného geofyzika…



koľko nájdeš skrytých tvárí na tomto obrázku…?

interpretačné metódy v magnetometrii

Obsah:

- obrátená úloha a jej vlastnosti,
- delenie interpretačných metód,
- modelovanie v magnetometrii,
- metódy charakteristických bodov,
- metódy logaritmických spektier,
- dekonvolučné metódy
  (Wernerova a Eulerova dekonvolúcia),
- transformované polia
  (analytický signal, redukcia na pól).

Eulerova dekonvolúcia – metodika (1/6)

Eulerov teorém o homogénnych funkciách:

Funkcia f(x,y,z) je homogénna, keď spĺňa rovnicu:

$$f(tx, ty, tz) = t^n f(x, y, z) \ , \qquad (2.1)$$

kde (x,y,z) sú kartézske pravouhlé súradnice, t je reálne číslo a
n je tzv. stupeň homogenity (napr. $f(x) = x^2$).

Dá sa dokázať* (Euler 1949), že keď existujú všetky ortogonálne derivácie funkcie f, tak platí nasledujúca rovnica (tzv. Eulerova parciálna difernciálna rovnica):

$$x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} + z\frac{\partial f}{\partial z} = nf \ . \qquad (2.2)$$

Táto rovnica je základom metódy Eulerovej dekonvolúcie.
Nerieši sa numericky ako diferenciálna rovnica (hľadaná neznáma nie je funkcia f), ale premenné x, y a z, resp. ich “odvodeniny” x_0, y_0 a z_0…

*** Euler, L., 1949: Differential calculus. Gostechizdat (Russian translation).**

Eulerova dekonvolúcia – metodika (2/6)

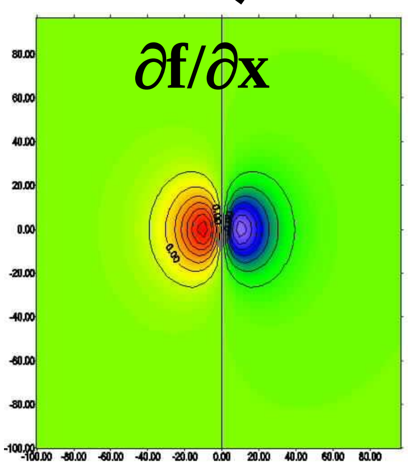
Rovnica (2.2) sa transformuje na verziu, kde sú súradnice bodu výpočtu (x_P, y_P, z_P) vymedzené voči súradniciam hľadaného zdroja (x_0, y_0, z_0) .

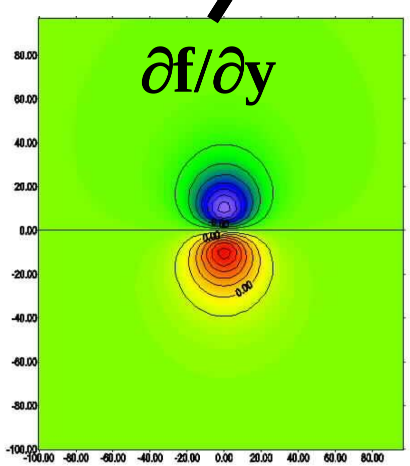
Hlavná myšlienka metódy:

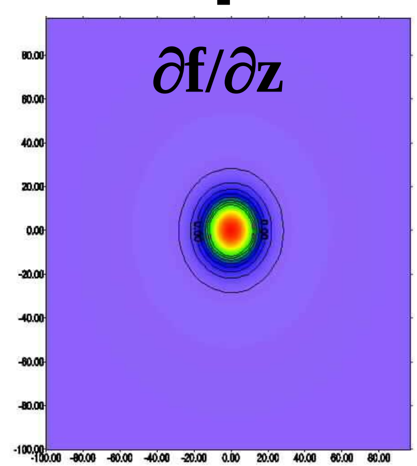
- spočítajú sa všetky gradienty $\partial f/\partial x$, $\partial f/\partial y$ a $\partial f/\partial z$
- rieši sa interpretačná rovnica (vyplývajúca z Eulerovho teorému)
- hľadané neznáme premenné sú súradnice zdroja (x_0, y_0, z_0).

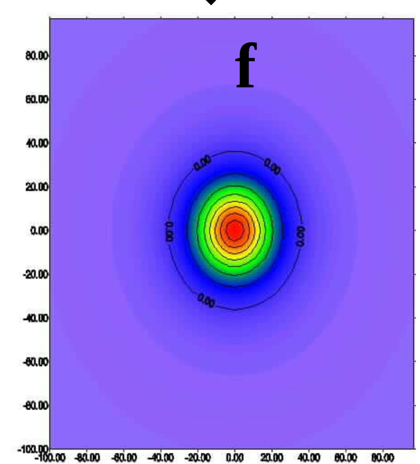
$$\left(x_P - x_0\right)\frac{\partial f}{\partial x} + \left(y_P - y_0\right)\frac{\partial f}{\partial y} + \left(z_P - z_0\right)\frac{\partial f}{\partial z} = -Nf \qquad (2.3)$$

N – tzv. štruktúrny index (udáva typ hľadanej štruktúry)









Eulerova dekonvolúcia – metodika (3/6)

A. Reid

Takže základná interpretačná rovnica pre Eulerovu dekonvolúciu:

2D prípad (profilové údaje):

$$(x - x_0)\frac{\partial f}{\partial x} + (z - z_0)\frac{\partial f}{\partial z} = -Nf \qquad (2.3)$$

3D prípad (gridy):

$$(x - x_0)\frac{\partial f}{\partial x} + (y - y_0)\frac{\partial f}{\partial y} + (z - z_0)\frac{\partial f}{\partial z} = -Nf$$

Thompson (1982) zistil, že počas interpretácie reálnych profilových údajov sa získajú lepšie výsledky, keď sa do výpočtu zapojí člen B (tzv. back-ground term). Často sa and z položí rovné nule (z = 0).

2D prípad (profilové údaje):

$$(x - x_0)\frac{\partial f}{\partial x} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} = -N(f - B) \qquad (2.4)$$

3D prípad (gridy):

$$(x - x_0)\frac{\partial f}{\partial x} + (y - y_0)\frac{\partial f}{\partial y} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} = -N(f - B)$$

V interpretačnej rovnici (2.4) máme tri (2D) lebo štyri (3D) neznáme: x_0, z_0 a B alebo x_0, y_0, z_0 a B (v tejto klasickej verzii metódy sa N predpokladá ako známe).

Eulerova dekonvolúcia – metodika (4/6)

Úpravou rovnice (2.4) pre 2D prípad dostaneme:

2D prípad

(profilové údaje):

$$\left(x - x_0\right)\frac{\partial f}{\partial x} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} = -N\left(f - B\right)$$

$$x\frac{\partial f}{\partial x} - x_0\frac{\partial f}{\partial x} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} = -Nf + NB$$

$$-x_0\frac{\partial f}{\partial x} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} - NB = -Nf - x\frac{\partial f}{\partial x}\ , \quad /*\left(-N\right)^{-1}$$

$$x_0\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial x} + z_0\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial z} + B = f + x\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial x} \qquad (2.5)$$

V interpretačnej rovnici (2.5) máme tri neznáme: x_0, z_0 a B.

Eulerova dekonvolúcia – metodika (5/6)

Úpravou rovnice (2.4) pre 3D prípad dostaneme:

3D prípad
(gridy):

$$(x - x_0)\frac{\partial f}{\partial x} + (y - y_0)\frac{\partial f}{\partial y} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} = -N(f - B)$$

$$x\frac{\partial f}{\partial x} - x_0\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} - y_0\frac{\partial f}{\partial y} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} = -Nf + NB$$

$$-x_0\frac{\partial f}{\partial x} - y_0\frac{\partial f}{\partial y} - z_0\frac{\partial f}{\partial z} - NB = -Nf - x\frac{\partial f}{\partial x} - y\frac{\partial f}{\partial y} \quad , \quad /*(-N)^{-1}$$

$$x_0\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial x} + y_0\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial y} + z_0\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial z} + B = f + x\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{1}{N}\frac{\partial f}{\partial y}$$

(2.6)

V interpretačnej rovnici (2.6) máme <u>štyri</u> <u>neznáme</u>: x_0, y_0, z_0 a B.

Ďalej sa metóda rieši veľmi podobne, ako to bolo v prípade Wrnerovej dekonvolúcie.

Eulerova dekonvolúcia – metodika (6/6)

Algoritmus metódy (veľmi podobný Wernerovej d.):

1.Načítanie profilových údajov (x, ΔT) alebo plošných údajov (x, y, ΔT).

2.Definovanie posuvného okna pozdĺž profilu alebo gridu
(pre každý bod okna sa napíše samostatná verzia interpr. rovnice)

3. Pre každú polohu okna sa rieši daný system rovníc:
   a) ak je veľkosť okna rovná počtu neznámych, tak sa použije niektorá eliminačná (napr. Gaussova) alebo deokompozičná metóda (napr. SVD) ,
   b) ak je veľkosť okna väčšia, tak sa system rovníc rieši pomocou metódy najmenších štvorcov (Least SQuares method)

4. Zo získaných riešení sa priamo určia hľadané parametre x_0, y_0, z_0 a B.

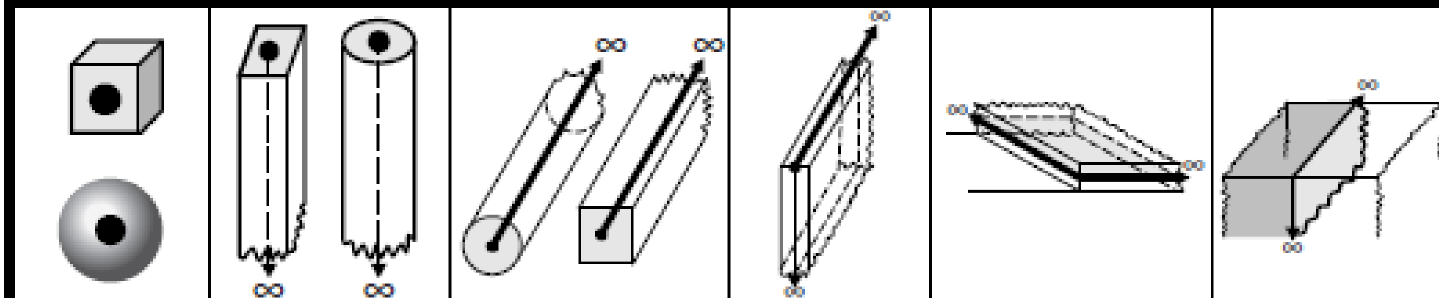
5. Nerealistické alebo pravdepodobne nesprávne hodnoty sa vylučujú:
hodnoty x_0 mimo interpret. okna, hodnoty z_0 nad povrchom alebo tie s imagnárnou časťou, hodnoty s príliš vysokými hodnotami štandardnej odchýlky (LSQ), podmienkového čísla (SVD) alebo tzv. Cooperovej chyby.

6.Riešenia sa vykresľujú v reze (niekedy je dobré ich pospájať čiarou) alebo v ploche (určite bez spojenia čiarou).
<u>Dôležité sú miesta, kde viacré riešenia vytvárajú koncentrované zhluky</u>
(bez chvostíkov, vlniek, krídeliek a iných podobných deformácií…)

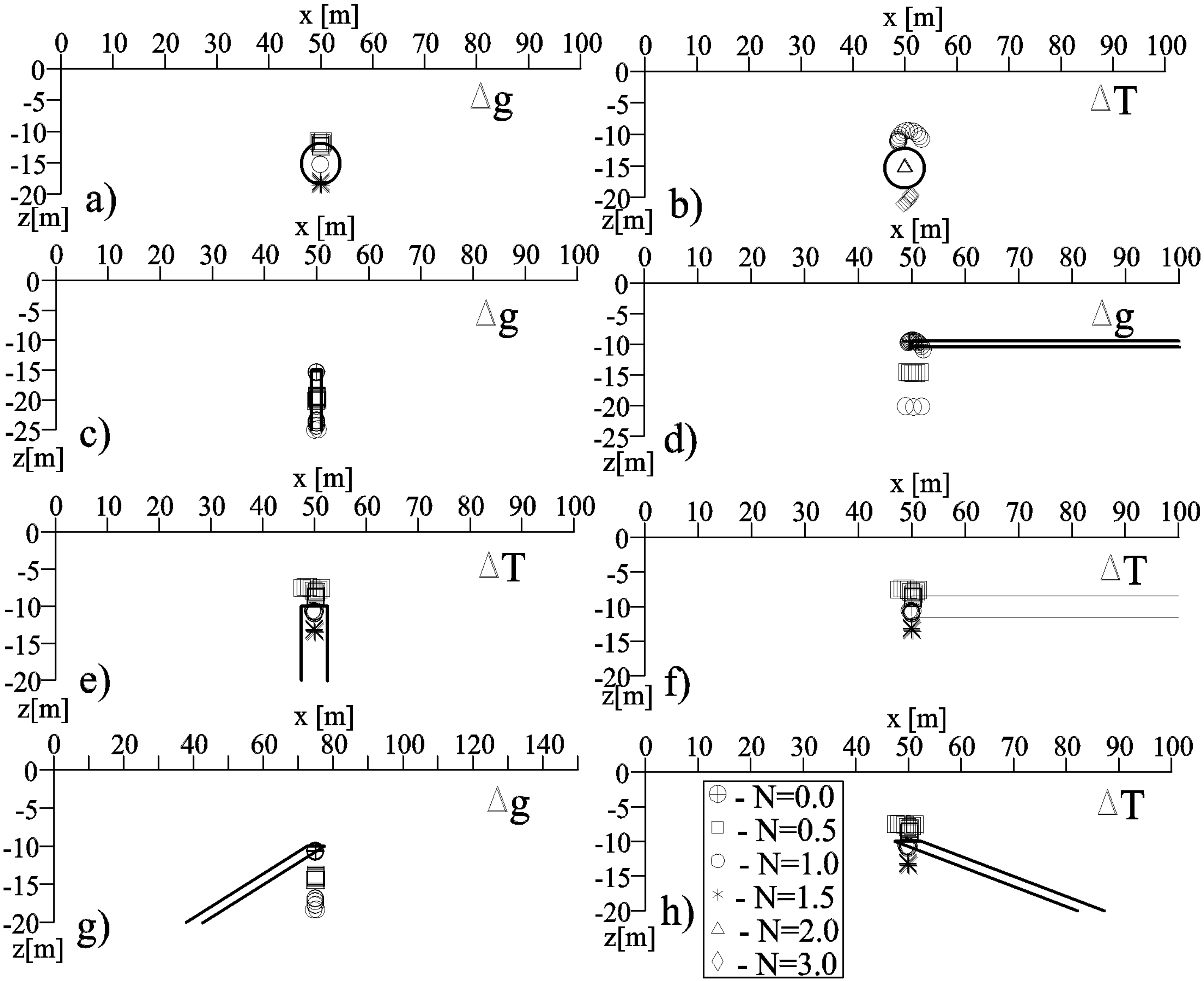
Eulerova dekonvolúcia
- hodnoty štruktúrneho indexu pre rôzne typy telies:

geologický model	počet nekonečných rozmerov modelu	magnet. N	grav. N
guľa	0	3	2
vert. tyč	1 (z)	2	1
horizont. valec	1 (x-y)	2	1
dajka (doska)	2 (z a x-y)	1	0
polnekoneč. horiz. doska	2 (x a y)	1	0
kontakt	3 (x, y a z)	0	–1

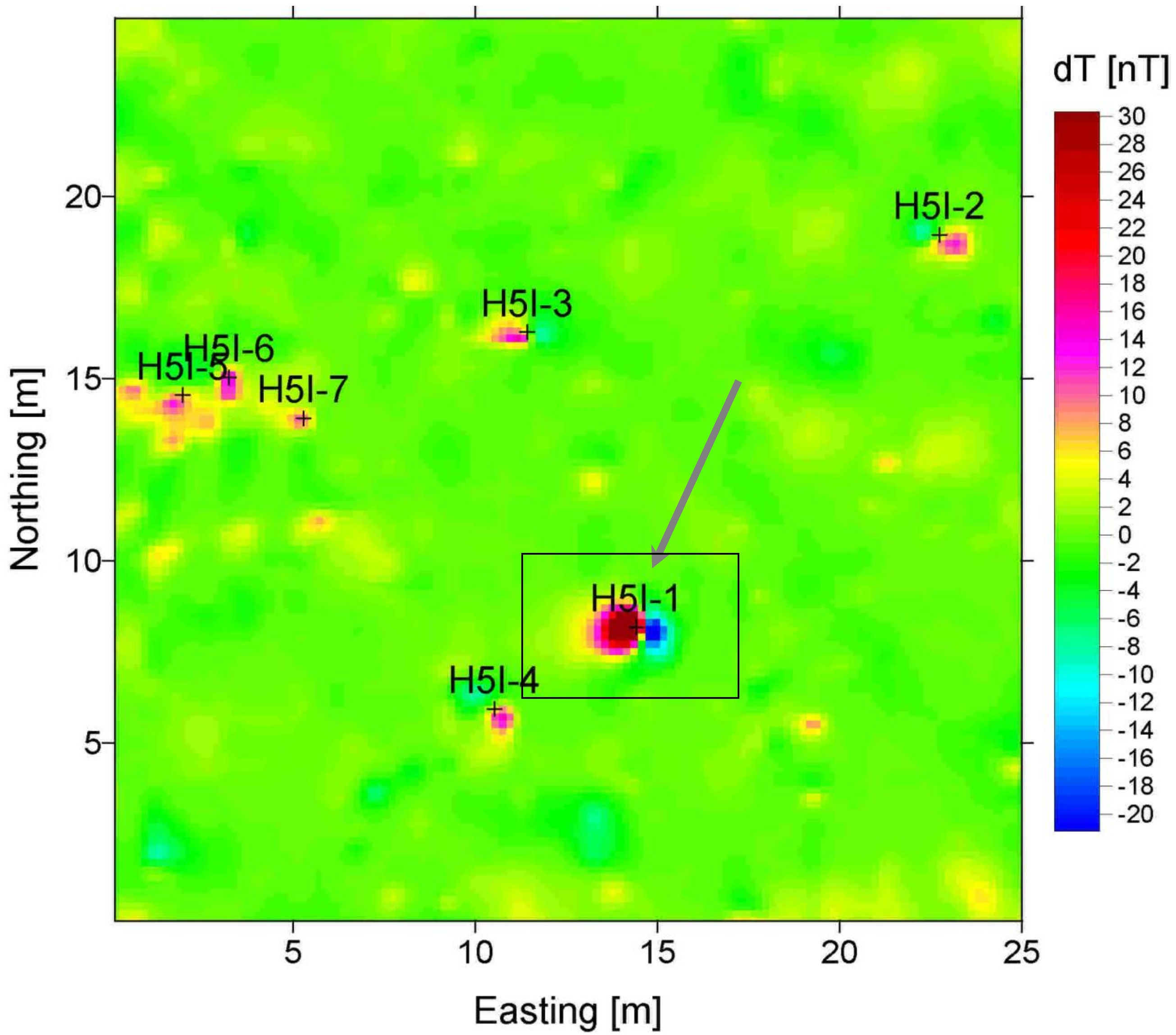
Eulerova dekonvolúcia
- hodnoty štruktúrneho indexu pre rôzne typy telies:

EULER Structural index *N* for simple sources		POINT DIPOLE	POINT POLE	LINE DIPOLES	LINE POLES	SHEET DIPOLES	SHEET POLES
		PD	PP	LD	LP	SD	SP
							
MAGNETIC & GRAVITY MODELS		SPHERE	VERT CYLINDER	HORIZ CYLINDER	VERT SHEET	HORIZ SHEET SEMI–∞ SLAB	CONTACT (INTERFACE)
		PT. MASS	VERT ROD	HORIZ ROD LINE MASS	THIN DIKE	FAULT (SMALL THROW)	
MAG	FIELD	3	2	2	1	1	0
	1st DERV	4	3	3	2	2	1
	2nd DERV	5	4	4	3	3	2
GRAV	FIELD	2	1	1	0	0	–1 ?
	1st DERV	3	2	2	1	1	0
	2nd DERV	4	3	3	2	2	1

Eulerova dekonvolúcia
- výsledky na syntetických dátach:

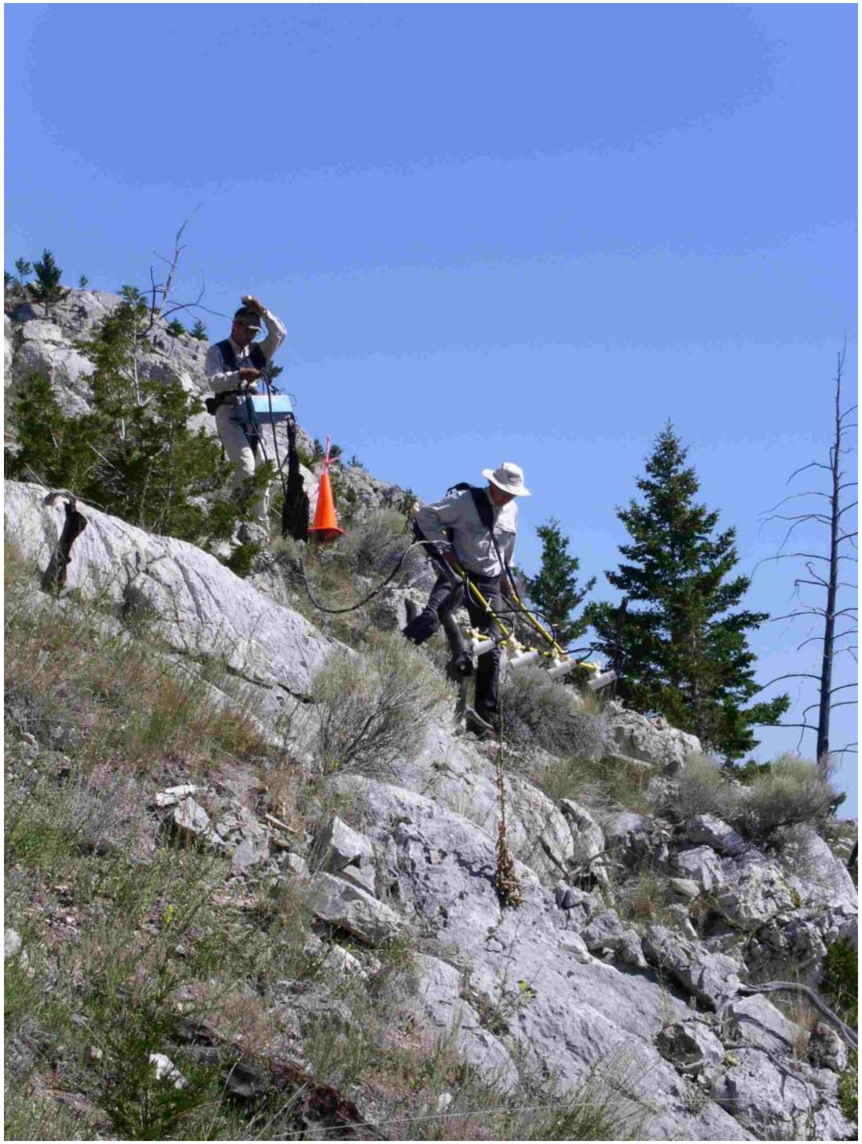


vyhľadávanie UXO
(UXO - UneXploded Ordnance)



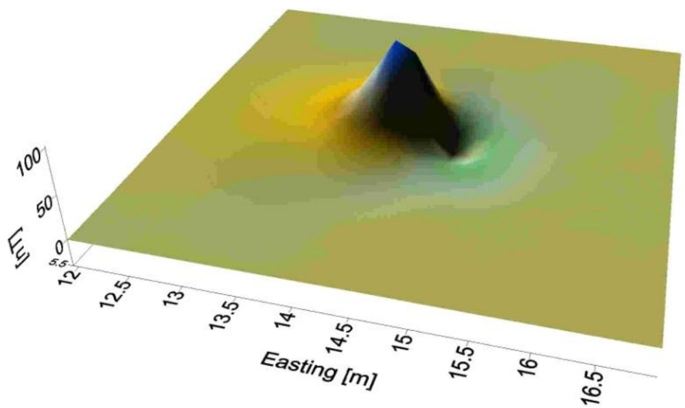
site: Limestone Hills, Montana, USA

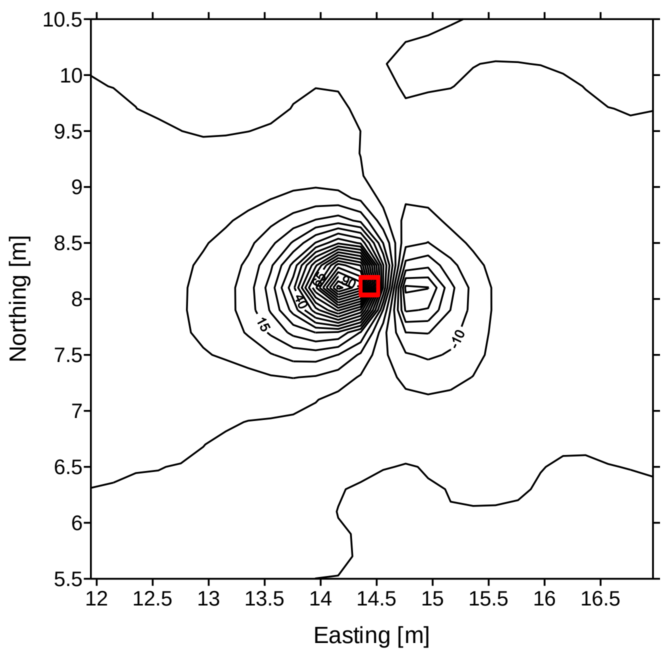
vyhľadávanie UXO
(UXO - UneXploded Ordnance)

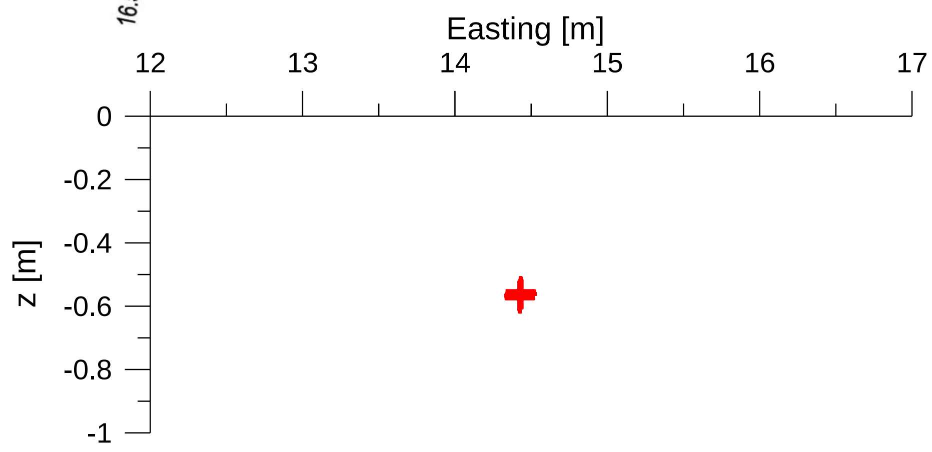


site: Limestone Hills, Montana, USA

vyhľadávanie UXO
(UXO - UneXploded Ordnance)







reálna hĺbka munície (UXO objektu) bola 0.6 m pod senzorom (tesne pod povrchom)

nájdený objekt Nr. H5I-1 (76mm strela)

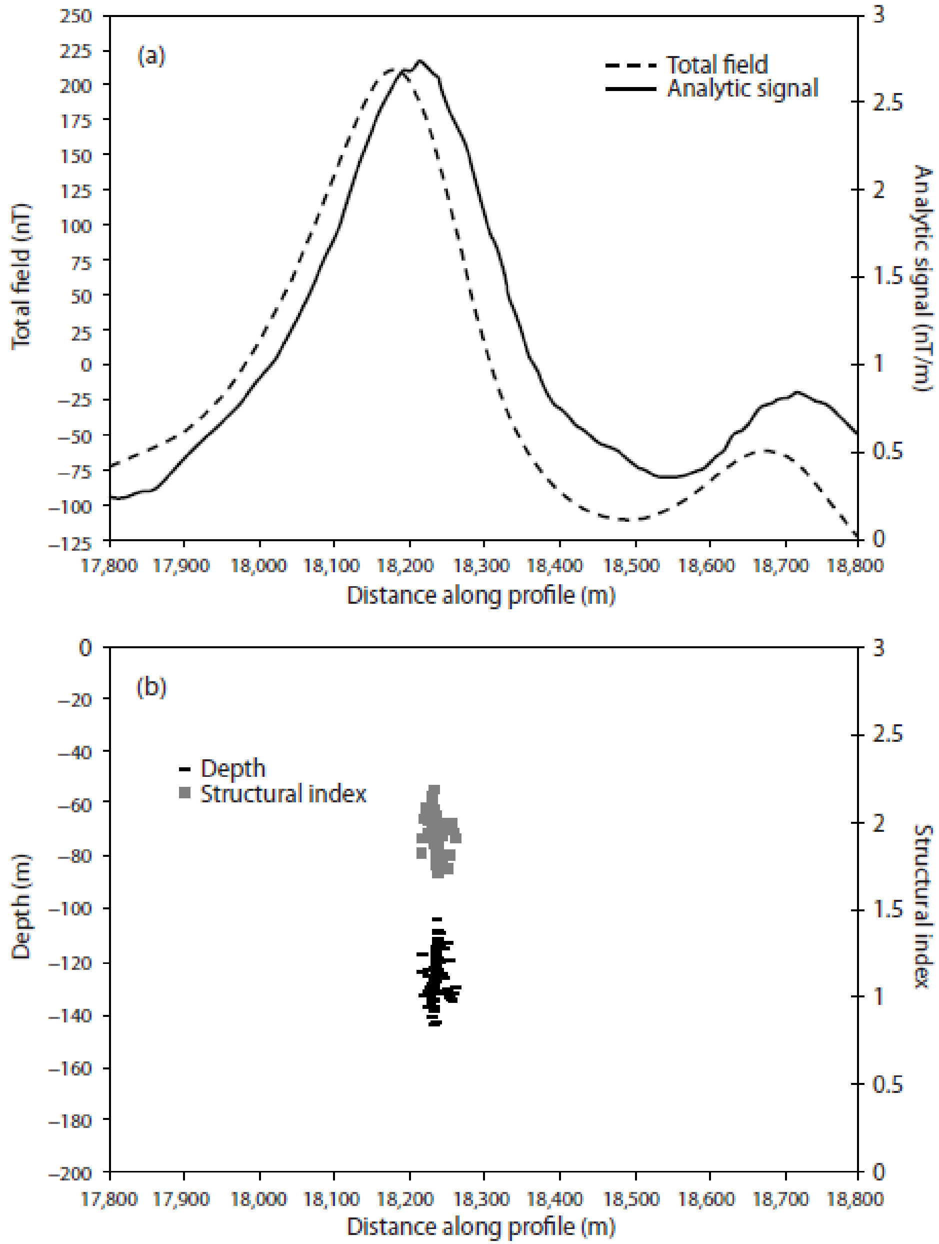


FIGURE 13.49 (a) Total magnetic intensity anomaly and calculated analytic signal of a dike over a portion of the Canadian Precambrian shield in northeast Ontario, Canada. (b) Results obtained from Euler deconvolution of the analytic signal, showing a tight cluster of depth and structural index solutions indicating a thin magnetic dike (structural index of 2.15) at a depth of roughly 130 m. Adapted from KEATING and PILKINGTON (2004).