

Fyzika Zeme

- Úvodný kurz pre poslucháčov prvého ročníka bakalárskych programov v rámci štúdia geológie
- Mechanika, Newtonova gravitácia

Obsah prednášky:

- základné pojmy (dráha, rýchlosť, zrýchlenie, ...)
- sila, impulz sily, moment sily, hybnosť
- Newtonove pohybové zákony
- Keplerove zákony
- Newtonov gravitačný zákon
- zdanlivé sily v neinerciálnych sústavách
(Coriolisova sila, precesný pohyb)

klasická mechanika

ČIN VYSVETLUJE GALILEIHO 57

idelí nijakú rýchlosť, len
stane pri ňom bez
ento jav si vysvetľuje
vačnosti, podľa ktorého
vonkajšie sily, si
chlosť (tu
meň bez toho,

pu relativity je
naké ako hľadisko
t vysvetľuje, čo
pri A), tvrdiac, že
ní k zemi
ie, prečo kameň
o naopak), si
ho zákon, podľa
hľadu na
n



ty sú

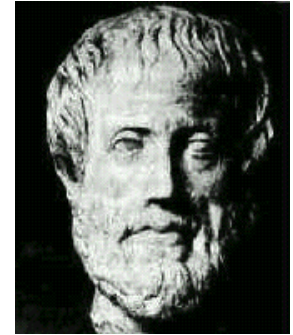
sti som mal

ej relativity a jej
sebe Einstein
muláciu
šak bolo treba
to povedať, že
chápali jej
podobne



mechanika z obdobia Aristotela

Aristoteles (384-322 B.C.) je považovaný za prvého vedca, ktorý sa zaoberal fyzikou – aj ju pomenoval (φυσική = phusiké ≈ poznanie prírody).



Hmota sa skladá zo základných 4 elementov:

vzduch

zem

voda

ohreň

Vysvetlenie prírodných javov bolo založené plne na logickom prístupe, neexistovala koncepcia overovacieho experimentu.

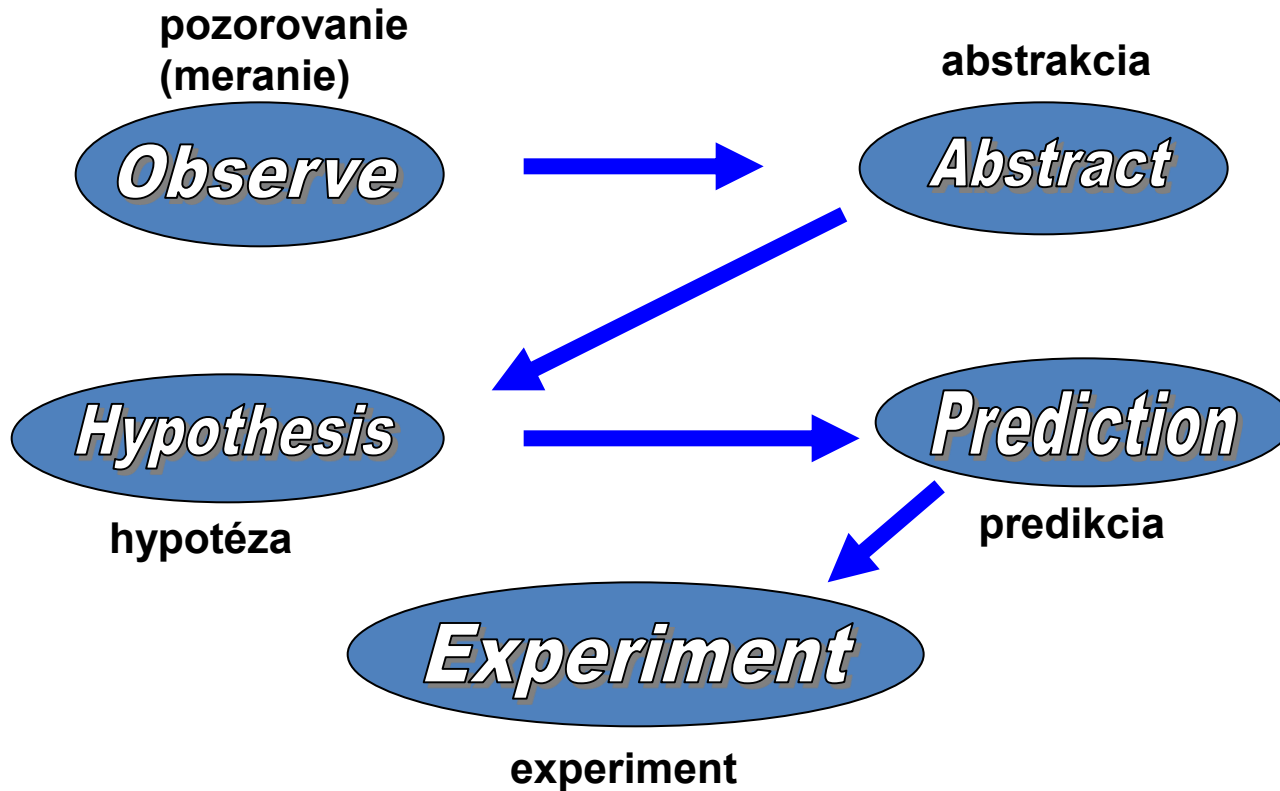
Veda nemala prediktívny charakter.

Príklad, kde sa plne mýlil: ťažšie telesá padajú rýchlejšie, ako ľahké.

renesancia

Galileo Galilei (1564 -1642) bol prvým vedcom, ktorý použil metódu pozorovania (merania) a experimentu.

Založil tým základy modernej vedy.



renesancia – chápanie zotrvačnosti

Galileo:

vyvinul myšlienku **sily ako príčiny pohybu**

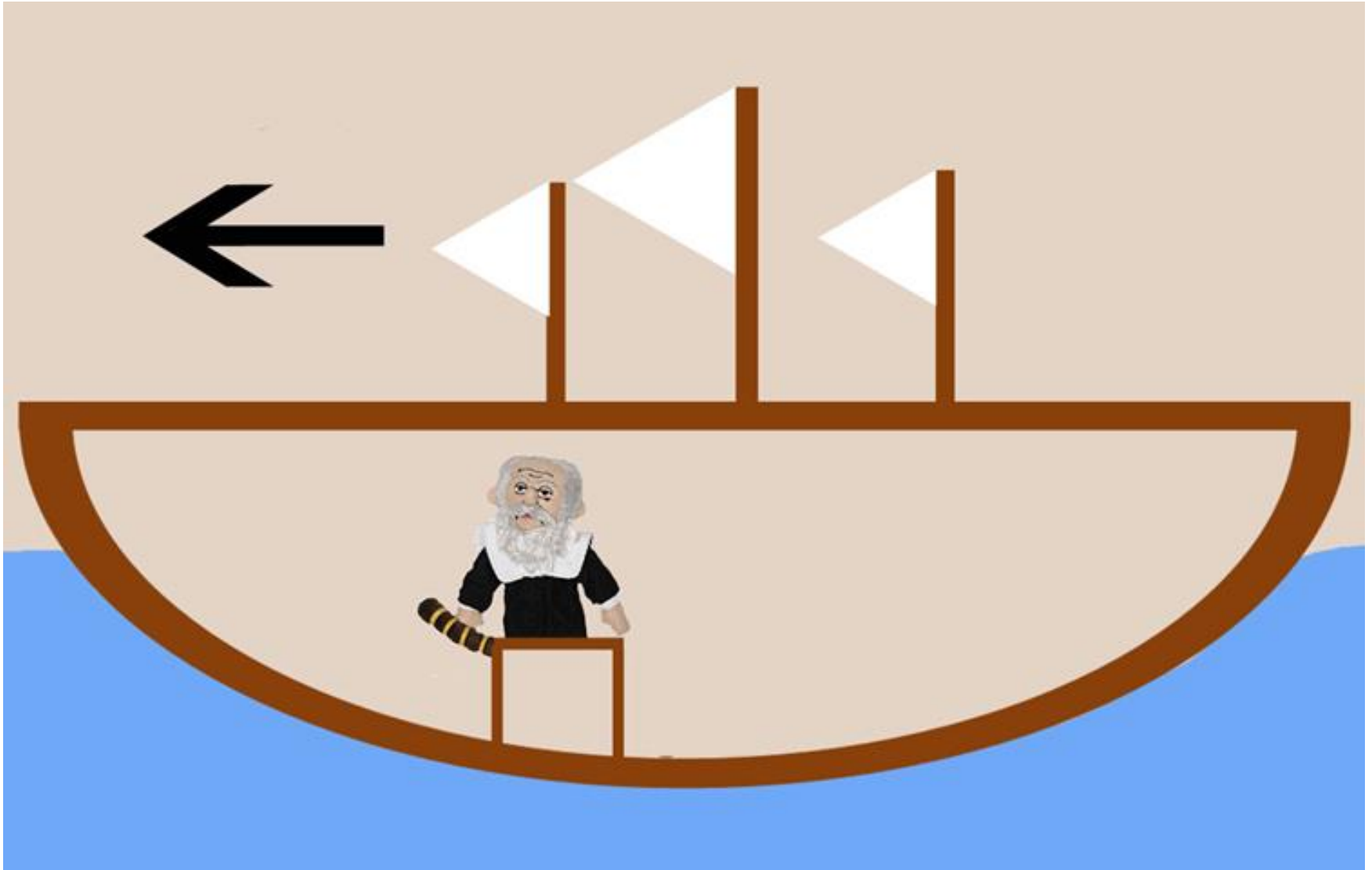
- určil, že prirodzený stav objektu je pokoj, resp. rovnomerný pohyb (t.j. predmety majú vždy rýchlosť, niekedy má táto rýchlosť nulovú veľkosť = pokoj),
- predmety odolávajú zmene pohybu, ktorá sa nazýva **zotrvačnosť**.

Newton

rozvinul tieto myšlienky a podporil ich matematickým aparátom:

- **zmena rýchlosti (zrýchlenie) je spôsobená silou,**
- zotrvačnosť = odpor voči zmene pohybu – je úmerná hmotnosti predmetu a pôsobiacej sily.

renesancia – prvé pokusy chápanie relativity



Základné pojmy - mechanika

Mechanika - skúma pohybové stavy telies
(kinematika)
a príčiny ich pohybu
(dynamika).

Základné pojmy a veličiny (v mechanike)

Hmotný bod – objekt so zanedbateľnými rozmermi a nenulovou hmotnosťou (pri pohybe vykonávajú všetky časti telesa ten istý pohyb).

Teleso je súbor atómov, molekúl alebo iónov - sústava hmotných bodov. Sily, ktoré jednotlivé častice držia pohromade nazývame vnútorné sily.

Tuhé teleso - rozmery a tvar telesa nemožno zanedbať.

Dokonale tuhé teleso je také teleso, ktoré sa pôsobením vonkajších síl nedeformuje.

Soft body



Rigid body



Základné pojmy a veličiny (v mechanike)

Pohyb je zmena polohy hmotného bodu (telesa).

Pohyb môže byť pravidelný (rovnomerný) a nepravidelný (nerovnomerný).

Poznáme:

- posuvný pohyb,
- otáčavý (rotačný) pohyb,
- kmitavý (oscilačný) pohyb.

Trajektória je dráha (tvar dráhy) pri posuvnom pohybe – geometrická čiara, ktorú opisuje pri pohybe hmotný bod alebo teleso.

Dráha (vzdialenosť) sa často označuje veličinou s [m].

Vo väčšine prípadov je dráha skalárna veličina, ale niekedy je to vektor.

Základné pojmy a veličiny (v mechanike)

Rovnomerný priamočiary pohyb hmotného bodu:

- **dráha**, s [m] (vzdialenosť)

(pod pojmom trajektória sa chápe skôr tvar dráhy)

- **rýchlosť**, v [m/s, $m \cdot s^{-1}$] (zmena dráhy za jednotku času)

$v = s/t$ (priemerná rýchlosť), $v(\Delta t) = \Delta s / \Delta t$ (po úsekoch),

poznáme aj uhlovú rýchlosť ω [$rad \cdot s^{-1}$] (rotujúce objekty)

- **zrýchlenie**, a [m/s^2 , $m \cdot s^{-2}$] (zmena rýchlosti za jednotku času)

$a = v/t$ (priemerné zrýchlenie), $a(\Delta t) = \Delta v / \Delta t$ (po úsekoch),

(veľmi dôležité je gravitačné zrýchlenie g)

- **ryv**: r [m/s^3 , $m \cdot s^{-3}$] (zmena zrýchlenia za jednotku času)

Základné pojmy a veličiny (v mechanike)

Zrýchlený pohyb hmotného bodu:

Zo základného vzťahu pre zrýchlenie $a = v/t$ vyplýva:

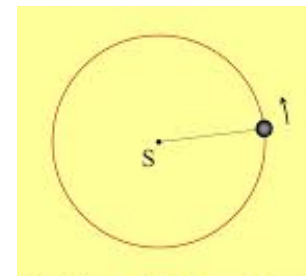
$$v = v_0 + at$$

kde v_0 je tzv. začiatočná (počiatočná) rýchlosť.

Pre dráhu zrýchleného pohybu platí:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Základné pojmy a veličiny (v mechanike)



Rovnomerný pohyb hmotného bodu po kružnici:

Je to pohyb, pri ktorom sa hmotný bod pohybuje po trajektórii tvaru kružnice, pričom veľkosť jeho obvodovej rýchlosti je konštantná (smer rýchlosti sa mení). Rovnomerný pohyb po kružnici je periodický pohyb s periódou T (je to čas, za ktorý hmotný bod opíše celú kružnicu, $[T] = s$).

Obrátená hodnota periódy sa nazýva frekvencia f a určuje počet obehov, ktoré hmotný bod vykoná za jednu sekundu.

$$f = \frac{1}{T}, \quad [f] = s^{-1} = \text{Hz}$$

Uhlová rýchlosť ω je veľkosť uhla, ktorý opíše sprievodič r hmotného bodu za jednu sekundu. $[\omega] = \text{rad s}^{-1}$

Ak poznáme periódu alebo frekvenciu pohybu, uhlovú rýchlosť vyjadríme ako:

$$|\omega| = 2\pi/T = 2\pi f$$

Pre obvodovú rýchlosť potom platí:

$$|v_t| = \omega r = 2\pi r f = 2\pi r/T$$

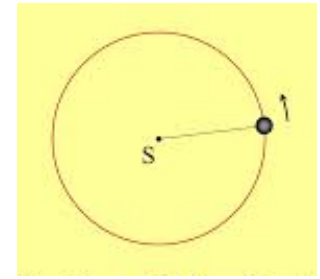
Pre zrýchlenie (tzv. dostredivé, centripetálne) v dôsledku rotácie platí: $a_n = \omega^2 r$.

Poznámka: Rýchlosť a zrýchlenie sú vektory: tu ich rozkladáme na 2 zložky:

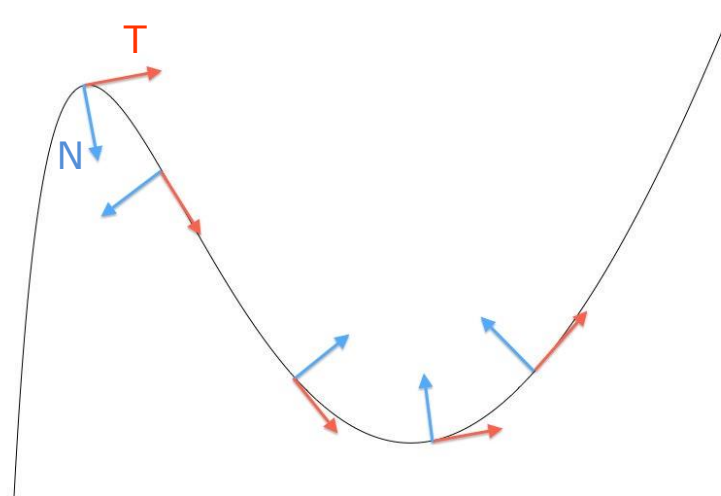
normálovú a tangenciálnu.

Základné pojmy a veličiny (v mechanike)

Rovnomerný pohyb hmotného bodu po kružnici:



- **tangenciálna zložka vektora** (napr. a_t) = dotyčnicová
(spojená so zmenou veľkosti vektora)
- **normálová zložka vektora** (napr. a_n) = kolmá
(spojená so zmenou smeru vektora)



Newtonove zákony pohybu:

1. zákon (zákon zotrvačnosti):

Teleso zotrváva v pokoji alebo rovnomernom priamočiarom pohybe, ak nie je donútené vonkajšou silou tento stav zmeniť. Platí aj obrátene: Ak je teleso v pokoji alebo sa pohybuje rovnomerne priamočiaro, nepôsobí naň žiadna sila alebo výslednica pôsobiacich síl je nulová.

2. zákon (zákon sily):

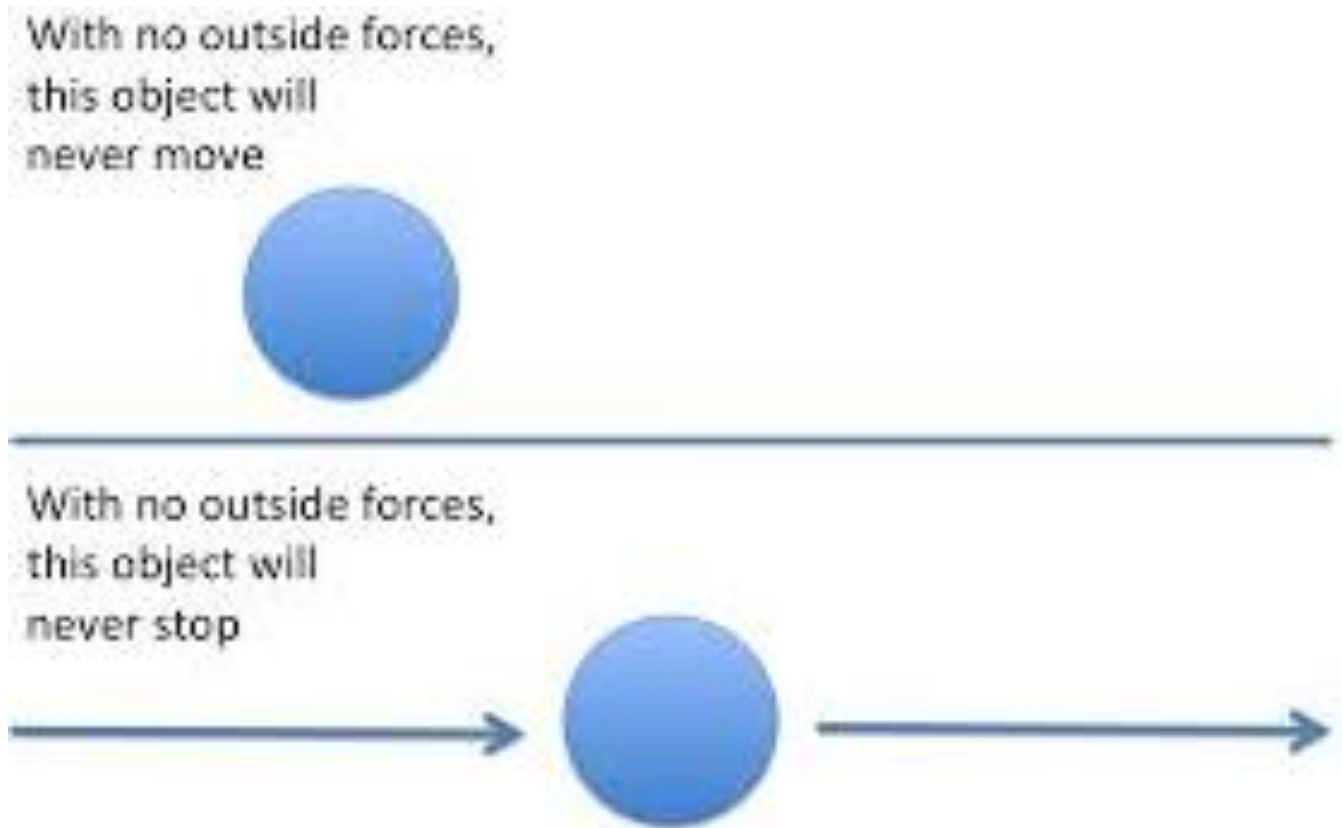
Sila pôsobiaca na teleso mu udeľuje zrýchlenie, ktorého veľkosť je daná podielom veľkosti sily a hmotnosti telesa. Vyplýva z neho tzv. Newtonova pohybová rovnica: $\vec{F} = m \vec{a}$
Smer zrýchlenia je totožný so smerom pôsobiacej sily.

3. zákon (zákon akcie a reakcie):

Telesá na seba pôsobia vždy vzájomne, dvojicami síl rovnakej veľkosti a opačného smeru (ktoré súčasne vznikajú a zanikajú).

1. zákon (zákon zotrvačnosti):

Teleso zotrváva v pokoji alebo rovnomernom priamočiarom pohybe, ak nie je donútené vonkajšou silou tento stav zmeniť.



2. zákon (zákon sily):

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

Jednotky:

$[m] = \text{kg}$

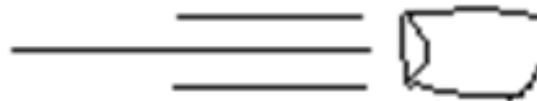
$[a] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ (zrýchlenie = zmena rýchlosti za jednotku času)

$[F] = \text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

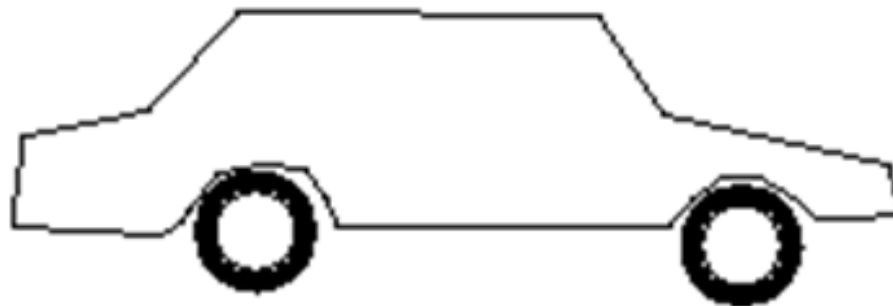
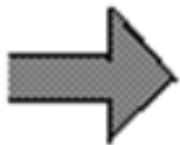
Same force



small mass: large acceleration

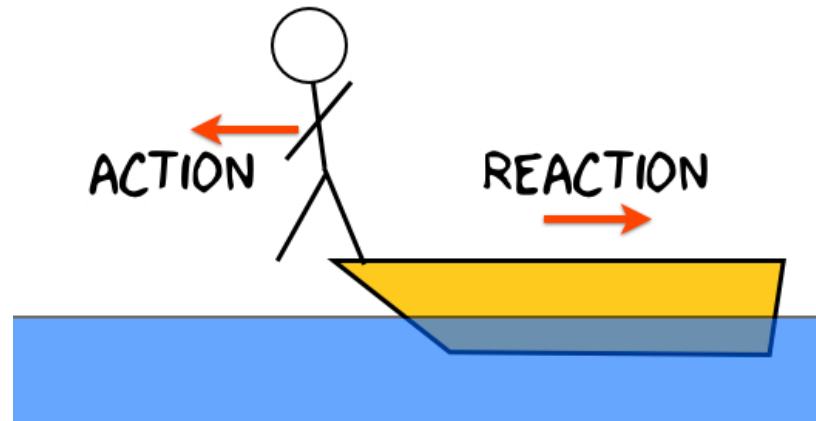


large mass: small acceleration



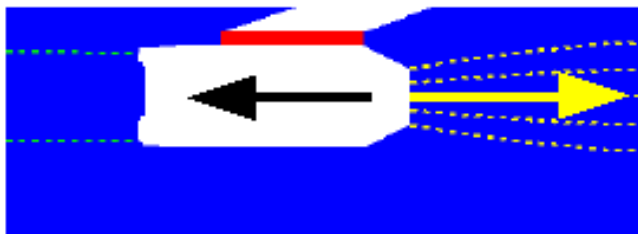
3. zákon (zákon akcie a reakce):

Príklad: pohyb účastníka plavby s loďkou



Príklad: prúdový motor

Engine pushed forward.



Jet Engine

Flow pushed backward.



3. zákon (zákon akcie a reakcie):



Search



Testing If You Can Blow Your Own Sail



Mark Rober ✓
71.4M subscribers

Subscribe

1.2M



Share

Save



Youtuber Mark Rober:

<https://www.youtube.com/watch?v=M7-h3FO-KKo>

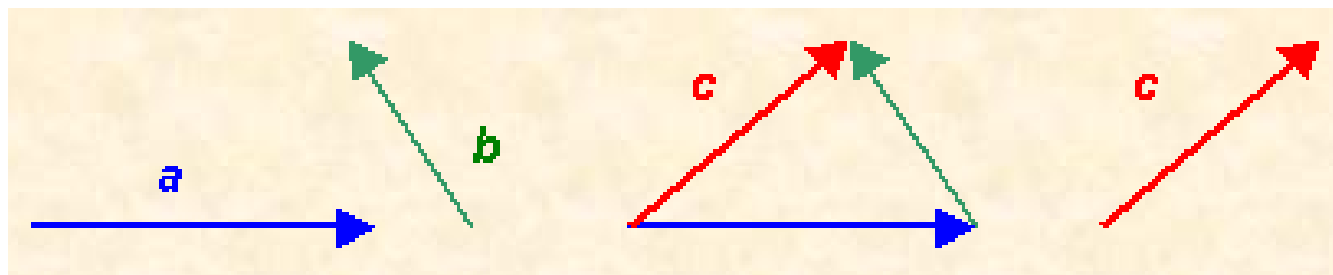
(od času 5:45)

Základné pojmy - mechanika

Sila $\vec{F}$, jednotka [N], $\left[\text{N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Definícia jednotky: jeden Newton je množstvo sily, ktoré udeľuje telesu s hmotnosťou 1 kilogram zrýchlenie $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (zrýchlenie pôsobí v smere sily)

Keďže sila (aj zrýchlenie) sú vektory, pre ich skladanie a rozklad platia tie isté geometrické poučky pre súčet, prípadne rozdiel vektorov. Často je ale v kinematike nutné najprv aplikovať rovnobežný prenos vektora (napr. pri odstredivom zrýchlení).



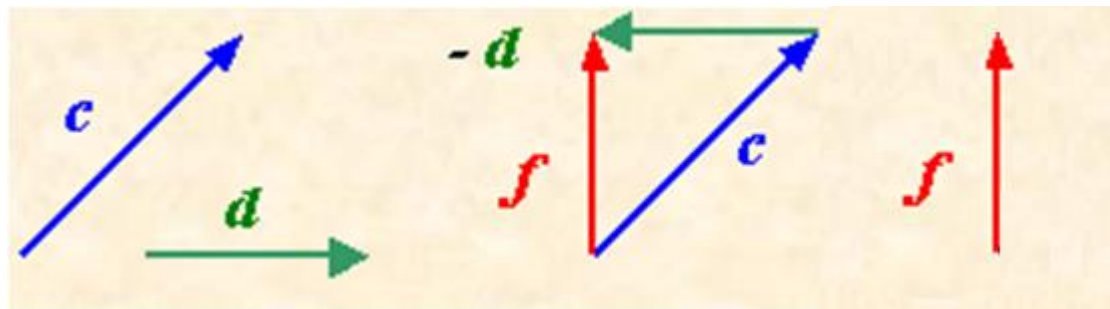
súčet vektorov

Základné pojmy - mechanika

Sila $\vec{F}$, jednotka [N], $\left[\text{N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$

Definícia jednotky: jeden Newton je množstvo sily, ktoré udeľuje telesu s hmotnosťou 1 kilogram zrýchlenie 1 m s^{-2} (zrýchlenie pôsobí v smere sily)

Keďže sila (aj zrýchlenie) sú vektory, pre ich skladanie a rozklad platia tie isté geometrické poučky pre súčet, prípadne rozdiel vektorov. Často je ale v kinematike nutné najprv aplikovať rovnobežný prenos vektora (napr. pri odstredivom zrýchlení).



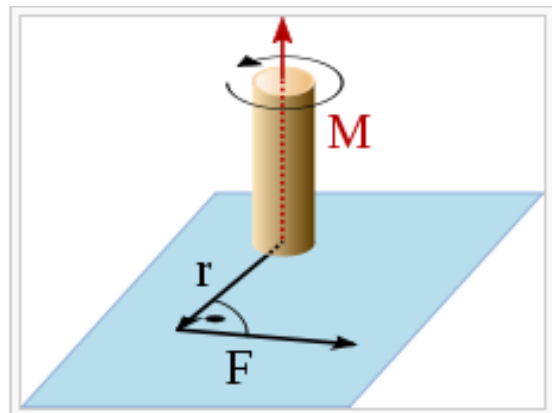
rozdiel vektorov

Základné pojmy - mechanika

Moment sily $\vec{M}$, jednotka $[\text{N} \cdot \text{m}]$

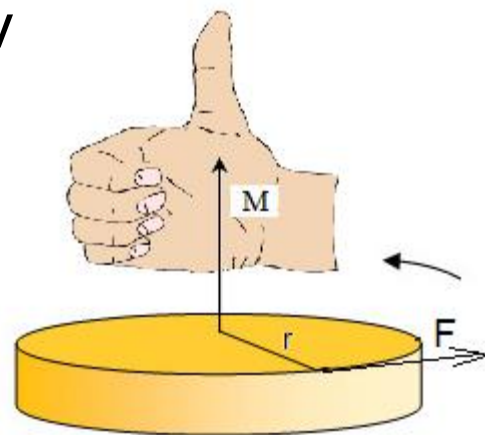
$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$

vektorová fyzikálna veličina,
ktorá vyjadruje mieru otáčavého účinku sily.
($\mathbf{F}$ – sila, $\mathbf{r}$ – polomer)



Počíta sa ako vektorový súčin – dvoch vektorov
(sily a ramena sily).

Vektorový súčin je daný súčinom
veľkostí dvoch vektorov a sínusu
uhla, ktorý zvierajú; jeho výsledkom
je vektor, kolmý na oba pôvodné
vektory.



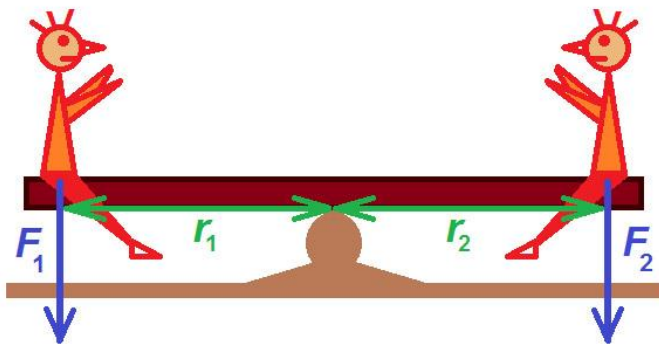
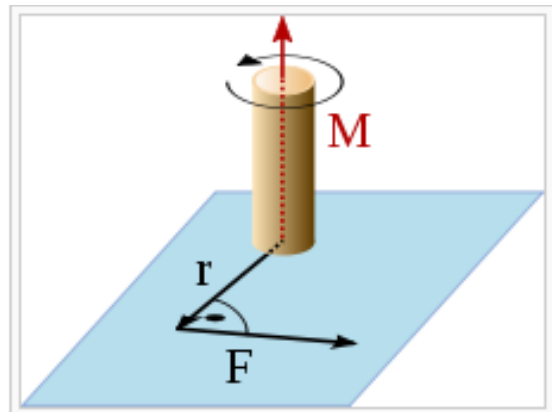
tzv. pravidlo
pravej ruky

Základné pojmy - mechanika

Moment sily $\vec{M}$, jednotka $[\text{N} \cdot \text{m}]$

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$

je vektorová fyzikálna veličina,
ktorá vyjadruje mieru otáčavého účinku sily.
Rovnováha momentov síl sa často využíva (napr. váhy).



Základné pojmy - mechanika

Hybnosť $\vec{p}$, jednotka $\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right]$

Definícia veličiny: súčin rýchlosti a hmotnosti telesa (charakterizuje pohybový účinok hmotnosti - okamžitý pohybový stav telesa):

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Vektorová veličina, jej smer je totožný so smerom vektoru rýchlosti.

Základné pojmy - mechanika

- **tlak:** Tlak vyjadruje veľkosť sily, pôsobiacej na jednotkovú plochu.

$$p = \frac{|\vec{F}|}{a} = \frac{F}{a}$$

- kde F je veľkosť sily [N] a a je plocha [m²].
- jednotka je pascal [Pa] = [N/m²] = [kg·s⁻²·m⁻¹].
- stará jednotka bola bar (1 bar = 100000 Pa).
- je to skalárna veličina (niekedy sa ale používajú jej vektorové verzie – napr. napätie).

Základné pojmy - mechanika

- **tlak:** Tlak vyjadruje veľkosť sily, pôsobiacej na jednotkovú plochu.

$$p = \frac{|\vec{F}|}{a} = \frac{F}{a}$$

$$1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

Pokus o vtip:

Laplace, Newton a Pascal hrajú schovávačku.

Ako prvý žmúri Laplace, Pascal skočí za kríky, ale Newton iba zostane stáť na mieste a paličkou vyryje do zeme okolo seba štvorec 1 x 1 m. Keď Laplace skončí odrátavanie a otvorí oči, tak zbadá Newtona a zakričí „Newton“! Newton však odvetí: „Nie, nie, Newton na meter štvorcový, čiže Pascal!“ 😊

Základné pojmy - mechanika

Práca

Dôležitá veličina vo fyzike je mechanická práca.

Ak **sila** pôsobí na teleso **po určitej dráhe**, koná **prácu**. Uplatňuje sa iba *zložka sily v smere dráhy* - sila pôsobiaca kolmo na smer dráhy telesa prácu nekoná.

Pre mechanickú prácu A platí zjednodušený vzorec:

$$A = F s$$

(rovnaký smer pôsobenia sily po dráhe)
(F je sila [N], s je dráha [m])

Jednotka práce – Joule (J):

$$[J] = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$



Základné pojmy - mechanika

Práca

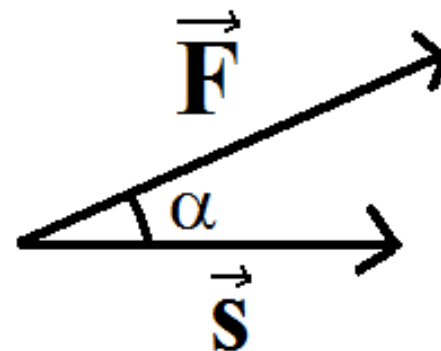
Správny vzorec:

Treba si však uvedomiť, že vo správnom vzorci pre prácu vystupujú vektorové veličiny a vyskytuje sa tam tzv. skalárny súčin

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

pre veľkosť ktorého platí:

$$A = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \alpha = F s \cos \alpha$$

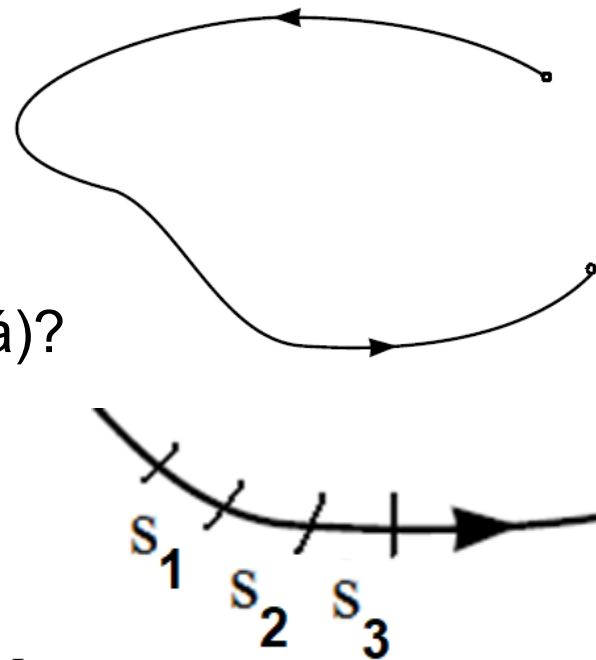


Základné pojmy - mechanika

Práca

Čo však spravíme v prípade,
kedy je tvar dráhy nepravidelný (dráha je krivá)?

Musíme túto dráhu rozdeliť na viacej
malých úsekov s_i , vypočítať prácu
na každom z nich a na záver zosumovať



$$A = \vec{F}_1 \cdot \vec{s}_1 + \vec{F}_2 \cdot \vec{s}_2 + \vec{F}_3 \cdot \vec{s}_3 \dots = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \vec{s}_i$$

kde N je počet úsekov dráhy.

Keď členenie dráhy na jednotlivé úseky urobíme veľmi jemné
(použijeme veľmi malé úseky s_i), môžeme prejsť na tzv. integrál.
(táto téma bude preberaná na prednáškach z Matematiky ku koncu semestra)

Základné pojmy - mechanika

Práca je úzko spojená s mechanickou energiou.

Jednotka práce – Joule (J):

$$[J] = N \cdot m$$

$$[J] = N \cdot m = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

alebo zodpovedá násobku jednotiek výkonu a času

$$[J] = W \cdot s \quad (\text{tzv. wattsekunda})$$

Poznámka:

Zastaraná jednotka: kalória (Cal), $1 \text{ J} = 0.239006 \text{ Cal}$

Energia sa premieňa na prácu a naopak.

Ak sústava prechádza z pokoja do pohybu alebo naopak, pričom sa jej nedodáva ani neodoberá mechanická práca, ostáva súčet polohovej a kinetickej energie nemenný.

Energia aj práca majú rovnaký fyzikálny rozmer.

Základné pojmy - mechanika

Výkon

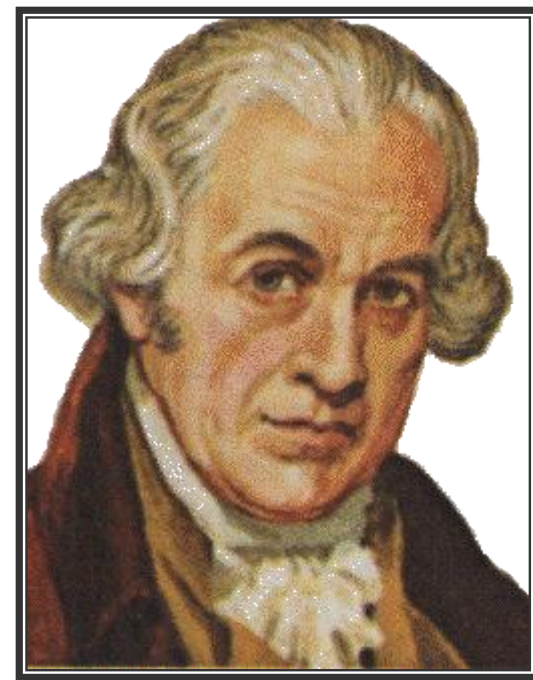
V prípade práce (zmeny energie) je tiež dôležité, *za aký čas* bola práca vykonaná alebo spotrebovaná.

To vyjadruje fyzikálna veličina *výkon = práca za jednotku času*.

$$P = \frac{A}{t} \quad [\text{W}]$$

Jednotkou výkonu je watt:

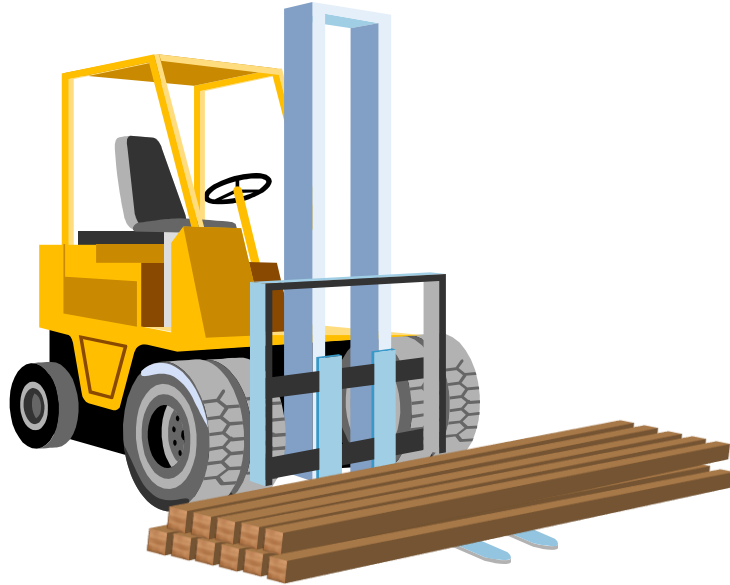
$$[\text{W}] = [\text{J} \cdot \text{s}^{-1}] = [\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}]$$



James Watt,
škótsky fyzik (1736-1819)

Príklad:

Novší vysokozdvížňý vozík zdvihne drevené hranoly s celkovou hmotnosťou $m = 900 \text{ kg}$ do výšky $h = 130 \text{ cm}$.

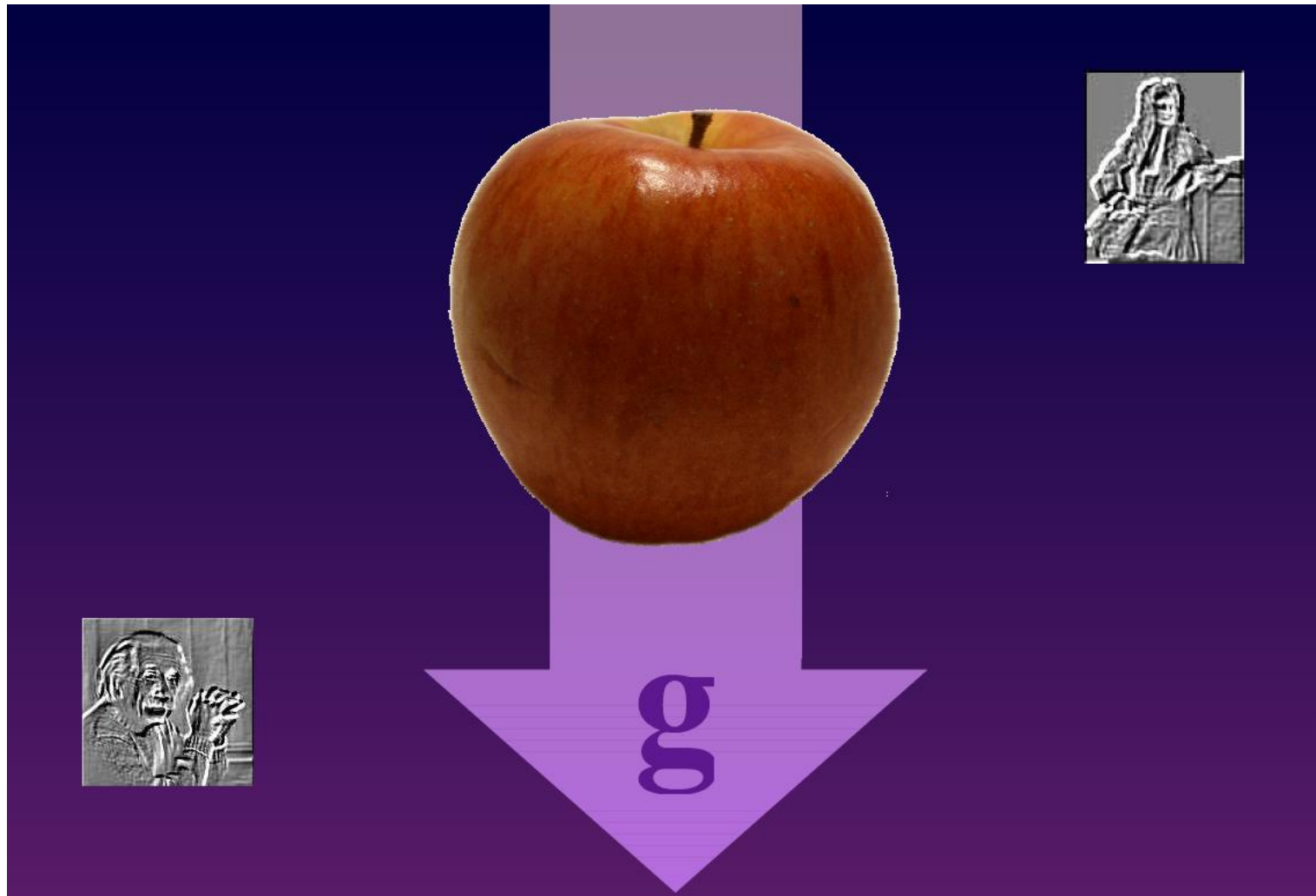


$$A_{\text{starší}} = A_{\text{novší}} = 1170 \text{ J}$$

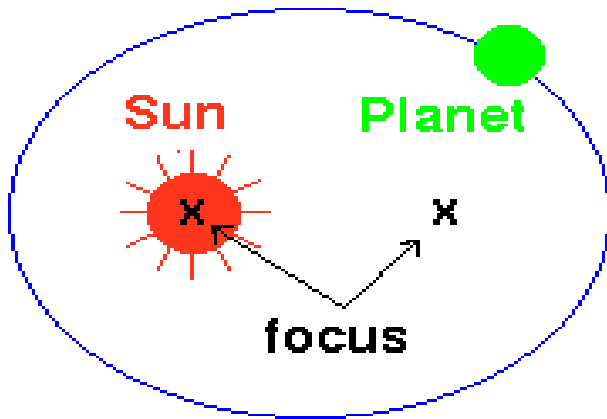
Vozíky vykonajú **rovnakú prácu**, ale za **rôzny čas**.

Výkon novšieho vozíka: $P_{\text{novší}} = 2P_{\text{starší}}$ (novší potreboval polovičný čas).

gravitácia



Keplerove zákony pohybu planét:



Kepler bol prvý, ktorý opustil filozofický predpoklad kružníc ako dokonalých dráh nebeských telies, považovaný vtedy za samozrejmosť. Toto „zväzovalo ruky“ Kopernikovi.

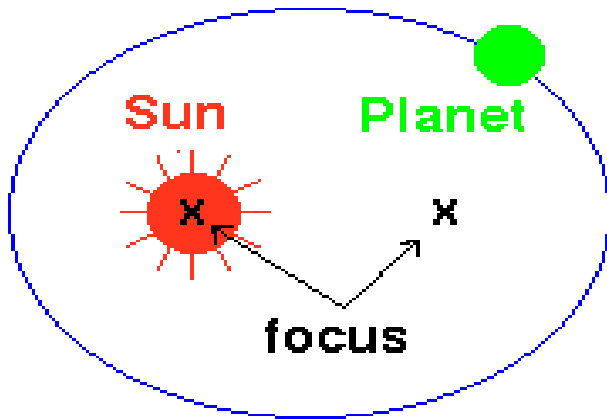


Johannes Kepler
(1571 - 1630)

Formuloval 3 zákony (nazvané po ňom):

1.zákon: Planéty sa pohybujú okolo Slnka po elipsách, v ktorých ohnisku je Slnko.

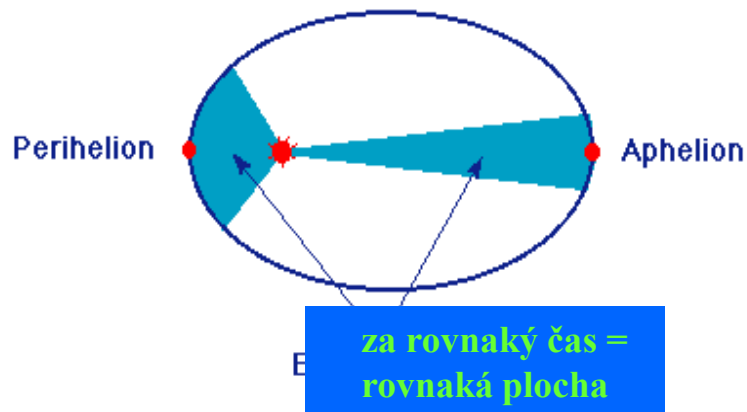
Keplerove zákony pohybu planét:



Kepler bol prvý, ktorý opustil filozofický predpoklad kružníc ako dokonalých dráh nebeských telies, považovaný vtedy za samozrejmosť. Toto „zväzovalo ruky“ Kopernikovi.



Johannes Kepler
(1571 - 1630)



2.zákon

(zákon stálej plošnej rýchlosti):
Sprievodič planéty (úsečka spájajúca ju so Slnkom) opíše za rovnaký čas rovnakú plochu.
(čím ďalej je teleso od Slnka, tým pomalšie sa pohybuje)

3.zákon: Druhé mocniny obežných dôb ($T_{1,2}$) sú v rovnakom pomere ako tretie mocniny veľkých polosí dráh ($R_{1,2}$) – pre každú dvojicu telies obiehajúcich okolo toho istého centrálného telesa.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

Príklad: planéty **Zem** a **Jupiter**. Obežná doba Jupitera je **11,86 roku** (11,86-násobok obežnej doby Zeme), veľká polos jeho dráhy (oproti Zemi) je **5,2-krát** väčšia. Malo by teda platiť:

$$(11.86)^2/1^2 = (5.2)^3/1^3$$

$$140.66 \approx 140.61$$

Johannes Kepler formuloval tieto zákony na základe viac ako 20-ročných pozorovaní planét, ktoré vykonal **Tycho de Brahe** so svojími spolupracovníkmi *empiricky* – *bez teoretického zdôvodnenia*.

Až **Isaac Newton** dokázal, že sú dôsledkom gravitačného zákona.

prvé serozne úvahy a pokusy snažiace sa pochopiť gravitáciu – Galileo Galilei:



**Galileo Galilei
(1564 - 1642)**

- voľný pád (podmienенý tiažovým poľom Zeme) je zrýchlený pohyb
 - tiažové zrýchlenie g nezávisí od hmotnosti telesa
(na rozdiel od predstáv Aristotela)
- pozorovania + logické úvahy + pokus

pekný pokus (prof. Brian Cox):

<https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs&feature=youtu.be>

d'alší pekný pokus v rámci misie Apollo na povrchu Mesiaca (N. Armstrong):

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Apollo_15_feather_and_hammer_drop.ogv



dielo Isaaca Newtona

- pohybové zákony
- gravitačný zákon
- matematické potvrdenie Keplerových zákonov
- zavedenie derivácii v matematike
- najdôležitejšia práca (kniha):

Philosophiæ Naturalis Principia
Mathematica (Mathematical Principles
of Natural Philosophy),

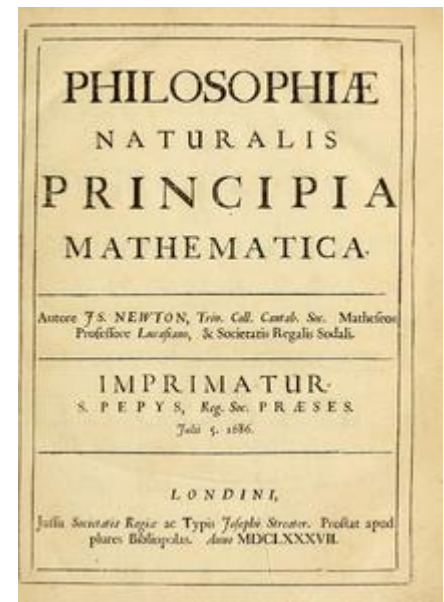
prvé vydanie: 5. júl 1687

(neskoršie vydania: 1713 and 1726)

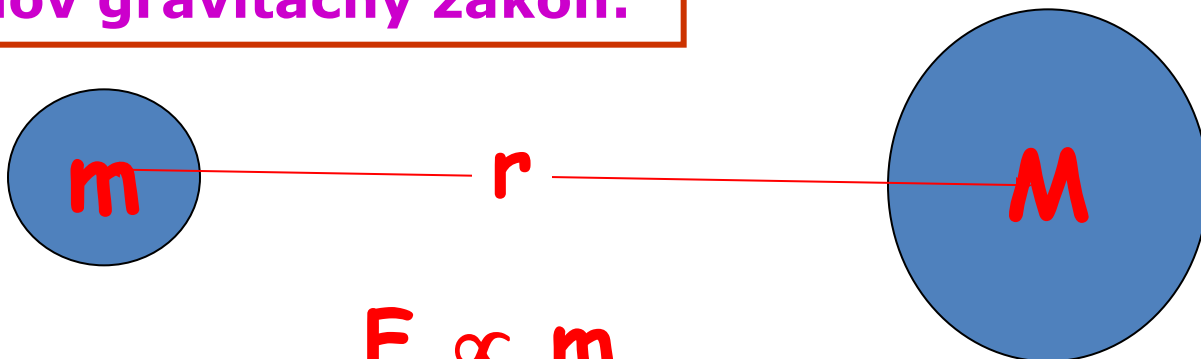
- druhúčasť svojho profesného života strávil ako "šéf" kráľovskej mincovne (Royal mint)



Isaac Newton
1643 - 1727



Newtonov gravitačný zákon:



$$F \propto m$$

$$F \propto M$$

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

gravitačná (Newtonova) konštanta

kombinácia: $F \propto \frac{mM}{r^2}$

$$F = G \frac{mM}{r^2}$$

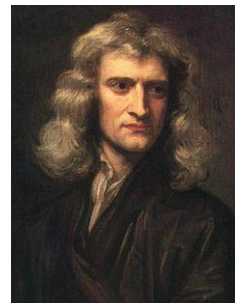
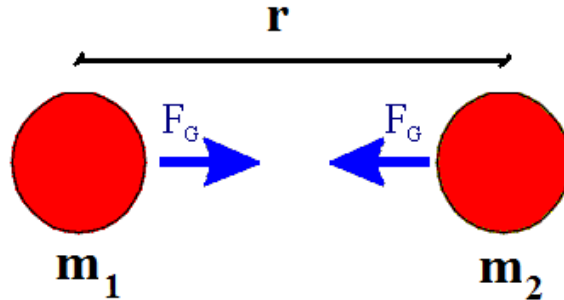
A purple arrow points from the text "gravitačná (Newtonova) konštanta" to the letter 'G' in this equation.

**Newton formuloval gravitačný zákon iba slovne (ďalší snímok),
a nie vo forme vzorca, ktorý používame dnes...**

Poznámka:

Vlastnosť $(1/r^2)$ bola rozpoznaná už pred Newtonom – vedcami: Robert Hook a Ismaël Boulliau.

Newtonov gravitačný zákon:



Isaac Newton
(1643 – 1727)

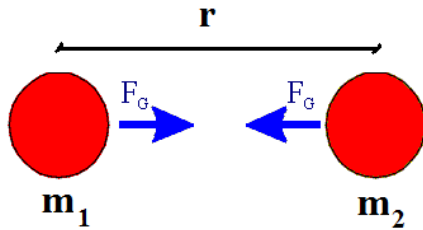
Dva hmotné body s hmotnosťami m_1 a m_2 , ktorých vzájomná vzdialenosť je r , pôsobia na seba príťažlivými silami s hodnotou priamo úmernou súčinu ich hmotností a nepriamo úmernou štvorcu (druhej mocnine) ich vzdialenosti.

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad [\text{N}]$$

$$G = \kappa = 6.674 \cdot 10^{-11} \left[\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \right]$$

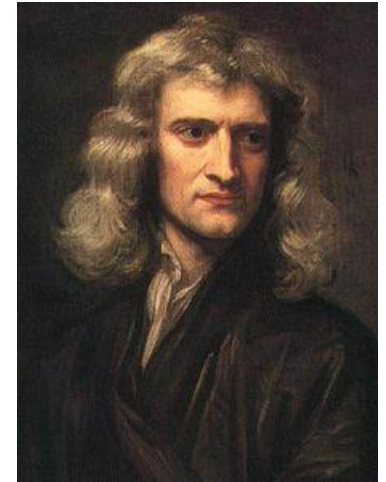
konštanta **G** (niekedy býva označovaná **κ , grécka kappa**) - gravitačná konštanta - určil ju prvýkrát Henry Cavendish pomocou *torzných váh* - schéma jeho experimentu bude vysvetlená neskôr.

Newtonov gravitačný zákon:



Presná citácia (dôsledok vety LXXVI) z “Principií”:
“A v ľubovoľných odlišných vzdialenostiach budú tieto sily úmerné priťahujúcim guľam vydelených druhými mocninami vzdialeností medzi stredmi.”

Newtonovo
základné dielo
*„Philosophae
Naturalis
Principia
Mathematica“*
vyšlo r.1687



Isaac Newton
(1643 – 1727)

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

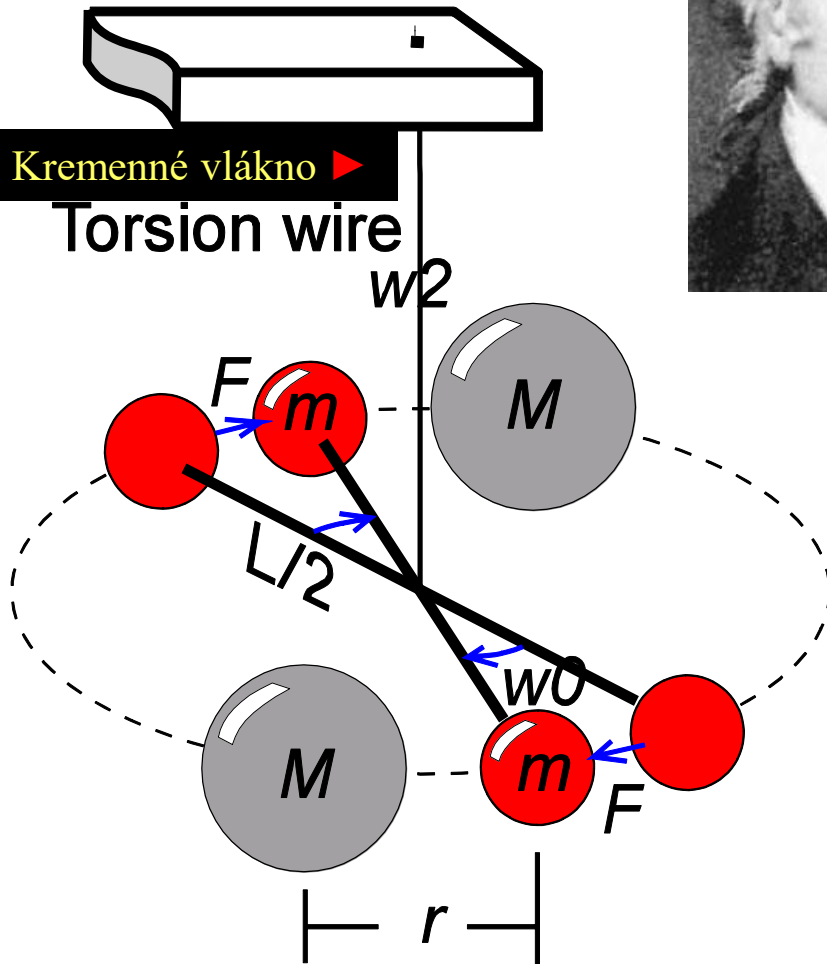
Oproti silám elektrickým, ktoré môžu byť *príťažlivé* aj *odpudivé*, **gravitačné sily** sú *iba príťažlivé*.

Preto gravitácia, ktorá je v mikrosvete zanedbateľná, je vo vesmíre **rozhodujúcou silou**.

Gravitácia je sila **centrálna** – pôsobí vždy smerom spojnice ťažísk (hmotných stredov) oboch telies.

Newtonov gravitačný zákon vysvetľuje “ako sa to deje”, ale nie “prečo sa to deje”.

pokus H. Cavendisha



$$G = 6.74 \cdot 10^{-11} \left[\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \right]$$

Určenie **G** torznými váhami – prvý krát: Henry Cavendish - 1798.

Napriek pokroku meracej techniky je táto konštanta dodnes najmenej presne určenou fyzikálnou konštantou.

Presné merania sú veľmi obťažné a náročné. V astronómii a kozmonautike (výpočty dráh) sa pracuje so súčinnmi (**G·M**), kde **M** je hmotnosť príslušného telesa (napr. Zeme). **Hodnoty týchto súčinnov sú známe s oveľa vyššou presnosťou.**

gravitačné zrýchlenie (g):

Newtonov gravitačný
zákon:

$$|F| = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \frac{mM}{r^2}$$

z Newtonovho zákona sily
vyplýva pre zrýchlenie **g**:

$$|F| = mg \Rightarrow |g| = \frac{F}{m} \Rightarrow |g| = G \frac{M}{r^2} [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

Hodnota **g**?

u nás cca $9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (alebo zaokrúhlene $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

Je možné odhadnúť výpočtom – vid' nasledujúci snímok.

gravitačné zrýchlenie (g):

Konkrétna hodnota zrýchlenia – pre Zem:

(hmotnosť Zeme $\sim 5.9 \cdot 10^{24}$ kg; polomer Zeme ~ 6371000 m,
 $G \sim 6.7 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg²)

$$|g| = G \frac{M}{r^2} \approx 9.8 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}\text{]}$$

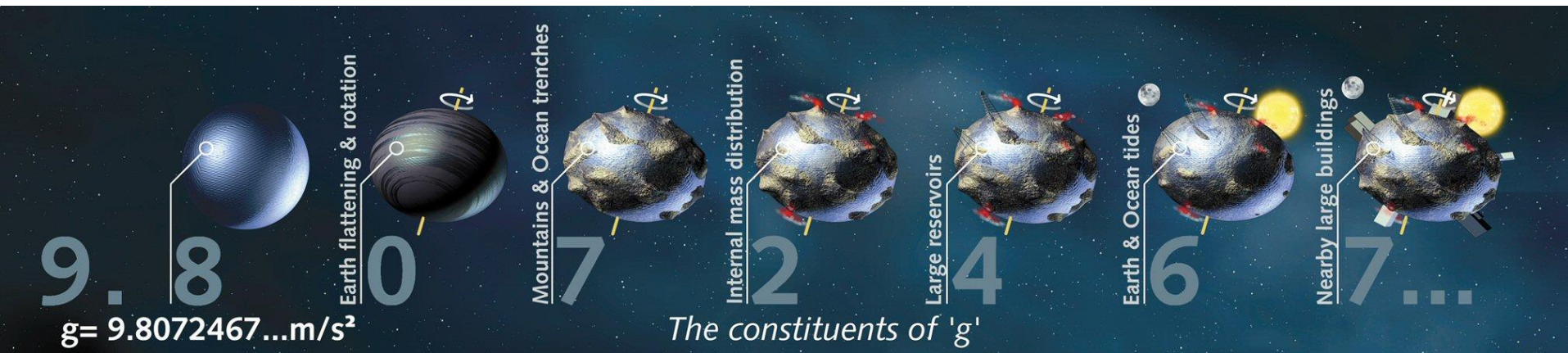
gravitačné zrýchlenie (g):

$$|g| = G \frac{M}{r^2} \approx 9.8 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}\text{]}$$

Je táto hodnota rovnaká pre všetky telesá na zemskom povrchu?
(telesá s rôznou hmotnosťou, umiestnené v tom istom bode)

Je táto hodnota rovnaká pre všetky miesta na zemskom povrchu?
(na póle, na rovníku, u nás ...)

gravitačné zrýchlenie (g):

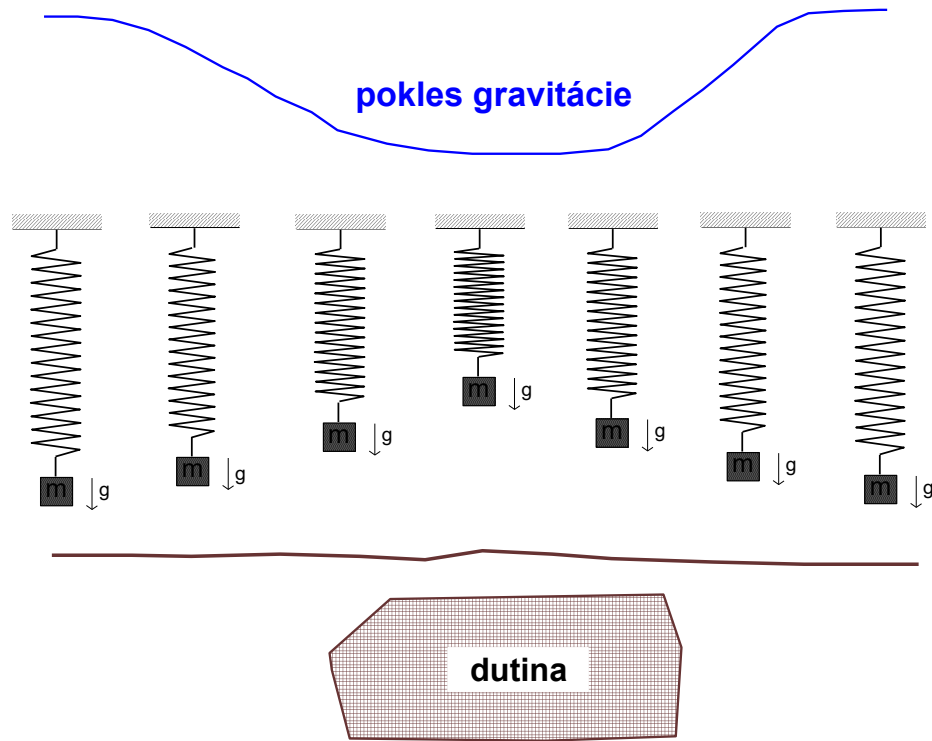


Je táto hodnota rovnaká pre všetky telesá na zemskom povrchu?
(telesá s rôznou hmotnosťou, umiestnené v tom istom bode)

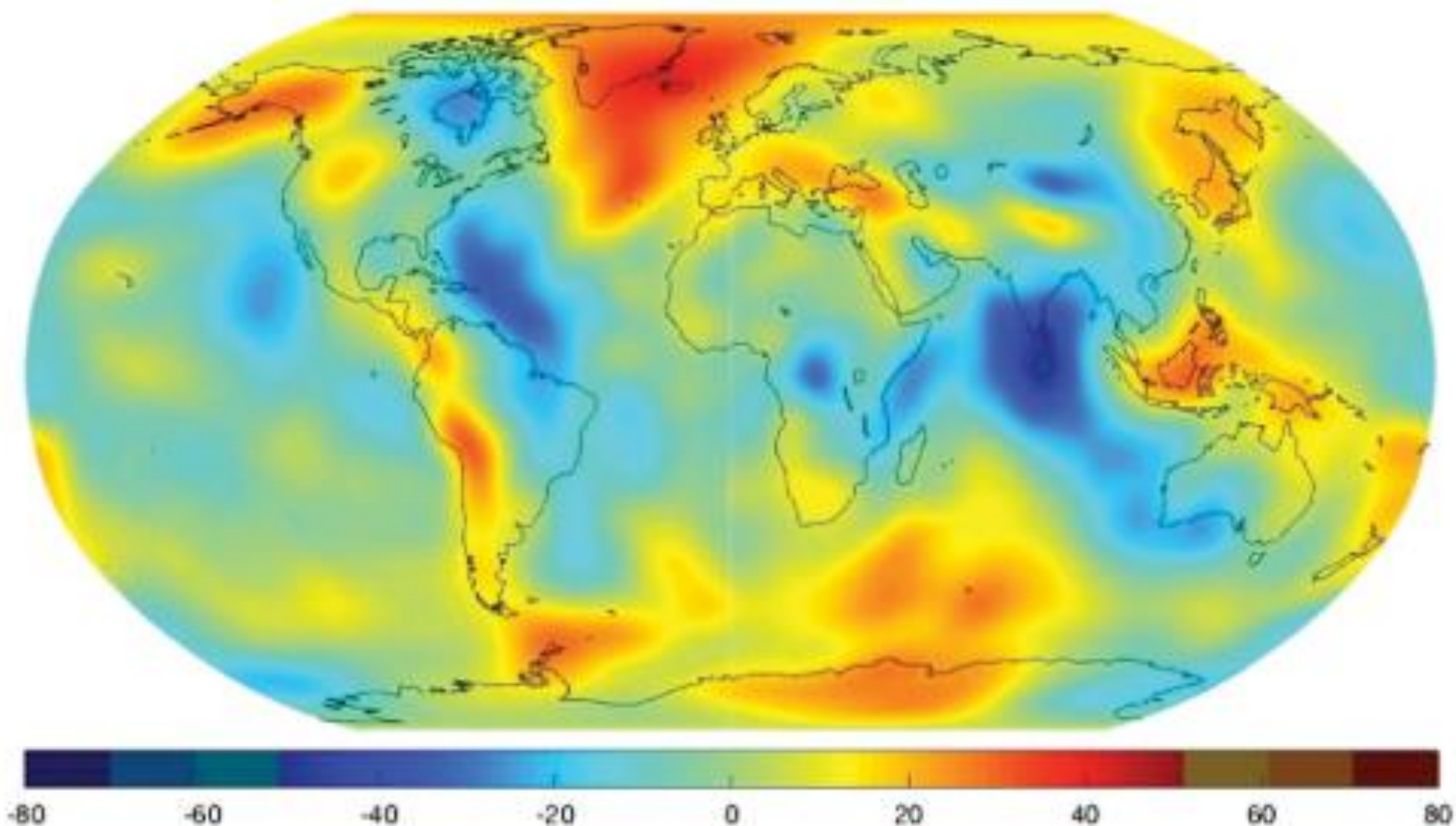
Približne áno (pri zanedbaní odporu vzduchu), nezávisí od hmotnosti
(vo vákuu platí, ževšetkým telesám je udeľované rovnaké g)

Je táto hodnota rovnaká pre všetky miesta na zemskom povrchu?
(na póle, na rovníku, u nás ...)

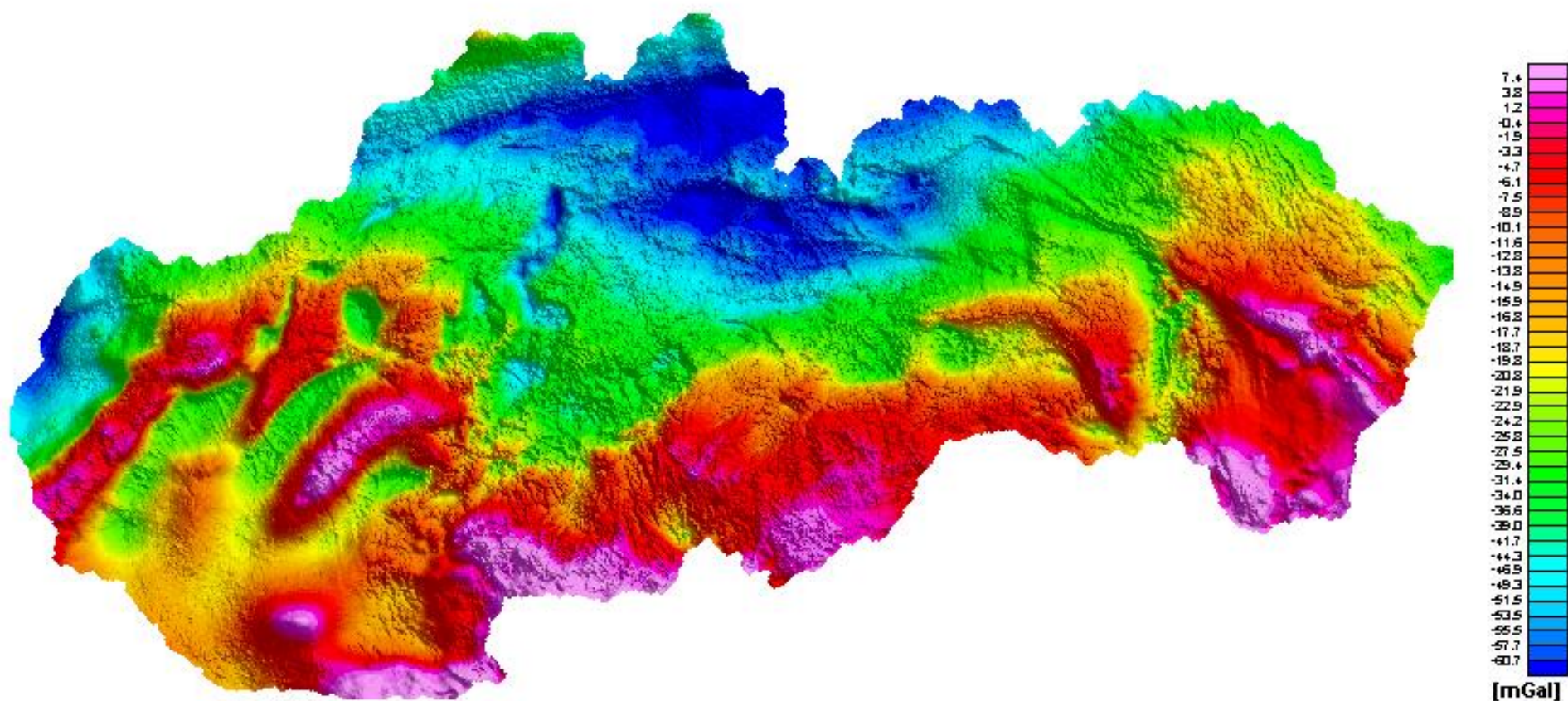
Nie – nakoľko naša Zem rotuje a tým pôsobí na objekt aj odstredivé
zrýchlenie a celkové zrýchlenie závisí aj od nadmorskej výšky a topografie.
Merané g nazývame potom ako tiažové zrýchlenie.



prístroje na meranie tiažového zrýchlenia Zeme - gravimetre



anomálne tiažové pole na povrchu Zeme – na kontinentoch a na hladinách oceánov
(zmerané v rámci satelitnej misie družice GRACE)



anomálne tiažové pole na území SR (tzv. Bouguerove anomálie)

Gravitácia - dôsledky

Vol'ný pád:

Výpočet dráhy s:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Keď vezmeme pre čas $t = 0$ začiatočnú hodnotu $v_0 = 0$, tak získame známy vzorec:

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

Pre rýchlosť v platí: $v = v_0 + g t$

Príklad:

$$t_1 = 1 \text{ sek.} \Rightarrow s_1 = 0.5 g t_1^2 = 5 \cdot 1 = 5 \text{ m}$$

$$t_2 = 2 \text{ sek.} \Rightarrow s_2 = 0.5 g t_2^2 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m}$$

$$t_3 = 3 \text{ sek.} \Rightarrow s_3 = 0.5 g t_3^2 = 5 \cdot 9 = 45 \text{ m}$$

$$t_4 = 4 \text{ sek.} \Rightarrow s_4 = 0.5 g t_4^2 = 5 \cdot 16 = 80 \text{ m}$$



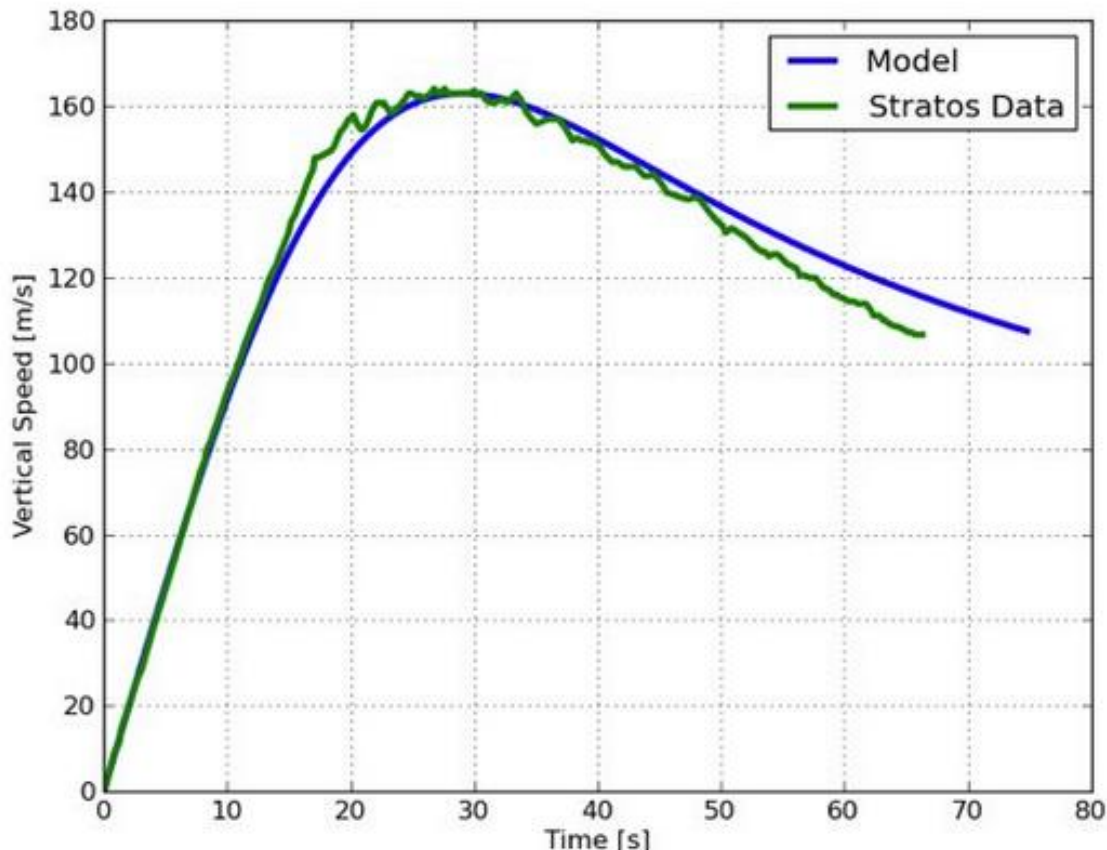
Gravitácia - dôsledky

Voľný pád:

Príklad: skok Felixa Baumgartnera (2012)

výška: 38 969 m

čas: 4 min 20 s



$$s = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$



odpor vzduchu:

$$|\vec{F}_{\text{AIR}}| = -k|\vec{v}|^2$$

kde k je koeficient
odporu vzduchu
 $k = 0.24 \text{ [kg/m]}$

Gravitácia - dôsledky

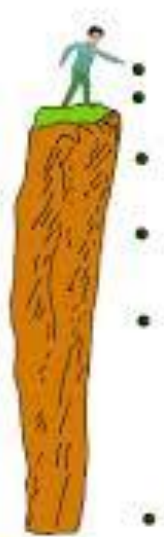
Vrh nahor:

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

zmena rýchlosti:

$$v = v_0 - g t$$

Pohyb nahor je spomaľovaný – až kým rýchlosť v nedosiahne nulu ($v = 0$) a od tohto momentu nasleduje voľný pád.



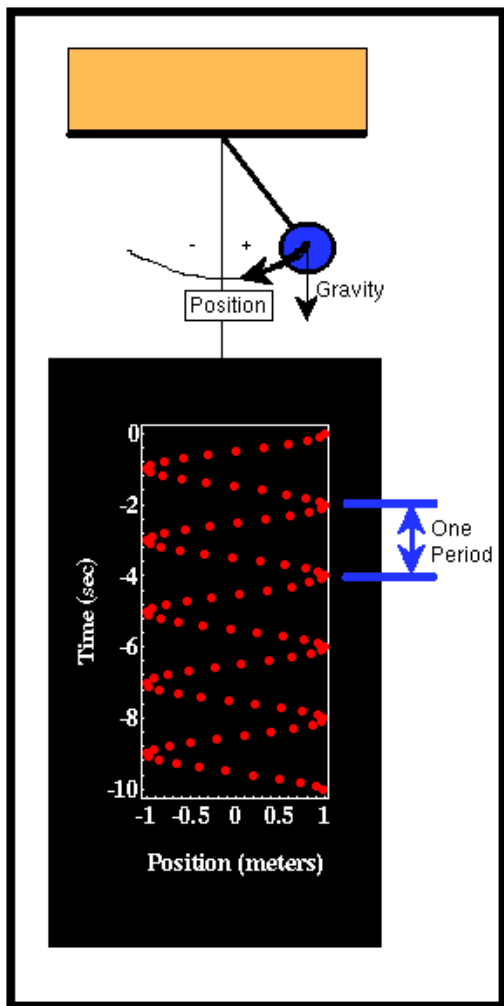
voľný pád



vrh nahor

Gravitácia - dôsledky

matematické kyvadlo



Napríklad aj doba kyvu matematického kyvadla s dĺžkou L nezávisí od hmotnosti objektu m na jeho konci:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad [\text{s}]$$

Walter Lewin – prednáška MIT (video),

$L = 5.21 \text{ m}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$,
odhad doby kyvu: 4.58 s

http://www.youtube.com/watch?v=KXys_mymMKA

matematické kyvadlo

Walter Lewin –
prednáška MIT



matematické kyvadlo – približné odvodenie vzorca pre periódu T

Hlavná sila, ktorá spôsobuje pohyb kyvadla je samozrejme späť s gravitačnou silou:

$$F = F_G \sin \alpha \quad (1)$$

Z obrázku s hlavným trojuholníkom vyplýva (pre $\alpha < 5^\circ$): $\sin \alpha = y/L$

Ďalej použijeme vzťahy (2. Newtonov zákon): $F_G = mg$, $F = ma$

Vráťme sa ko rovnici (1): $F = F_G \sin \alpha$

$$ma = mg \sin \alpha$$

$$a = g \frac{y}{L} \quad (2)$$

Pre rotačný pohyb platí (pre norm. zrýchlenie): $a = \omega^2 y$, $\omega = 2\pi/T$

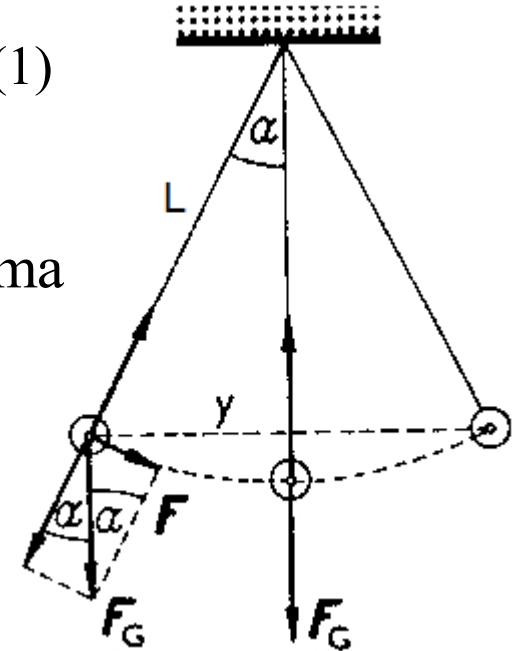
kde: ω je uhlová rýchlosť a T je perióda

Po dosadení týchto výrazov do rovnici (2) dostaneme:

$$\omega^2 y = g \frac{y}{L}$$

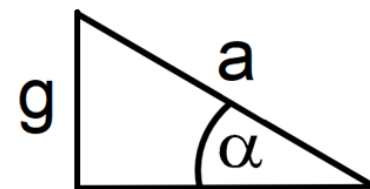
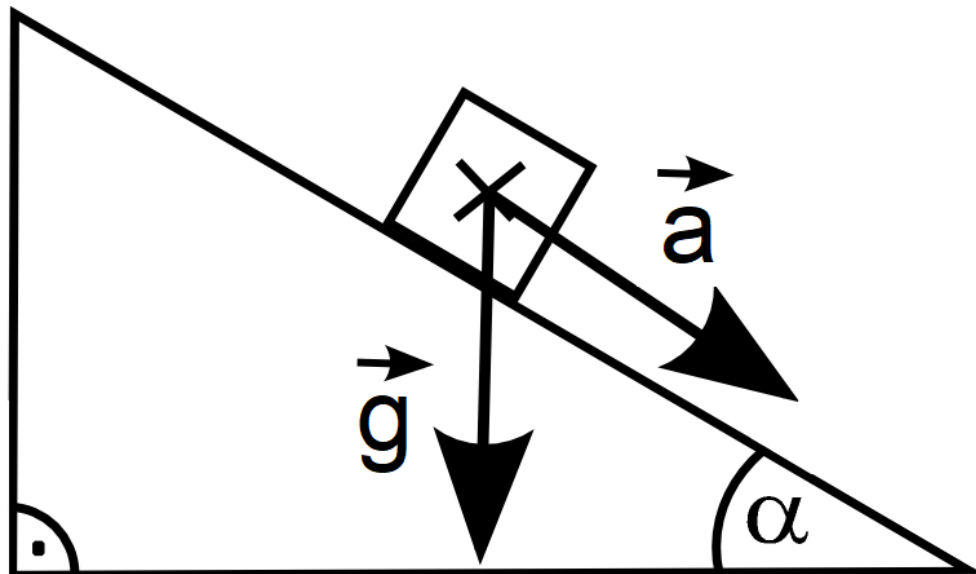
$$\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{g}{L} \Rightarrow$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



Gravitácia - dôsledky

kĺzavý pohyb po naklonenej rovine (bez trenia)



$$a = g \sin \alpha$$

Aj tento druh zrýchlenia nezávisí od hmotnosti objektu.

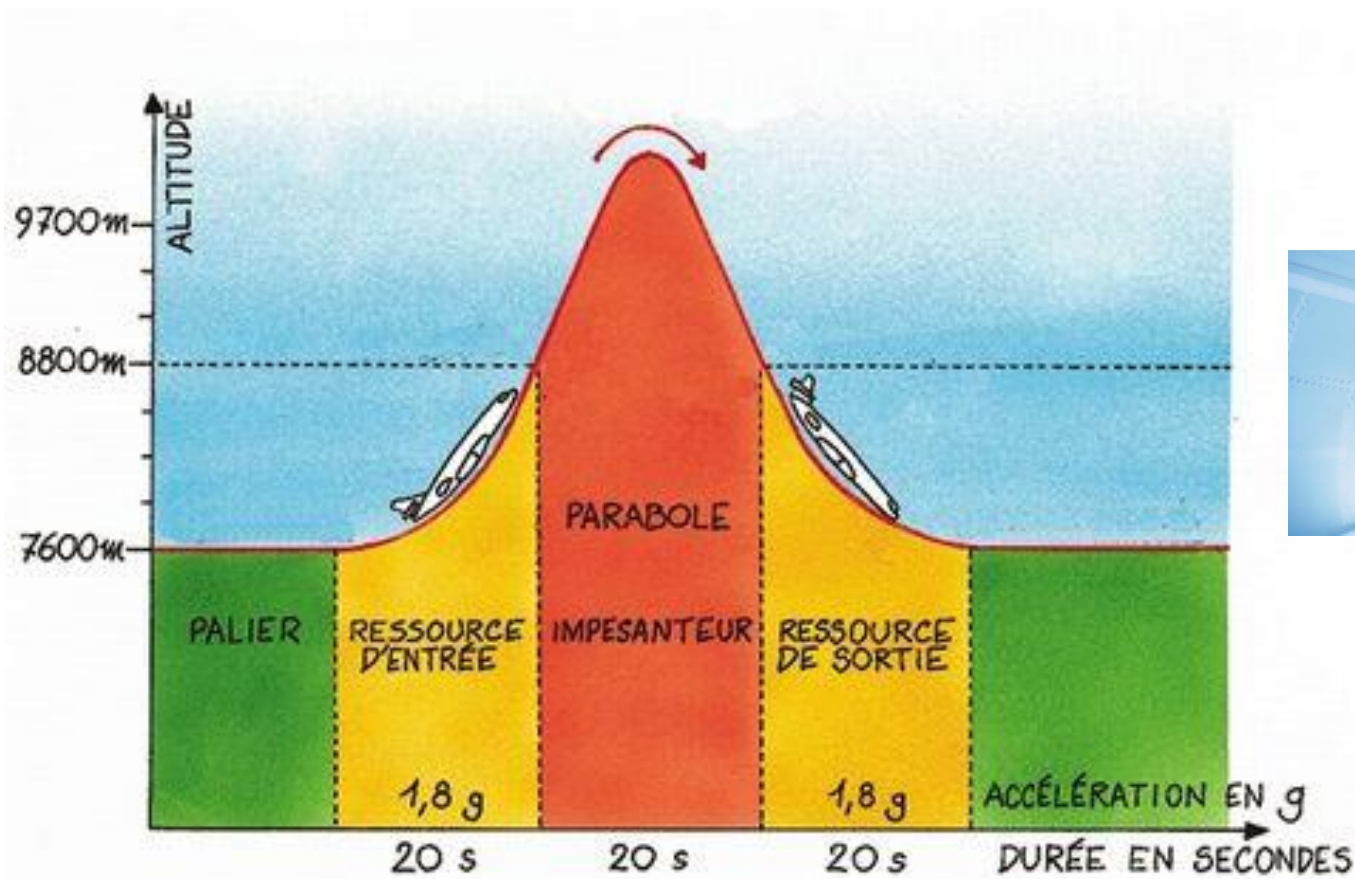
Pozn.: Pohyb vody v hydrológii – zodpovedá tomuto modelu. Inak je to ale pri tzv. valivom pohybe, kde sa uplatňuje pri rotácii telesa tzv. moment zotrvačnosti (a ten už je funkciou hmotnosti).

skalné more – Vyhne – tzv. gravitačné triedenie (?)



tzv. parabola nulového G (zero G parable)

simulovanie bezťažového stavu na Zemi (v lietadle)



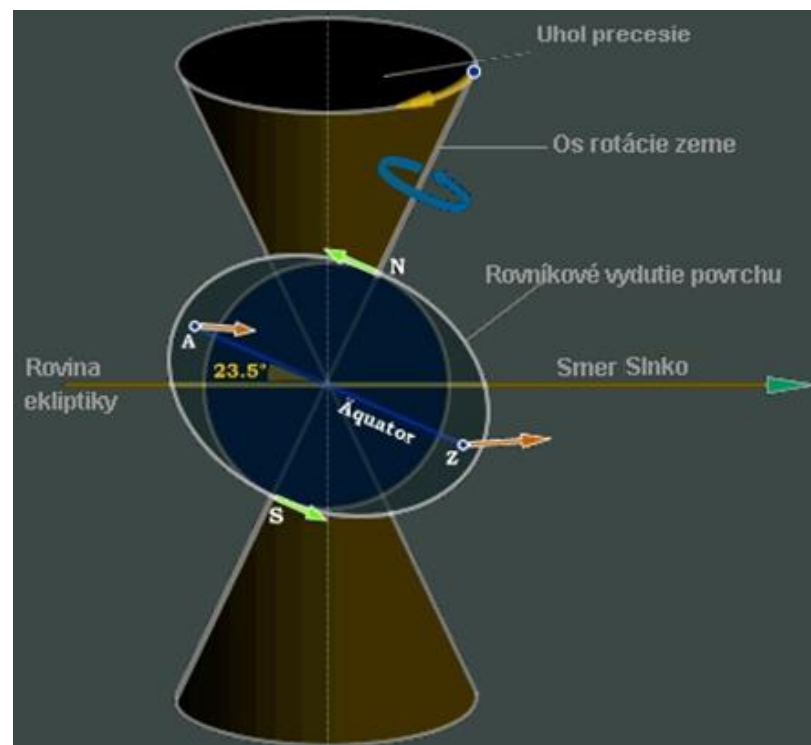
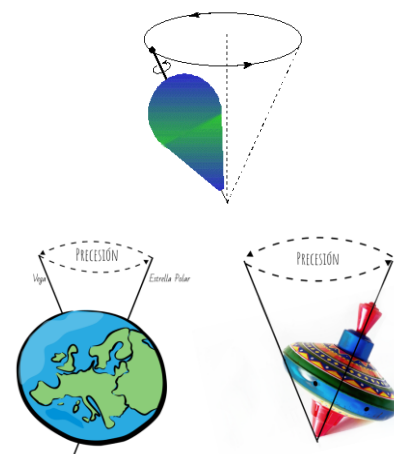
je možné dosiahnuť aj stav tiažového poľa na Mesiaci alebo Marse (využívané aj na komerčné účely: <http://www.gozerog.com>)

Precesný pohyb:

Ak je rotačná os rotujúceho telesa odchýlená od vertikály – potom moment dvojice síl (gravitačnej a reakcie podložky) vyvoláva tzv. precesný pohyb jeho osi.

Zem je vlastne obrovský zotrvačník. Účinkom gravitácie Mesiaca a Slnka („bočné“ sily) jej os vykonáva precesný pohyb po povrchu symbolického kužela, ktorého os je kolmá na ekliptiku (rovinu obehu Zeme okolo Slnka) a vrcholový uhol je približne 47° ($2 \times 23,5^\circ$).

Jeden precesný obeh zemskej osi okolo pólu ekliptiky má dĺžku 25 700 rokov.



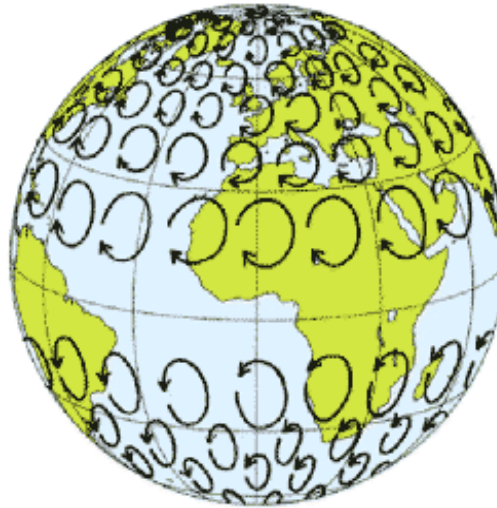
https://www.youtube.com/watch?v=cquvA_lpEsA
(od času: 1:25)

Coriolisova sila - vzniká dôsledkom rotácie našej Zeme.

Ak sme na severnej pologuli a teleso sa pohybuje na juh, „prichádza“ do miest, ktorých obvodová rotačná rýchlosť je väčšia akú malo teleso v počiatočnom bode – dochádza ku „deformácii“ jeho dráhy pohybu - pri pohľade v smere pohybu sa odchyľuje vpravo (k západu).

Ak budeme na južnej polguli, všetko prebieha symetricky obrátene.

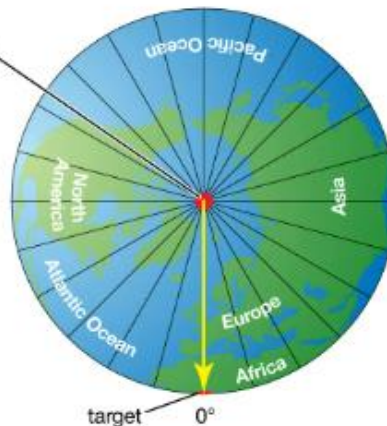
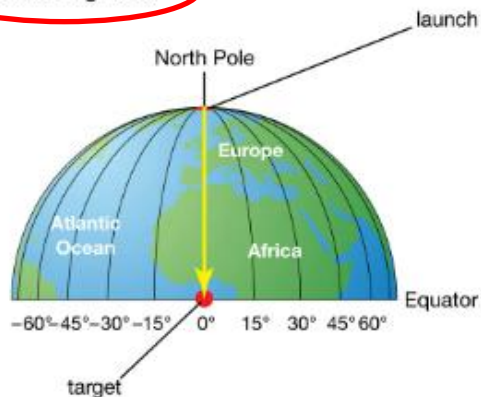
Táto sila má veľký význam v meteorológii a v náuke o prúdení vôd v riekach a oceánoch. (ale aj v letectve).



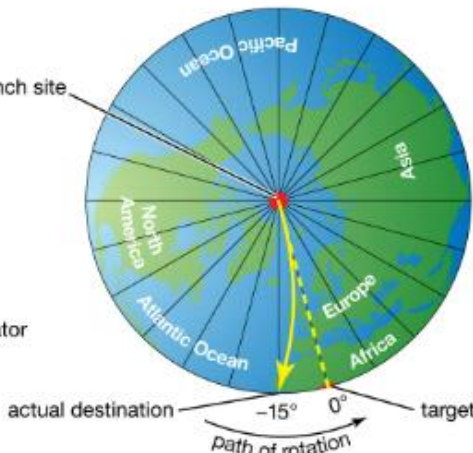
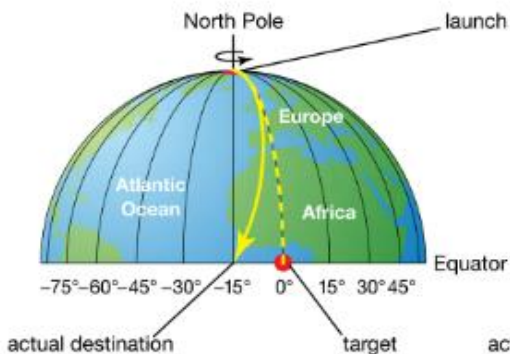
Coriolisova sila - vzniká dôsledkom rotácie našej Zeme (pôsobí na pohybujúce sa objekty v smere J-S)

The effect of the Coriolis force

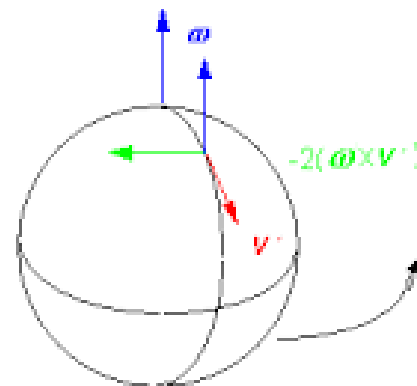
Nonrotating Earth



Earth rotating 15° each hour



$$2\vec{\omega} \times \vec{v}$$



Coriolisova sila - vzniká dôsledkom rotácie našej Zeme.

V bežnom živote Coriolisovu silu nepozorujeme – často tradované tvrdenie, že podľa smeru víru napr. pri vypúšťaní vody z vane poznáme, či sme na severnej alebo južnej polguli, je nezmysel. Bolo by to možné iba pri ideálnej horizontálnom dne nádoby a absolútnom klúde hladiny.

Veľké rieky tečúce zo severu na juh majú zvyčajne pravé (západné) brehy strmšie ako ľavé (východné). Je to dôsledok dlhodobého pôsobenia Coriolisovej sily.



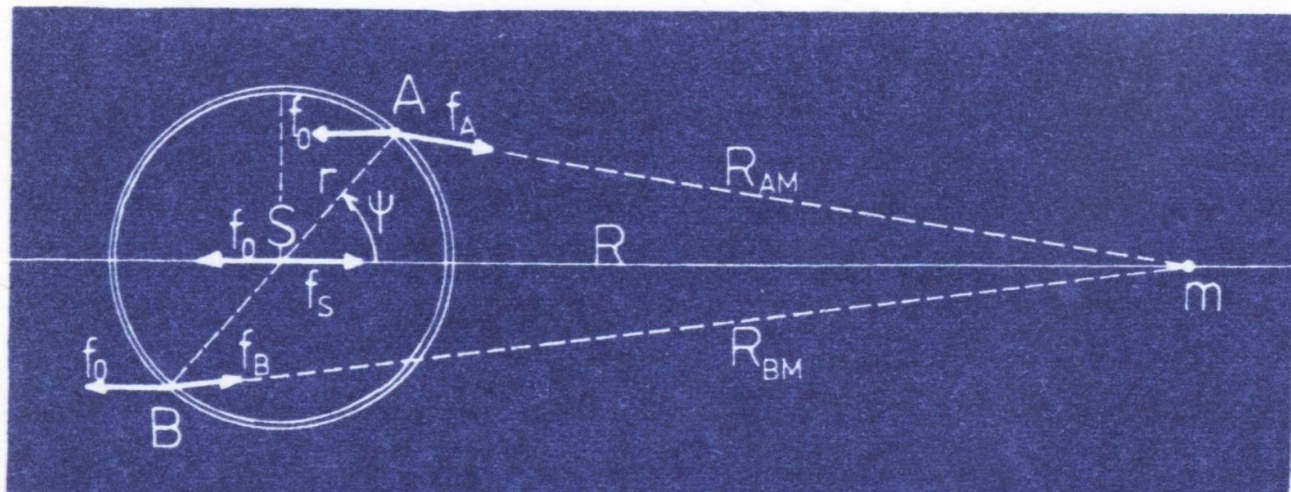
triky na rovníku:

<https://www.youtube.com/watch?v=4IIVfoDuVIw>

Slapy (prílív a odliv)

Vznikajú v dôsledku vzájomného účinku Mesiaca a Slnka – v systéme, kedy uvažujeme rotáciu jedného telesa okolo druhého.

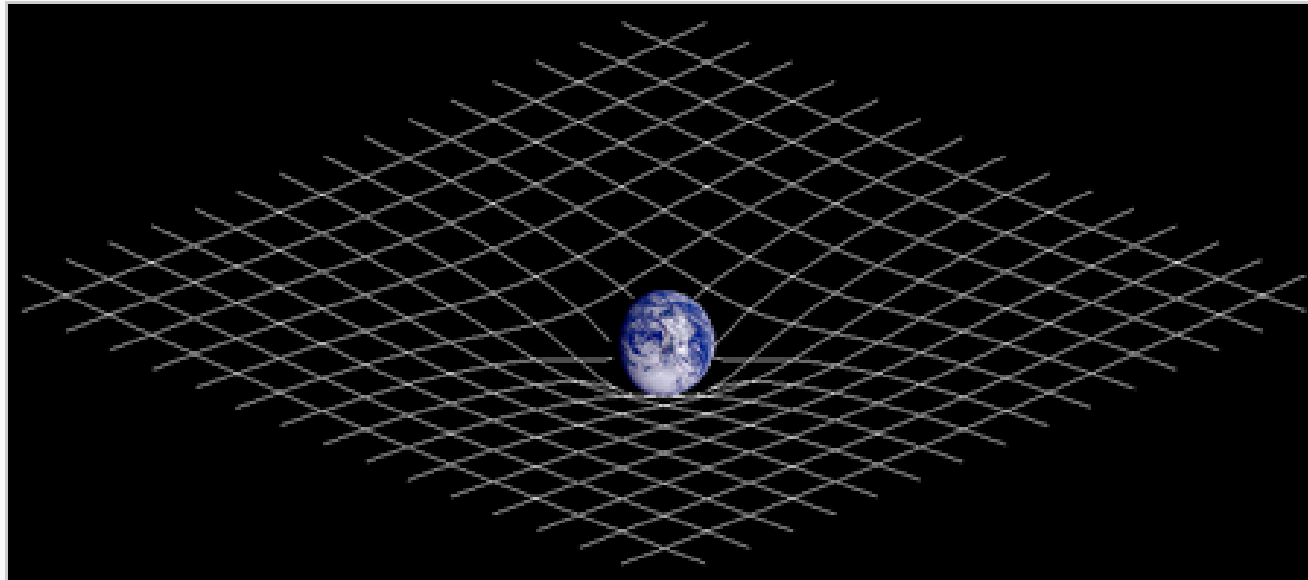
Pôsobia podobne na odvrátených stranách zemegule.



Z gravitačných zrýchlení (spôsobených Mesiacom) je najväčšie $\mathbf{f}_A$ (bod A je najbližšie ku m) a najmenšie je $\mathbf{f}_B$ (bod B je najďalej od m). V každom z bodov A, S, B pôsobí aj odstredivé zrýchlenie $\mathbf{f}_0$ v dôsledku toho, že Zem rotuje okolo Slnka. Výslednica vektorov $\mathbf{f}_B + \mathbf{f}_0$ v bode B je cca rovnaká, ale s opačným znamienkom ako výslednica $\mathbf{f}_A + \mathbf{f}_0$ v bode A – preto pôsobia slapy podobne na odvrátených poloviciach Zeme.

Toto vysvetlenie pochádza už od I. Newtona.

úplne iný pohľad dáva na gravitáciu Einsteinova všeobecná teória relativity – nejde o silové interakcie, ale o vplyv zakriveného časopriestoru



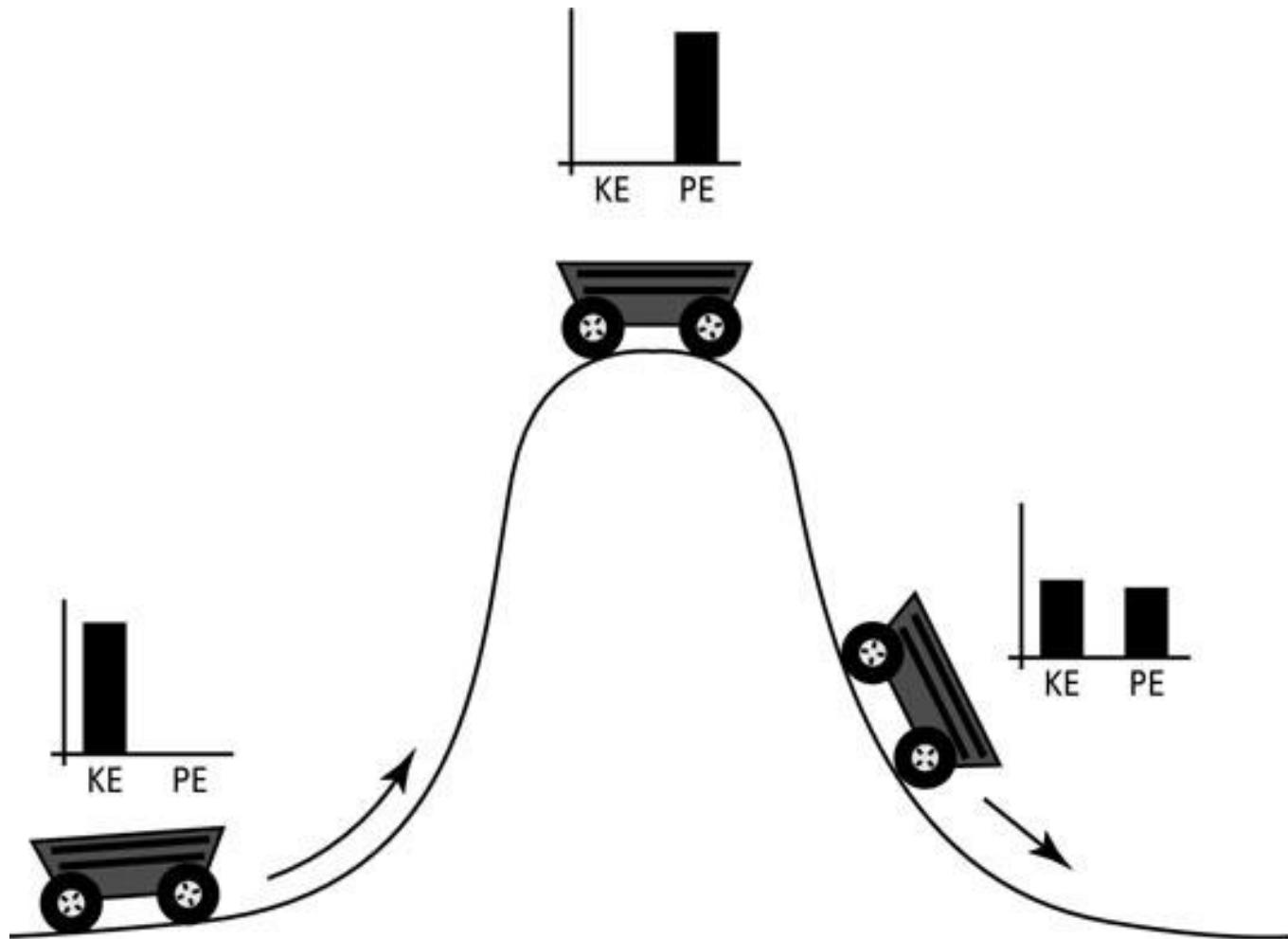
Dvojrozmerné zobrazenie zakrivenia časopriestoru. Prítomnosť hmoty mení geometriu časopriestoru a táto (zakrivená) geometria je interpretovaná ako gravitácia.

celkom zaujímavé video:

<https://www.youtube.com/watch?v=MTY1Kje0yLg&t=408s>

cez všeobecnú teóriu relativity sa dajú vysvetliť čierne diery, tzv. gravitačné šošovky, atď.

mechanická energia



mechanická energia

V súvislosti s gravitačným poľom môžeme uvažovať napr. aj týmto smerom:

Teleso premiestnené za pomoci určitej práce v smere proti pôsobeniu gravitačnej (ťažovej) sily Zeme nadobúda určitú polohovú energiu (**potenciálnu**), ktorú vie neskôr premeniť/uvoľniť na energiu pohybu (**kinetickú**) - keď sa začne pohybovať opäť smerom nadol k miestu, kde má polohovú energiu nulovú (napr. povrch Zeme).

Viac o tejto téme neskôr – pri tzv. zákone zachovania energie.



mechanická energia

Mechanická energia - kinetická

Kinetickú energiu telesa s hmotnosťou m , pohybujúceho sa rýchlosťou v , určuje vzťah:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

**vzťah pre
kinetickú
energiu**

Túto energiu vynaložíme, ak teleso s hmotnosťou m urýchlíme z klúdu na rýchlosť v .

Energia sa môže uvoľniť a prejsť do iných foriem – napr. ak teleso pohybujúce sa touto rýchlosťou zastavíme.

kinetická energia – odvodenie:

Energia má vzťah s prácou: $\Delta E = F \Delta s$

pre: $F = ma$ a $\Delta s \approx v \Delta t$

platí: $\Delta E \approx m a v \Delta t$

a pre: $a \Delta t = \Delta v$

platí: $\Delta E \approx m v \Delta v$

kinetická energia – odvodenie:

Energia má vzťah s prácou: $\Delta E = F \Delta s$

pre: $F = ma$ a $\Delta s \approx v \Delta t$

platí: $\Delta E \approx m a v \Delta t$

a pre: $a \Delta t = \Delta v$

platí: $\Delta E \approx m v \Delta v$

Ale kde sa vo výsledku berie tá $\frac{1}{2}$?:

$$\Delta(v^2) = (v + \Delta v)^2 - v^2 = 2v\Delta v + \cancel{(\Delta v)^2} \approx 2v\Delta v \quad \Rightarrow \quad v\Delta v = \frac{1}{2} \Delta(v^2)$$

Tu sme zanedbali člen $(\Delta v)^2$, nakoľko to je veľmi malé číslo.

(desatinné číslo na druhú je ešte menšie číslo, napr.: $0.01^2 = 0.0001$)

A tak získavame výsledný vzťah:

$$\Delta E \approx \frac{1}{2} m \Delta(v^2) = \Delta\left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

mechanická energia

Mechanická energia - potenciálna

V gravitačnom poli Zeme (v blízkosti jej povrchu) je potenciálna energia telesa s hmotnosťou m vo výške h nad jej povrchom daná vzťahom:

$$E_p = m g h$$

kde m je hmotnosť, h je výška a g je gravitačné (ťažové) zrýchlenie.

vzt'ah pre potenciálnu energiu

Vo fyzike rozlišujeme také silové polia, v ktorých sa pohybom telesa po **uzavretej dráhe nijaká práca nevykoná ani nespotrebuje** – napr. pole **gravitačné** alebo **elektrické (elektrostatické)**. Takéto polia sa nazývajú tiež ako **tzv. konzervatívne**.

Ale napr. **pole magnetické nie je konzervatívne** – „našťastie“, ináč by nefungovali **elektrické motory ani generátory**. V nich je **premena energie** spojená s **obehom elektrických nábojov (vo vodičoch) po uzavretých krivkách**.

mechanická energia

Mechanická energia – pružného telesa

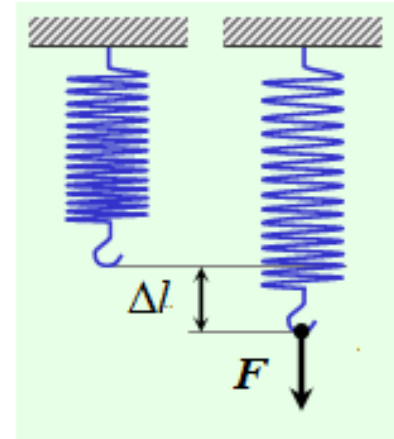
V mechanike okrem kinetickej a potenciálnej energie hrá dôležitú rolu aj tzv. **energia pružného telesa (pružiny)**.

Pri predĺžení pružiny jej dodávame určitú energiu, ktorú vie potom zo seba vydať (vrátiť).

$$E_{\text{pruz}} = \frac{1}{2} k \Delta l^2$$

kde k tuhosť pružiny a Δl je predĺženie pružiny.

vzt'ah energiu pružného telesa



Využíva sa v geológii (geofyzike) pri seizmografoch, ktoré registrujú otrasy vznikajúce v dôsledku mechanických vĺn od zemetrasení alebo umelo budených výbuchov.

mechanická energia

Mechanická energia – rotujúceho telesa

V mechanike okrem kinetickej a potenciálnej energie hrá dôležitú rolu aj tzv. **energia rotujúceho telesa (využívajúc moment zotrvačnosti)**.

Ak sústava bodov s hmotnosťami m_i rotuje uhlovou rýchlosťou ω [jednotka: $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$] okolo pevnej osi, a vzdialenosť každého bodu od osi je r_i , potom *kinetická energia rotácie* sústavy je:

$$E_r = \frac{1}{2} I \omega^2$$

kde I je moment zotrvačnosti sústavy bodov vzhľadom k určitej rotačnej osi a ω je uhlová rýchlosť.

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$

kde N je celkový počet bodov sústavy, m_i je hmotnosť i -teho bodu a r_i je jeho vzdialenosť od rotačnej osi

vzt'ah pre energiu rotujúceho telesa

Dôležité ale je, že moment zotrvačnosti telesa **závisí na polohe rotačnej osi**.

Výraz pre kinetickú energiu rotácie (hore) je analogický výrazu pre kinetickú energiu posuvného pohybu ► iba namiesto **rýchlosti** v tu vystupuje **uhlová rýchlosť** ω a úlohu **hmotnosti** m hrá **moment zotrvačnosti** I .

poznámka – moment zotrvačnosti:

čo sa deje pri piruete v krasokorčuľovaní?

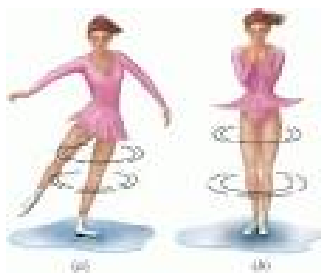


$$E_r = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2$$

Krasokorčuľariarka **pripažením zníži svoj moment zotrvačnosti (okolo zvislej osi).**

Keďže *kinetická energia rotácie* sa **zachováva** – **zvýši sa uhlová rýchlosť**.

Moment zotrvačnosti sa zníži, lebo **väčší podiel hmotnosti jej tela sa presunie bližšie k osi rotácie.**

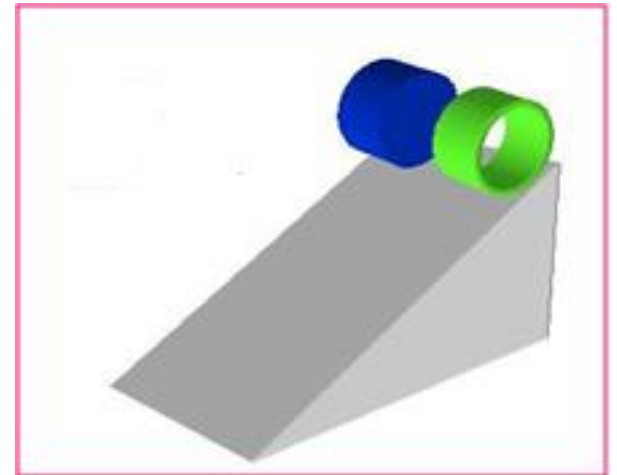


moment zotrvačnosti – test pozornosti (pokus)

Na obrázku vpravo dolu máme ďalší zaujímavý príklad: ▼

Dve telesá na obrázku majú rovnakú hmotnosť – pohybujú sa po naklonenej rovine, trenie a odpor vzduchu zanedbajme.

Ktoré sa bude pohybovať rýchlejšie?

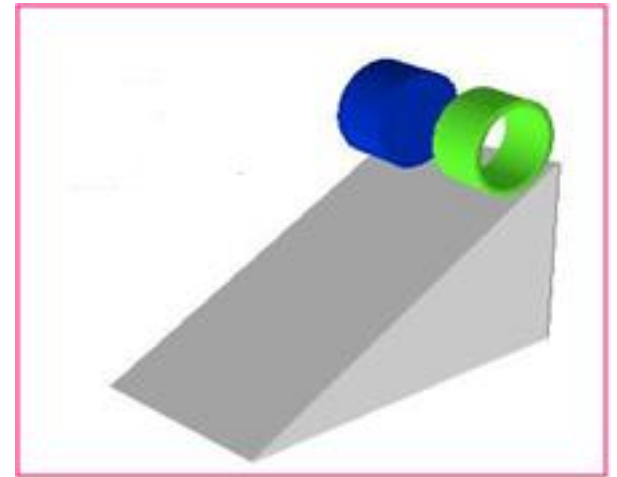


moment zotrvačnosti – test pozornosti (pokus)

Na obrázku vpravo dolu máme ďalší zaujímavý príklad: ▼

Dve telesá na obrázku majú rovnakú hmotnosť – pohybujú sa po naklonenej rovine, trenie a odpor vzduchu zanedbajme.

Ktoré sa bude pohybovať rýchlejšie?



Prstenec má – oproti valcu – väčší moment zotrvačnosti (**väčší podiel hmotnosti je ďalej od osi!**). Keďže obidve telesá transformujú (rovnakú) potenciálnu energiu na kinetickú, bude sa *prstenec pohybovať pomalšie a valec rýchlejšie*.

skalné more – Vyhne – tzv. gravitačné triedenie



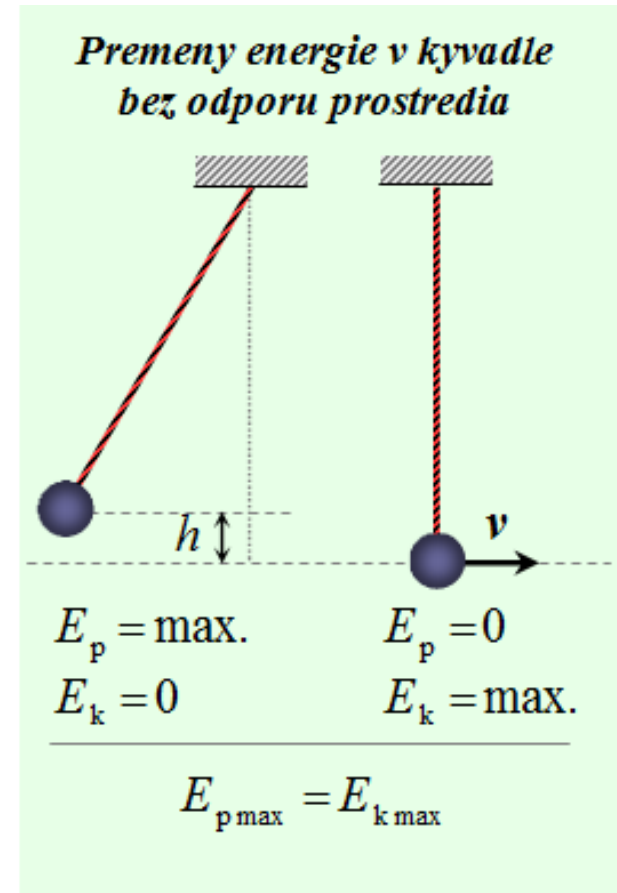
mechanická energia

Zákon zachovania energie:

Zákon zachovania energie vo fyzike hovorí, že v izolovanej fyzikálnej sústave je celková energia nemenná.

Pomocou matematického kyvadla sa dá Veľmi pekne ukázať premenu kinetickej energie E_k na potenciálnu E_p a naopak

Ďalším dôsledkom zákona o zachovaní energie je skutočnosť, že kyvadlo sa nemôže bez vonkajšieho zásahu vychýliť viac ako je jeho počiatočná poloha



mechanická energia

Zákon zachovania energie:

Zákon zachovania energie vo fyzike hovorí, že v izolovanej fyzikálnej sústave je celková energia nemenná.

Inak vyjadrené: **energia nevzniká a nezaniká**, ale sa len premieňa z jednej formy energie na druhú formu energie či na iné formy energií.

Alebo ešte inakšie: **zmena energie sústavy sa rovná práci touto sústavou vykonanou alebo spotrebovanou**.

Dôsledkom je skutočnosť, že **nemožno skonštruovať perpetuum mobile** prvého druhu (stroj, ktorý vydá viac energie ako prijme).

